

DINAMIKA MODEL MATEMATIKA SISTEM MANGSA-PEMANGSA DENGAN ADANYA MANGSA TERINFEKSI

DAVE ANANDA OSFERI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Dinamika Model Matematika Sistem Mangsa-Pemangsa dengan Adanya Mangsa Terinfeksi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2025

Dave Ananda Osferi
G5401211024

ABSTRAK

DAVE ANANDA OSFERI. Dinamika Model Matematika Sistem Mangsa-Pemangsa dengan Adanya Mangsa Terinfeksi. Dibimbing oleh ALI KUSNANTO dan PAIAN SIANTURI.

Hubungan dinamis antara mangsa dan pemangsa saling memengaruhi populasi satu sama lain. Faktor infeksi atau penyakit menular pada mangsa dapat memengaruhi dinamika sistem mangsa-pemangsa karena dapat mengakibatkan kepunahan suatu subpopulasi. Penelitian ini bertujuan menganalisis pengaruh faktor infeksi pada mangsa terhadap dinamika sistem. Langkah yang dilakukan adalah merekonstruksi model, menentukan titik tetap dan sifat kestabilannya, melakukan simulasi numerik, dan mencari keberadaan bifurkasi. Didapat lima titik tetap bernilai positif dengan kestabilan empat titik tetap bergantung terhadap nilai parameter. Melalui simulasi numerik, terlihat bahwa sistem mencapai kestabilan dengan ketiga populasi dapat berkoeksistensi, namun dengan adanya perubahan pada nilai parameter yang berkaitan dengan mangsa terinfeksi yaitu laju infeksi, kematian mangsa terinfeksi akibat pemangsa, dan laju kematian mangsa karena penyakit, sistem akan mengalami perubahan dinamika karena sistem dapat stabil dengan subpopulasi pemangsa dan mangsa terinfeksi mengalami kepunahan dalam jangka panjang. Dari tujuh variasi perubahan nilai parameter, terdapat empat perubahan kestabilan titik tetap yang merupakan fenomena bifurkasi.

Kata kunci: bifurkasi, infeksi, mangsa-pemangsa, mangsa terinfeksi

ABSTRACT

DAVE ANANDA OSFERI. Dynamics of Mathematical Models of Prey-Predator Systems in the Presence of Infected Prey. Supervised by ALI KUSNANTO and PAIAN SIANTURI.

The dynamic relationship between prey and predator affects each other's population. Infection factors in prey may affect the dynamics of the prey-predator system because they can lead to the extinction of a subpopulation. This study aims to analyze the effect of infection factors on prey on the population dynamics. The steps taken are reconstructing the model, determining the fixed point and its stability properties, conducting numerical simulations, and looking for the presence of bifurcation. Five positive fixed points were found, with the stability of four fixed points depending on the chosen parameter values. Through numerical simulation, it can be seen that the system reaches stability with the three populations coexisting. However, changes in the values of parameters related to infected prey, such as the infection rate, mortality of infected prey due to predators, and mortality rate of prey due to disease, may change the system dynamics, as the system may become stable with the predator and infected prey subpopulations extinct in the long term. Of the seven variations in parameter values, there are four changes in fixed point, which is a bifurcation phenomenon.

Keywords: bifurcation, infected prey, infection, prey-predator



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

DINAMIKA MODEL MATEMATIKA SISTEM MANGSA-PEMANGSA DENGAN ADANYA MANGSA TERINFEKSI

DAVE ANANDA OSFERI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Nur Agustiani, M.Si.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Skripsi : Dinamika Model Matematika Sistem Mangsa-Pemangsa dengan Adanya Mangsa Terinfeksi

Nama : Dave Ananda Osferi

NIM : G5401211024

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Pembimbing 2:

Dr. Drs. Paian Sianturi

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.

197902272005011001

Tanggal Ujian:
29 Juli 2025

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2024 sampai bulan Juli 2025 ini ialah pemodelan matematika dengan judul “Dinamika Model Matematika Sistem Mangsa-Pemangsa dengan Adanya Mangsa Terinfeksi”. Penyusunan karya ilmiah ini juga tidak lepas dari dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Osferi Rustam dan Ibu Ersaroviantini selaku orang tua penulis, Rafi Ananda Osferi selaku kakak penulis, serta seluruh keluarga besar atas doa, dukungan, serta kasih sayang yang telah diberikan.
2. Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing 1, Bapak Dr. Drs. Paian Sianturi selaku dosen pembimbing 2 atas bimbingan, arahan, serta saran yang diberikan selama penyusunan karya ilmiah ini, serta Ibu Nur Agustiani, M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dalam penyelesaian tugas akhir ini.
3. Bapak Prof. Dr. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing akademik serta seluruh dosen beserta staf Program Studi Matematika yang telah memfasilitasi membimbing, memberikan ilmunya selama masa studi penulis.
4. Teman-teman terdekat penulis selama perkuliahan yaitu Wanda, Syadalian, Arjuna, Rhafy, dan Jere atas ketersediaan, dukungan, serta motivasi selama ini.
5. Keluarga Gumatika 2022/2023 khususnya Biro Bisnis dan Kemitraan serta keluarga Gumatika 2023/2024 khususnya Departemen Riset dan Analisis sebagai teman semasa menjalankan organisasi.
6. Seluruh mahasiswa angkatan 58 Program Studi Matematika yang telah menjadi teman seperjuangan penulis selama perkuliahan.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2025

Dave Ananda Osferi

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bifurkasi dan Titik Bifurkasi	5
2.6 Formulasi Model Matematika	5
III METODE PENELITIAN	7
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	8
4.1 Model Matematika	8
4.2 Penentuan Titik Tetap	9
4.3 Penentuan Matriks Jacobi	10
4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap	10
4.5 Simulasi Numerik	13
4.6 Perubahan Kestabilan Titik Tetap dan Fenomena Bifurkasi	23
V SIMPULAN DAN SARAN	24
5.1 Simpulan	24
5.2 Saran	24
DAFTAR PUSTAKA	25
LAMPIRAN	27
RIWAYAT HIDUP	34



DAFTAR TABEL

1	Keterangan parameter yang digunakan	9
2	Nilai-nilai parameter model	13
3	Kestabilan titik tetap model	14
4	Kestabilan titik tetap model pada saat $\beta = 0.6$	15
5	Kestabilan titik tetap model pada saat $\beta = 1.4$	15
6	Kestabilan titik tetap model pada saat $p_2 = 3$	17
7	Kestabilan titik tetap model pada saat $p_2 = 9$	17
8	Kestabilan titik tetap model pada saat $c = 1/8$	20
9	Kestabilan titik tetap model pada saat $c = 1/2$	20
10	Kestabilan titik tetap model pada saat $c = 1$	20
11	Perubahan kestabilan titik tetap dan populasi pada akhir waktu simulasi	23

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram kompartemen model (diadopsi dari Kant dan Kumar (2017))	8
2	Bidang solusi dan bidang fase simulasi numerik	14
3	Bidang solusi dan bidang fase dengan pengubahan nilai β	16
4	Perbandingan populasi dengan pengubahan nilai β	16
5	Bidang solusi dan bidang fase dengan pengubahan nilai p_2	18
6	Perbandingan populasi dengan pengubahan nilai p_2	18
7	Bidang solusi dan bidang fase pada saat $p_2 = 9$ dengan waktu simulasi yang diperpanjang	18
8	Bidang fase (yang diperbesar) pada saat $p_2 = 3$	19
9	Bidang solusi dan bidang fase dengan pengubahan nilai c	21
10	Perbandingan populasi dengan pengubahan nilai c	21
11	Bidang solusi dan bidang fase pada saat $c = 1/8$ dengan waktu simulasi yang diperpanjang	21
12	Bidang solusi (yang diperbesar) pada saat $c = 1$	22
13	Bidang fase (yang diperbesar) pada saat $c = 1/2$	22

DAFTAR LAMPIRAN

1	Syntax untuk mencari titik tetap model	28
2	Syntax untuk mencari matriks Jacobi	29
3	Syntax untuk mencari nilai eigen	30
4	Syntax untuk plot bidang solusi	31
5	Syntax untuk plot bidang fase	32
6	Syntax untuk perbandingan populasi	33