



FORMULASI DAN ANALISIS GEOMETRI PERSAMAAN GEODESIK DI SEKITAR *BLACK HOLE* KERR-NEWMAN DALAM RUANG-WAKTU 4+1 DIMENSI

IMAM QALBUN SALIM



DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Formulasi dan Analisis Geometri Persamaan Geodesik di Sekitar *Black Hole* Kerr-Newman dalam Ruang-Waktu 4+1 Dimensi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Maret 2025

Imam Qalbun Salim
G74190047

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ABSTRAK

IMAM QALBUN SALIM. Formulasi dan Analisis Geometri Persamaan Geodesik di Sekitar *Black Hole* Kerr-Newman dalam Ruang-Waktu 4+1 Dimensi. Dibimbing oleh HUSIN ALATAS dan TONY IBNU SUMARYADA.

Perkembangan teori gravitasi dari Hukum Newton hingga Teori Relativitas Umum Einstein telah membuka wawasan baru, yang kemudian mendorong eksplorasi lebih lanjut terhadap lubang hitam. Penelitian ini menguraikan karakteristik geometri dari lubang hitam Kerr-Newman dalam ruang-waktu 4+1. Radius karakteristik lubang hitam diperoleh dengan melakukan analisis karakteristik metrik, persamaan geodesik diperoleh melalui prinsip meminimalisasi aksi, sementara dampak muatan lubang dipahami dengan melakukan perbandingan metrik dan potensial gravitasinya. Didapatkan hasil $r = 0$ untuk radius singularitas dan r_H, r_E untuk radius cakrawala peristiwa dan ergosfer. Dimensi spasial tambahan mempengaruhi nilai radius r_H dan r_E . Persamaan geodesik yang didapat diekspresikan dalam kerangka waktu kosmik untuk mendapatkan interpretasi yang lebih relevan. Ditemukan bahwa muatan lubang hitam berpengaruh dalam mengurangi intensitas medan gravitasi yang telah dibuktikan melalui perbandingan metrik dan potensial gravitasi antara lubang hitam Kerr-Newman dan Kerr.

Kata kunci: Lubang hitam Kerr-Newman, muatan lubang hitam, persamaan geodesik, ruang-waktu 4+1 dimensi, waktu kosmik.

ABSTRACT

IMAM QALBUN SALIM. Formulation and Geometry Analysis of Geodesic Equation Around the Kerr-Newman Black Hole in 4+1 Dimensional Spacetime. Supervised by HUSIN ALATAS and TONY IBNU SUMARYADA.

The development of gravitational theory from Newton's Law to Einstein's General Theory of Relativity has opened new insights, which have further driven the exploration of black holes. This study outlines the geometric characteristics of the Kerr-Newman black hole in 4+1 dimensional spacetime. The characteristic radii of the black hole are obtained through the analysis of the metric characteristics, while the geodesic equations are derived via the principle of action minimization. The impact of the black hole's charge is understood by comparing the metric and gravitational potential. The results show that $r = 0$ for the singularity radius, and r_H and r_E for the event horizon and ergosphere radius. Additional spatial dimensions influence the values of r_H and r_E . The derived geodesic equations are expressed in cosmic time for a more relevant interpretation. It was found that the black hole charge affects the reduction in gravitational field intensity, as demonstrated through the comparison of metrics and gravitational potential between the Kerr-Newman and Kerr black holes.

Keywords: 4+1 dimensional spacetime, black hole charge, cosmic time, geodesic equations, Kerr-Newman black hole.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta Milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

**FORMULASI DAN ANALISIS GEOMETRI PERSAMAAN
GEODESIK DI SEKITAR *BLACK HOLE* KERR-NEWMAN
DALAM RUANG-WAKTU 4+1 DIMENSI**

IMAM QALBUN SALIM

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana pada
Program Studi Fisika

**DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

1. Dr. Hendradi Hardhienata, M.Si.
2. Dr. Erus Rustami, M.Si.

Judul Skripsi : Formulasi dan Analisis Geometri Persamaan Geodesik di Sekitar
Black Hole Kerr-Newman dalam Ruang-Waktu 4+1 Dimensi

Nama : Imam Qalbun Salim

NIM : G74190047

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si.

NIP. 19710604 199802 1 001



Pembimbing 2:

Prof. Dr. R. Tony Ibnu Sumaryada Wijaya Puspita, M.Si.

NIP. 19720519 199702 1 001



Diketahui oleh

Kepala Departemen Fisika:

Prof. Dr. R. Tony Ibnu Sumaryada Wijaya Puspita, M.Si.

NIP. 19720519 199702 1 001



Tanggal Ujian: 07 Maret 2025

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur dipanjatkan ke hadirat Allah SWT, Tuhan yang Maha Esa, yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penelitian berjudul "Formulasi dan Analisis Geometri Persamaan Geodesik di Sekitar *Black Hole* Kerr-Newman dalam Ruang-Waktu 4+1 Dimensi" berhasil diselesaikan. Proses penelitian dan penulisan skripsi ini dapat diselesaikan berkat dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang telah mendukung penulis selama masa studi di Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IPB University. Oleh karena itu, dengan penuh rasa hormat, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Husin Alatas dan Prof. Tony Ibnu Sumaryada yang telah membimbing penulis selama proses penelitian, serta Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata dan Dr. Erus Rustami yang telah memberikan banyak masukan berharga terkait penelitian ini, serta seluruh dosen dan staf Departemen Fisika yang telah memberikan dukungan selama masa studi.
2. Keluarga penulis yang telah memberikan doa, dukungan, dan kasih sayang tanpa henti, yang menjadi sumber motivasi utama bagi penulis dalam menyelesaikan penelitian dan penulisan skripsi ini.
3. Teman-teman penulis yang telah memberikan bantuan dan dukungan, khususnya Annisa Y., Rukhshon, Kak Hafizt, Adam, Fairuz, grup 'Harimau', serta beberapa lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu.
4. Rekan-rekan Fisika IPB angkatan 56, 55, 57 serta semua pihak yang telah membantu penulis untuk berkembang selama masa studi di IPB University.

Semoga penelitian ini dapat memberikan kontribusi positif bagi pengembangan pengetahuan dan pemahaman terhadap masalah atau fenomena tertentu. Selain itu, semoga hasil penelitian ini bermanfaat bagi masyarakat serta memberikan kontribusi yang signifikan bagi dunia akademik.

Bogor, Maret 2025

Imam Qalbun Salim

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	i
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	2
1.5 Ruang Lingkup	3
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Elipsoid dan Koordinat Boyer-Lindquist	4
2.2 Tensor	5
2.2.1 Tensor Metrik	5
2.1.2 Tensor Metrik Schwarzschild	6
2.2.3 Tensor Metrik Kerr	6
2.2.4 Tensor Metrik Reissner-Nordström	7
2.2.5 Tensor Metrik Kerr-Newman	7
2.3 Persamaan Geodesik dan Lagrangian	8
III METODE	9
3.1 Waktu dan Tempat	9
3.2 Alat dan Bahan	9
3.3 Prosedur Kerja	9
3.3.1 Studi Pustaka	9
3.3.2 Penambahan <i>Constraint</i> Bidang Ekuatorial pada metrik	9
3.3.3 Perumusan Lagrangian	9
3.3.4 Konstruksi Geodesik	10
IV Hasil dan Pembahasan	11
4.1 Geometri Ruang-Waktu Kerr-Newman Dimensi 4+1	11
4.1.1 Tensor Metrik Kerr-Newman 4+1 pada Bidang Ekuatorial	11



4.1.2 Cakrawala Peristiwa dan Singularitas	13
4.2 Lagrangian dan Euler-Lagrange	15
4.3 Persamaan Geodesik	17
4.4 Persamaan Geodesik dalam Waktu Kosmik	20
4.5 Pengaruh Muatan terhadap Geometri Ruang-Waktu	21
V Simpulan dan Saran	24
5.1 Simpulan	24
5.2 Saran	24
DAFTAR PUSTAKA	25
LAMPIRAN	27
RIWAYAT HIDUP	37

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR TABEL

1. Tabel 1 Suku <i>non-zero</i> tensor metrik Kerr-Newman 4+1 bidang ekuator	11
2. Tabel 2 Komponen persamaan Euler-Lagrange untuk $\mu = 0,3,4$	16
3. Tabel 3 Perbandingan Komponen Tensor Metrik Kerr-Newman dan Kerr	21
4. Tabel 4 Perbandingan Komponen Geodesik Kerr-Newman dan Kerr	22

DAFTAR GAMBAR

1. Gambar 1 Geometri elipsoid oblat 3 dimensi (dimodifikasi dari Hofmeister AM, Criss RE (2020) <i>Galaxies</i> . 8(2): 47)	13
2. Gambar 2 Permukaan karakteristik lubang hitam Kerr dimensi 3+1 dimensi ($M = 1, a = 0.99$) (Visser 2007)	14
3. Gambar 3 Permukaan karakteristik lubang hitam Kerr-Newman dilihat dari pengamat pada dimensi α dengan $\theta = \pi/2$ ($M = 1, a = 0.99, Q = 0.5$)	14
4. Gambar 4 Perbandingan permukaan karakteristik pada lubang hitam Kerr-Newman di dimensi 3+1 dan 4+1	15

DAFTAR LAMPIRAN

1. Lampiran 1 Diagram Alir Metode Pelaksanaan Penelitian	28
2. Lampiran 2 Komponen metrik Kerr-Newman tanpa batasan bidang ekuator	29
3. Lampiran 3 Persamaan Euler-Lagrange	30
4. Lampiran 4 Ekspresi persamaan geodesik	32
5. Lampiran 5 Penyederhanaan $AC + B2$ pada persamaan geodesik	33
6. Lampiran 6 Visualisasi permukaan lubang hitam dengan Wolfram Mathematica	34