

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK YANG MELIBATKAN VAKSINASI DAN PERAWATAN

VIVI SALMA



PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI LAPORAN AKHIR DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa laporan akhir dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Campak yang Melibatkan Vaksinasi dan Perawatan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir laporan akhir ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2025

Vivi Salma
G5401211073



ABSTRAK

VIVI SALMA. Analisis Kestabilan Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Campak yang Melibatkan Vaksinasi dan Perawatan. Dibimbing oleh PAIAN SIANTURI dan ALI KUSNANTO.

Penyakit Campak merupakan penyakit yang sangat mudah menular dan disebabkan oleh virus *morbillivirus*. Penyakit Campak dapat menyebar dengan cepat melalui udara atau kontak langsung melalui cairan dari hidung, mulut dan juga tenggorokan yang dihasilkan dari batuk atau bersin dari orang yang terinfeksi. Pada penelitian ini telah dikaji model penyebaran penyakit Campak dengan merekonstruksi model, menentukan titik tetap, menganalisis kestabilannya, dan menentukan bilangan reproduksi dasar menggunakan matriks *next generation G*. Selain itu, dilakukan juga analisis sensitivitas dan simulasi numerik untuk melihat dinamika penyebaran penyakit Campak. Hasil analisis menunjukkan bahwa model mempunyai dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal jika bilangan reproduksi dasar kurang dari 1. Berdasarkan hasil simulasi numerik, upaya pengendalian penyebaran penyakit Campak dapat dilakukan dengan mengurangi laju kontak transmisi penyebaran penyakit, meningkatkan laju perawatan terhadap individu yang terpapar dan meningkatkan laju vaksinasi terhadap individu yang rentan.

Kata kunci: analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, Campak, SEIR

ABSTRACT

VIVI SALMA. Stability Analysis of a Mathematical Model of Measles Disease Spread Involving Vaccination and Treatment. Supervised by PAIAN SIANTURI and ALI KUSNANTO

Measles is a highly contagious disease caused by a *morbillivirus*. Measles can spread rapidly through the air or direct contact through fluids from the nose, mouth and throat resulting from coughing or sneezing of an infected person. In this study, the measles disease spread model was studied by reconstructing the model, determining the fixed point, analyzing its stability, and determining the basic reproduction number using the next generation matrix *G*. In addition, sensitivity analysis and numerical simulations were also carried out to see the dynamics of the measles disease spread. The analysis shows that the model has two fixed points, namely the disease-free fixed point and the endemic fixed point. The disease-free fixed point is locally asymptotically stable if the basic reproduction number is less than 1. Based on the results of numerical simulations, efforts to control the spread of measles can be done by reducing the contact rate of measles transmission, increasing the rate of treatment of exposed individuals and increasing the rate of vaccination of susceptible individuals.

Keywords: stability analysis, basic reproduction number, Measles, SEIR



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK YANG MELIBATKAN VAKSINASI DAN PERAWATAN

VIVI SALMA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Laporan : Analisis Kestabilan Model Matematika pada Penyebaran Penyakit
Campak yang Melibatkan Vaksinasi dan Perawatan

Nama : Vivi Salma
NIM : G5401211073

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Dr. Drs Paian Sianturi



Pembimbing 2:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
NIP. 197902272005011001



Tanggal Ujian: 21 Agustus 2025

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi ini terselesaikan dengan baik. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Oktober 2024 sampai bulan Agustus 2025 ini ialah pemodelan penyebaran penyakit dengan judul "Analisis Kestabilan Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Campak yang Melibatkan Vaksinasi dan Perawatan". Terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang terlibat, diantaranya:

1. Bapak Robiin dan Ibu Kursini selaku orang tua penulis, dan Halif selaku adik penulis yang senantiasa selalu memberikan doa, kasih sayang, dukungan baik moral maupun finansial, serta semangat dalam setiap proses penyusunan skripsi ini,
2. Dr. Drs. Paian Sianturi dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah membimbing dan banyak memberi saran, kritik serta motivasi kepada penulis sehingga skripsi ini terselesaikan,
3. Ir. Ngakan Komang Kutha Ardana, M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran serta masukan dalam penyusunan skripsi,
4. Prof. Dr. Ir. I Wayan Mangku, M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik yang telah membantu penulis dalam menempuh Pendidikan S-1 di Program Studi Matematika IPB,
5. seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan skripsi ini,
6. Alin, Aulia, Cantik, Hafilah, Nazihah, Nikmah dan Serefinala yang telah memberikan dukungan, bantuan, motivasi, doa, canda, tawa, serta kebersamaan pada penulis selama melaksanakan kegiatan perkuliahan,
7. Rain, Anisa, Nala, serta teman-teman BPG Gumatika lainnya yang telah menjadi rumah serta kebersamai penulis untuk berkembang selama perkuliahan,
8. seluruh teman Matematika 58 yang telah menemani dan kebersamai penulis selama perkuliahan,
9. semua pihak yang tak dapat disebutkan satu per satu namun telah membantu dalam penyusunan skripsi ini, terima kasih atas segala kebaikannya.

Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2025

Vivi Salma



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	4
2.5 Kestabilan Titik Tetap	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	6
2.7 Analisis Sensitivitas	6
III METODE	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Model Matematika	9
4.2 Eksistensi Solusi	10
4.3 Titik Tetap	14
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	14
4.5 Kestabilan Titik Tetap	16
4.6 Analisis Sensitivitas	18
4.7 Simulasi Numerik	20
V SIMPULAN DAN SARAN	31
5.1 Simpulan	31
5.2 Saran	31
DAFTAR PUSTAKA	32
LAMPIRAN	34
RIWAYAT HIDUP	44



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter pada penyebaran penyakit Campak	10
2	Nilai parameter pada persamaan (6)	19
3	Nilai indeks sensitivitas	19
4	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter σ	20
5	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter β	24
6	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter ν	27

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian penyebaran penyakit Campak	8
2	Diagram model penyebaran penyakit Campak	9
3	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai σ	21
4	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi nilai σ	22
5	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai σ	22
6	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai σ	23
7	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai β	24
8	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi nilai β	25
9	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai β	26
10	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai β	26
11	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai ν	28
12	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi nilai ν	28
13	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai ν	29
14	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai ν	30

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap	35
2	Penentuan bilangan reproduksi dasar	36
3	Nilai indeks sensitivitas	37
4	Simulasi numerik dengan parameter σ	38
5	Simulasi numerik dengan parameter β	40
6	Simulasi numerik dengan parameter ν	42