

**ANALISIS DINAMIKA SISTEM GERAK EKUATORIAL
BERJARI-JARI KONSTAN PARTIKEL TIDAK BERMASSA
DI SEKITAR LUBANG HITAM REISSNER-NORDSTROM 4+1
DIMENSI**

PUTRI AYU ANANDITA



**FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Judul Karya Ilmiah Tugas Akhir” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2025

Putri Ayu Anandita
G7401211007



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



ABSTRAK

PUTRI AYU ANANDITA. Analisis Dinamika Sistem Gerak Ekuatorial Berjari-Jari Konstan Partikel Tidak Bermassa Di Sekitar Lubang Hitam Reissner-Nordstrom 4+1 Dimensi. Dibimbing oleh HUSIN ALATAS dan FAOZAN.

Penelitian ini membahas dinamika partikel tidak bermassa yang bergerak melingkar dengan jari-jari konstan dalam bidang ekuator ruangwaktu Reissner-Nordstrom lima dimensi. Penelitian ini bertujuan menurunkan persamaan geodesik dari metrik Reissner-Nordstrom 4+1 dimensi dan mengevaluasi karakteristik kestabilan orbit dengan pendekatan dinamika sistem. Metode yang digunakan melibatkan penurunan Lagrangian melalui pendekatan Euler-Lagrange, pembentukan sistem diferensial orde satu dan dua, serta analisis titik kritis menggunakan matriks Jacobian dan nilai eigen. Hasil menunjukkan bahwa orbit berjari-jari konstan dapat dipertahankan oleh geometri ruangwaktu itu sendiri. Titik kritis yang ditemukan merupakan titik jenis center, dengan nilai eigen real namun tidak menunjukkan kestabilan atau ketidakstabilan secara mutlak, karena tidak terdapat komponen imajiner yang dapat memicu bifurkasi. Kajian ini menegaskan bahwa pendekatan dinamika sistem mampu memberikan pemahaman geometris terhadap kestabilan orbit dalam ruangwaktu berdimensi tinggi tanpa memerlukan bentuk potensial efektif.

Kata kunci: Dinamika sistem, kestabilan orbit, orbit berjari-jari konstan, partikel tidak bermassa, Reissner-Nordstrom lima dimensi, titik center.

ABSTRACT

PUTRI AYU ANANDITA. Dynamical System Analysis of Constant-Radius Equatorial Motion of Massless Particles Around a 4+1 Dimensional Reissner-Nordström Black Hole. Supervised by HUSIN ALATAS and FAOZAN.

This paper deals with the dynamics of a massless particle moving circularly with a constant radius in the equatorial plane of five-dimensional Reissner-Nordstrom spacetime. This study aims to derive the geodesic equations of the 4+1-dimensional Reissner-Nordstrom metric and evaluate the characteristics of orbital stability using a system dynamics approach. The method used involves the derivation of the Lagrangian through the Euler-Lagrange approach, the formation of first- and second-order differential systems, and critical point analysis using the Jacobian matrix and eigenvalues. The results show that orbits of constant radius can be maintained by the spacetime geometry itself. The critical point found is a center type point, with real eigenvalues but does not show absolute stability or instability, because there is no imaginary component that can trigger bifurcation. This study confirms that the system dynamics approach can provide a geometric understanding of orbital stability in high-dimensional spacetime without the need for an effective potential form.

Keywords: Center point, constant radius orbits, five dimensional Reissner-Nordstrom, massless particles, orbital stability, system dynamics.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025¹
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

**ANALISIS DINAMIKA SISTEM GERAK EKUATORIAL
BERJARI-JARI KONSTAN PARTIKEL TIDAK BERMASSA
DI SEKITAR LUBANG HITAM REISSNER-NORDSTROM 4+1
DIMENSI**

PUTRI AYU ANANDITA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana pada
Program Studi Fisika

**FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

- 1 Prof. Dr. R. Tony Ibnu Sumaryada Wijaya Puspita, S.Si., M.Si.
- 2 Prof. Dr. Akhiruddin, S.Si., M.Si.

Judul Skripsi : Analisis Dinamika Sistem Gerak Ekuatorial Berjari-Jari Konstan
Partikel Tidak Bermassa Di Sekitar Lubang Hitam Reissner-
Nordstrom 4+1 Dimensi

Nama : Putri Ayu Anandita
NIM : G7401211007

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si.
NIP. 197106041998021001



Pembimbing 2:
Dr. Faozan, S.Si., M.Si.
NIP. 197909232007011001



Diketahui oleh

Ketua Departemen Fisika:
Prof. Dr. R. Tony Ibnu Sumaryada Wijaya Puspita,
S.Si., M.Si.
NIP. 197205191997021001



Tanggal Ujian: 23 September 2025

Tanggal Lulus:



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2024 sampai bulan Juli 2025 ini ialah lubang hitam (*black hole*), dengan judul “Analisis Dinamika Sistem Gerak Ekuatorial Berjari-Jari Konstan Partikel Tidak Bermassa Di Sekitar Lubang Hitam Reissner-Nordstrom 4+1 Dimensi”.

Terima kasih penulis ucapkan kepada para pembimbing Bapak Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si., dan Bapak Dr. Faozan, S.Si., M.Si. yang telah membimbing dan banyak memberi saran kepada penulis dalam proses pengerjaan karya ilmiah ini. Terima kasih penulis ucapkan juga kepada para dosen di Departemen Fisika yang telah memberikan ilmu selama berkuliah serta meningkatkan rasa ingin tahu penulis terhadap ilmu fisika secara lebih mendalam. Tidak lupa juga terima kasih yang sebesar-besarnya penulis ucapkan teristimewa kepada kedua orangyua tercinta. Ayahanda Abdul Bahri Mony dan Ibunda Fajar Apriliyanti serta seluruh keluarga yang telah memberi dukungan dan doa tiada henti selama proses penelitian dan penulisan karya ilmiah ini. Terima kasih penulis ucapkan kepada Farah Salma Nurghiena, S.Log., Nur Aini Nabila Mony, S.Log., Monika Prameswari Putri Iryantoro, Syahira Maharani, Anggi Olivia Ramadina, Amd.Kep., Hanissa Hidayati, dan Ghinayya Lylachafifa selaku sahabat penulis yang tiada henti memberikan semangat, canda, tawa, serta bahagia kepada penulis selama penulisan karya ilmiah ini. Terima Kasih juga kepada seluruh teman-teman penulis yang selalu memberikan semangat kepada penulis selama penulisan karya ilmiah ini. Tak lupa pula saya ucapkan terima kasih kepada dokter psikiateri penulis dr.Putri Nugraheni, Sp.KJ yang tiada henti memberikan dukungan serta obat-obatan yang membuat penulis tenang serta bisa melanjutkan aktivitas penulis selama penulisan karya ilmiah ini.

Penulis secara pribadi menyadari bahwa dalam karya ilmiah ini masih terdapat kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran agar meningkatkan kualitas karya ilmiah penulis kedepannya. Demikian prakata ini penulis buat, semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2025

Putri Ayu Anandita



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Matrik Reissner-Notdstroam Dalam Koordinat 4+1 Dimensi	3
2.2 Lagrangian Reissner-Nordstrom Dalam Koordinat Lima Dimensi	3
2.3 Penentuan Persamaan Geodesik	4
2.4 Dinamika Sistem	5
III METODE	6
3.1 Waktu dan Tempat	6
3.2 Alat dan Bahan	6
3.3 Prosedur Kerja	6
3.3.1 Studi Pustaka	6
3.3.2 Penurunan Lagrangian	6
3.3.3 Hasil Persamaan Geodesik	6
3.3.4 Menentukan Titik Kritis	6
3.3.5 Menentukan Bentuk Linearisasi	6
3.3.6 Menentukan Harga Eigen dan Jenis Titik Kritis	7
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	8
4.1 Formulasi Sistem Metrik Reissner-Nordstrom Lima Dimensi	8
4.2 Persamaan Geodesik Gerak Partikel Berjari-jari Konstan Pada Bidang Ekuator	9
4.3 Titik Kritis dan Liniearisasi	9
4.4 Analisis Stabilitas Titik Kritis	11
V SIMPULAN DAN SARAN	14
5.1 Simpulan	14
5.2 Saran	14
DAFTAR PUSTAKA	15
LAMPIRAN	17
RIWAYAT HIDUP	27



DAFTAR GAMBAR

1	Sketsa ketika titik kritis $(\alpha_1, \alpha_2) = (0, 0)$	12
2	Sketsa ketika titik kritis $(\alpha_1, \alpha_2) = (\pi, 0)$	12
3	Sketsa arah orbit ketika titik kritis $(\alpha_1, \alpha_2) = (\pi, 0)$	12
4	Sketsa gabungan orbit ketika $(\alpha_1, \alpha_2) = (0, 0)$ dan $(\pi, 0)$	13