

BIFURKASI HOPF DALAM MODEL INTERAKSI ANTARA TANAMAN, HAMA, DAN PREDATOR

RADEN RORO CARISSA TRIWULANDARI



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Bifurkasi Hopf dalam Model Interaksi antara Tanaman, Hama, dan Predator” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Januari 2025

Raden Roro Carissa Triwulandari
G5401201028

Hak Cipta milik IPB University

IPB University

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



ABSTRAK

RADEN RORO CARISSA TRIWULANDARI. Bifurkasi Hopf dalam Model Interaksi antara Tanaman, Hama, dan Predator. Dibimbing oleh ALI KUSNANTO dan PAIAN SIANTURI.

Dalam penelitian ini, dilakukan analisis terhadap model interaksi antara tanaman, hama, dan predator dengan memperhatikan perubahan tiga parameter utama, yaitu tingkat panen tanaman, tingkat interaksi antara tanaman dan hama, serta laju kematian alami predator. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kapan dan bagaimana bifurkasi Hopf dapat terjadi. Langkah-langkah yang dilakukan yaitu mereformulasi model, penentuan titik tetap dan analisis kestabilannya, serta dilakukannya simulasi numerik menggunakan *software Wolfram Mathematica 12.3*. Hasil penelitian mengidentifikasi empat titik tetap yang kestabilannya bergantung pada nilai parameter yang digunakan. Bifurkasi Hopf ditemukan terjadi pada titik tetap keempat dengan transisi kestabilan dari spiral stabil menjadi spiral tak stabil pada parameter tertentu dan memunculkan *limit cycle*.

Kata kunci: bifurkasi Hopf, hama, kestabilan sistem, predator, tingkat panen tanaman

ABSTRACT

RADEN RORO CARISSA TRIWULANDARI. Hopf Bifurcation in the Interaction Dynamics between Crops, Pests, and Predators. Supervised by ALI KUSNANTO and PAIAN SIANTURI.

In this study, the interaction dynamics between crops, pests, and predators were analyzed, focusing on the impact of changes in the harvest rate, the interaction rate between crops and pests, and the natural mortality rate of predators. The aim of this research is to determine when and how Hopf bifurcation occurs. The steps taken include reformulating the model, identifying equilibrium points, analyzing their stability, and performing numerical simulations using *Wolfram Mathematica 12.3*. The analysis identified four fixed points whose stability depends on the parameter values used. Hopf bifurcation was found to occur at the fourth equilibrium point, marked by a stability transition from a stable spiral to an unstable spiral at specific parameter values, resulting in the emergence of a limit cycle.

Keywords: Hopf bifurcation, pests, plant harvest rate, predator, system stability



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

BIFURKASI HOPF DALAM MODEL INTERAKSI ANTARA TANAMAN, HAMA, DAN PREDATOR

RADEN RORO CARISSA TRIWULANDARI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Bifurkasi Hopf dalam Model Interaksi antara Tanaman, Hama,
dan Predator

Nama : Raden Roro Carissa Triwulandari

NIM : G5401201028

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Pembimbing 2 :

Dr. Drs. Paian Sianturi

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika:

Prof. Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 11 Desember 2024

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini dapat dilaksanakan dan dikerjakan dengan baik. Judul karya ilmiah ini adalah, “Bifurkasi Hopf dalam Model Interaksi antara Tanaman, Hama, dan Predator”. Penyusunan karya ilmiah ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, ungkapan terima kasih sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada:

1. Ayah Raden Dwi Prabowo dan Ibu Andang Srie Hendradi selaku orang tua penulis, Raden Ardi Novaliando Pratomo dan Raden Bregas Dwi Hatmojo selaku kakak penulis, serta seluruh keluarga besar atas doa, dukungan, dan kasih sayang yang telah diberikan.
2. Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing I, dan Bapak Dr. Drs. Paian Sianturi selaku dosen pembimbing II yang senantiasa meluangkan waktunya untuk membantu, memberikan arahan, dan motivasi kepada penulis. Serta Bapak Ir. Ngakan Komang Kutha Ardana, M.Sc, selaku dosen penguji yang senantiasa memberikan arahan dan motivasi kepada penulis.
3. Ibu Prof. Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S. selaku ketua departemen Matematika yang senantiasa meluangkan waktunya untuk membantu dan memberikan arahan khususnya dalam revisi tugas akhir penulis.
4. Seluruh dosen dan staf Departemen Matematika IPB yang telah memfasilitasi, membimbing, memberikan ilmunya selama masa studi penulis.
5. Kathleen Rabika Sijabat, Dini Tri Putri Br Ginting, Meyliana Nurfadila, Zeane Azhara Rachmayanti, Putri Fajar Illahi, dan Tania Chandra Prastiwi selaku teman perjuangan dalam mengerjakan tugas akhir ini.
6. Keluarga GUMATIKA Periode 2021/2022 dan 2022/2023, khususnya teman-teman Badan Pengawas Gumatika yang telah menemani dan kebersamai hingga saat ini.
7. Keluarga besar Departemen Matematika 57 sebagai teman seperjuangan selama masa perkuliahan.
8. S.A.M, selaku *support system* yang telah menemani, memberikan saran, motivasi, dukungan, bahkan tidak hanya untuk tugas akhir ini tetapi juga untuk kehidupan penulis.
9. Seluruh pihak yang turut membantu dalam penulisan tugas akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Januari 2025

Raden Roro Carissa Triwulandari



DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial dan Titik Tetap	3
2.2 Nilai Eigen, Vektor Eigen, dan Analisis Kestabilan Titik Tetap	4
2.3 Kriteria Routh-Hurwitz	5
2.4 Bifurkasi Hopf	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Reformulasi Model	9
4.2 Penentuan Titik Tetap	11
4.3 Analisis Kestabilan Titik Tetap	11
4.4 Simulasi Numerik	15
4.5 Bifurkasi Hopf pada Kestabilan Sistem	30
V SIMPULAN DAN SARAN	32
5.1 Simpulan	32
5.2 Saran	32
DAFTAR PUSTAKA	33
LAMPIRAN	35
RIWAYAT HIDUP	49



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi variabel yang digunakan dalam persamaan (6)	10
2	Deskripsi parameter yang digunakan dalam persamaan (6)	10
3	Hubungan antar parameter terhadap kestabilan titik tetap T_1, T_2 dan T_3	15
4	Nilai parameter tetap	16
5	Kasus 1 : Perubahan nilai parameter H	16
6	Kasus 2 : Perubahan nilai parameter β	16
7	Kasus 3 : Perubahan nilai parameter e	17
8	Kestabilan titik tetap pada saat $H = 4$	17
9	Kestabilan titik tetap pada saat $H = 3$	18
10	Kestabilan titik tetap pada saat $H = 1.4$	19
11	Kestabilan titik tetap pada saat $H = 0.9$	21
12	Kestabilan titik tetap pada saat $\beta = 2.5$	23
13	Kestabilan titik tetap pada saat $\beta = 0.8$	24
14	Kestabilan titik tetap pada saat $e = 0.08$	26
15	Kestabilan titik tetap pada saat $e = 0.03$	27
16	Kestabilan titik tetap pada setiap kasus dan simulasi	29

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram penelitian	8
2	Diagram kompartemen dinamika populasi tanaman (C), hama (P), dan predator (Q)	9
3	Grafik solusi simulasi 1 saat $H = 4$	18
4	Grafik solusi simulasi 2 saat $H = 3$	19
5	Grafik solusi simulasi 3 saat $H = 1.4$	20
6	Grafik solusi (a), bidang fase 3 dimensi (b), dan bidang fase 2 dimensi (c), (d), dan (e) simulasi 4 saat $H = 0.9$	21
7	Grafik solusi simulasi 5 saat $\beta = 2.5$	23
8	Grafik solusi (a), bidang fase 3 dimensi (b), dan bidang fase 2 dimensi (c), (d), (e) simulasi 6 saat $\beta = 0.8$	25
9	Grafik solusi simulasi 7 saat $e = 0.08$	27
10	Grafik solusi (a), bidang fase 3 dimensi (b), dan bidang fase 2 dimensi (c), (d), (e) simulasi 8 saat $e = 0.03$	28

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap model	36
2	Analisis kestabilan titik tetap	39
3	Program plot grafik solusi dengan <i>software Wolfram Mathematica 12.3</i>	44
4	Program plot bidang fase 3 dimensi dengan <i>software Wolfram Mathematica 12.3</i>	45
5	Program plot bidang fase 2 dimensi dengan <i>software Wolfram Mathematica 12.3</i>	46
6	Program analisis kestabilan titik tetap simulasi dengan <i>software Wolfram Mathematica 12.3</i>	47