

MODEL KONTROL OPTIMUM KOINFEKSI HIV/AIDS DAN HEPATITIS B DENGAN ANALISIS EFEKTIVITAS BIAYA

WINDA NUR ANNISA



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University

PERNYATAAN MENGENAI TESIS DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Saya menyatakan bahwa tesis dengan judul “Model Kontrol Optimum Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B dengan Analisis Efektivitas Biaya” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Dengan ini, saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2025

Winda Nur Annisa
G5501222008



RINGKASAN

WINDA NUR ANNISA. Model Kontrol Optimum Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B dengan Analisis Efektivitas Biaya. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan BIB PARUHUM SILALAH.

Penyakit menular menjadi salah satu tantangan kesehatan utama yang dihadapi oleh banyak negara, khususnya negara berkembang seperti Indonesia. Beberapa penyakit menular memiliki potensi menyebabkan koinfeksi, yaitu kondisi ketika dua atau lebih infeksi virus menyerang individu secara bersamaan. Koinfeksi ini dapat memperburuk kondisi klinis pasien dan memperumit proses penanganan dan pengobatan. Penelitian ini berfokus pada koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B, dua penyakit dengan pola penularan yang serupa dan berpotensi mempercepat progresi penyakit. Tingginya prevalensi serta terbatasnya layanan kesehatan membuat pengendalian koinfeksi ini menjadi sangat penting. Oleh karena itu, dibutuhkan strategi yang tidak hanya efektif secara medis, tetapi juga efisien dari segi biaya. Pendekatan yang menggabungkan efektivitas dan efisiensi diterapkan untuk merancang intervensi optimal yang dapat mendukung pengambilan kebijakan kesehatan masyarakat.

Penelitian ini mengembangkan model yang telah dikaji oleh Wodajo dan Mekonnen (2022), Kamyad *et al.* (2014), dan Endashaw dan Mekonnen (2022). Model tersebut membagi populasi menjadi sembilan subpopulasi yang mewakili kondisi penyakit tertentu dan digambarkan melalui sistem persamaan diferensial. Tujuan dari penelitian ini adalah mengidentifikasi strategi terbaik yang paling efektif dan efisien secara biaya dalam mengendalikan penyebaran koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B. Analisis dilakukan dalam dua tahap, yaitu analisis dinamika dan analisis kontrol optimum.

Tahap pertama adalah analisis dinamika, yang digunakan untuk mengidentifikasi karakteristik sistem tanpa penerapan kontrol pengendalian. Berdasarkan model matematika yang dibentuk, diperoleh dua titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Selain itu, diperoleh bilangan reproduksi dasar masing-masing penyakit. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa titik tetap bebas penyakit bersifat stabil ketika nilai $R_0 < 1$, yang berarti penyakit akan hilang dari populasi dalam jangka waktu tertentu. Stabilitas titik tetap ini diperkuat melalui penerapan Kriteria Routh-Hurwitz yang menunjukkan bahwa titik tetap T^0 bersifat stabil asimtotik lokal.

Tahap kedua adalah analisis kontrol optimum dengan menerapkan empat variabel kontrol, yaitu vaksinasi Hepatitis B, pengobatan Hepatitis B, pengobatan HIV/AIDS, dan program edukasi kesehatan masyarakat. Teori kontrol optimum dan Prinsip Maksimum Pontryagin digunakan untuk meminimalkan tingkat infeksi dan biaya implementasi selama periode tertentu. Studi ini mengevaluasi sembilan strategi pengendalian secara teoritis, dengan menggunakan *software Scilab-2024*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan keempat variabel kontrol secara bersamaan mampu murunkan jumlah kasus HIV/AIDS dan Hepatitis B hingga 79,24% dalam kurun waktu kurang dari sepuluh tahun. Oleh karena itu, penerapan kontrol pencegahan dan pengobatan secara bersamaan terbukti lebih efektif dalam mengendalikan penyebaran koinfeksi dibandingkan hanya menerapkan salah satu kontrol saja.

@Hak cipta milik IPB University

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.



Selanjutnya, efektivitas biaya dari berbagai strategi dianalisis menggunakan ACER dan ICER. Berdasarkan hasil perhitungan, strategi 4 (program edukasi kesehatan masyarakat) menunjukkan nilai ACER dan ICER terendah dibandingkan strategi lainnya. Namun, jika seluruh kontrol diterapkan secara bersamaan dapat memberikan dampak jangka panjang yang signifikan dalam pengendalian koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B. Oleh karena itu, setiap strategi memiliki potensi untuk menurunkan jumlah individu terinfeksi, tergantung pada ketersediaan dan alokasi anggaran. Efektivitas suatu strategi juga dipengaruhi oleh efisiensi penggunaan kontrol. Apabila efisiensi biaya menjadi pertimbangan utama, maka strategi 4 merupakan pilihan paling optimal. Jika tersedia anggaran yang lebih besar, strategi 9 (penerapan semua kontrol) menjadi alternatif terbaik untuk mempercepat penurunan jumlah kasus terinfeksi.

Kata kunci: analisis efektivitas biaya, analisis dinamik, Hepatitis B, HIV/AIDS, koinfeksi, kontrol optimum, model matematika, strategi

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



SUMMARY

WINDA NUR ANNISA. Optimal Control Model of HIV/AIDS and Hepatitis B Coinfection with Cost-Effectiveness Analysis. Supervised by TONI BAKHTIAR and BIB PARUHUM SILALAH.

Infectious diseases are one of the significant health challenges faced by many countries, especially developing countries like Indonesia. Some infectious diseases can potentially cause coinfections, a condition where two or more viral infections attack an individual simultaneously. These coinfections can worsen the patient's clinical condition and complicate the treatment and management. This study focuses on HIV/AIDS and Hepatitis B coinfections, two diseases with similar transmission patterns and the potential to accelerate disease progression. The high prevalence and limited healthcare service make controlling these coinfections extremely important. Therefore, strategies that are both medically effective and cost-efficient are needed. An approach combining effectiveness and efficiency is applied to design optimal interventions supporting public health policy-making.

This study developed a model that has been reviewed by Wodajo and Mekonnen (2022), Kamyad *et al.* (2014), and Endashaw and Mekonnen (2022). The model divides the population into nine subpopulations representing specific disease conditions and is described through a system of differential equations. The objective of the study is to identify the most effective and cost-efficient strategies for controlling the spread of HIV/AIDS and Hepatitis B coinfection. The analysis is conducted in two stages, namely dynamic analysis and optimal control analysis.

The first stage is the dynamic analysis, which is used to identify the system's characteristics without applying control measures. Based on the mathematical model formed, two steady states are obtained, namely the disease-free steady state and the endemic steady state. Numerical simulation results showed that the disease-free steady state is stable when $R_0 < 1$, meaning the disease will disappear from the population within a specific timeframe. The stability of this steady state is reinforced by applying the Routh-Hurwitz criterion, which indicates that the steady state T^0 is locally asymptotically stable.

The second stage is optimal control analysis by applying four control variables, namely Hepatitis B vaccination, Hepatitis B treatment, HIV/AIDS treatment, and public health education programs. Optimal control theory and implementation costs during a specific period. This study evaluates nine control strategies theoretically, using Scilab-2024 software. Simulation results show that the simultaneous application of the four control variables can reduce the number of HIV/AIDS and Hepatitis B infections by up to 79,24% in less than ten years. Therefore, the simultaneous application of preventive and therapeutic controls is proven more effective in controlling the spread of coinfections than applying only one control.

Furthermore, the cost-effectiveness of various strategies was analyzed using ACER and ICER. Based on the calculations, strategy 4 (public health education programs) showed the lowest ACER and ICER values compared to other strategies. However, if all controls are implemented simultaneously, they can have a significant long-term impact in controlling HIV/AIDS and Hepatitis B coinfection. Therefore, depending on budget availability and allocation, each strategy can

@Hak cipta milik IPB University



reduce the number of infected individuals. The efficiency of control use also influences the effectiveness of a strategy. If cost efficiency is the primary consideration, strategy 4 is the most optimal choice. If a larger budget is available, strategy 9 (application of all controls) becomes the best alternative to accelerate the reduction in infected cases.

Keywords: coinfection, cost-effectiveness analysis, dynamic analysis, Hepatitis B, HIV/AIDS, mathematical model, optimal control, strategy

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

MODEL KONTROL OPTIMUM KOINFEKSI HIV/AIDS DAN HEPATITIS B DENGAN ANALISIS EFEKTIVITAS BIAYA

WINDA NUR ANNISA

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Matematika pada
Program Studi Matematika Terapan

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Penguji Luar Komisi Pembimbing pada Ujian Tesis:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Judul Tesis : Model Kontrol Optimum Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B dengan Analisis Efektivitas Biaya

Nama : Winda Nur Annisa

NIM : G5501222008

Disetujui oleh

Pembimbing I:
Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.



Digitally signed by:
Toni Bakhtiar

Date: 13 Agu 2025 08:39:07 WIB
Verify at design.ipb.ac.id

Pembimbing II:
Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M.Kom.



Digitally signed by:
Bib Paruhum Silalahi

Date: 13 Agu 2025 09:12:02 WIB
Verify at design.ipb.ac.id

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.
NIP 19651102 199302 1 001



Dekan Sekolah Sains Data, Matematika, dan Informatika:
Prof. Dr. Ir. Agus Bueno, M.Si., M.Kom.
NIP 19780723 200701 1 001



Tanggal Ujian : 30 Juli 2025

Tanggal Lulus : 13 AUG 2025

PRAKARTA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini dengan judul “Model Kontrol Optimum Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B dengan Analisis Efektivitas Biaya” berhasil diselesaikan.

Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan karya ilmiah ini, khususnya:

1. Ibu, Bapak, dan adik penulis yang telah memberikan dukungan dan do'a tiada henti, serta waktu untuk mendengarkan keluh kesah penulis selama proses perkuliahan di IPB *University*.
2. Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc selaku dosen pembimbing I dan Bapak Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M.Kom selaku dosen pembimbing II atas segala kesabaran dalam membimbing ilmu, arahan, motivasi, semangat, waktu, dan perannya sebagai bapak bagi penulis selama bimbingan yang membuat penulis terus semangat menyelesaikan studi di Matematika Terapan IPB *University*.
3. Seluruh dosen Matematika Terapan IPB *University* atas ilmu yang telah diberikan kepada penulis.
4. Seluruh staff Matematika Terapan IPB *University* atas segala bantuan selama perkuliahan dan proses penyelesaian karya ilmiah ini.
5. Kedua sahabatku dan teman-teman mahasiswa Matematika Terapan IPB *University* khususnya Angkatan 59 atas dukungan, bantuan, dan doa selama proses penyelesaian karya ilmiah ini.
6. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian karya ilmiah ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari tulisan ini masih terdapat kekurangan dan jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, dibutuhkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca. Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2025

Winda Nur Annisa

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan penelitian	4
1.3 Kebaruan	4
II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Hepatitis B (HBV)	5
2.2 <i>Human Immunodeficiency Virus</i> (HIV)	6
2.3 Kestabilan Titik Tetap	7
2.4 Kriteria Nilai Eigen	8
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz	8
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	9
2.7 Kontrol Optimum	9
2.8 Prinsip Maksimum Pontryagin	9
2.9 Metode Runge-Kutta Orde Empat	10
2.10 <i>Forward-Backward Sweep Method</i>	11
2.11 Analisis Efektivitas Biaya	11
III METODE	13
3.1 Tahapan Penelitian	13
3.2 Diagram Alur Penelitian	14
IV MODEL KOINFEKSI HIV/AIDS DAN HEPATITIS B	15
4.1 Perumusan Model	15
4.2 Model Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B	17
4.3 Model Kontrol Optimum Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B	20
V HASIL DAN PEMBAHASAN	25
5.1 Penentuan Titik Tetap	25
5.2 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	28
5.3 Konstruksi Matriks Jacobi	30
5.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap Bebas Penyakit	32
5.5 Analisis Kontrol Optimal	38
5.6 Penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin	39
5.7 Simulasi Numerik Model Koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B	43
5.8 Analisis Efektivitas Biaya	69
VI SIMPULAN DAN SARAN	74
6.1 Simpulan	74
6.2 Saran	75
DAFTAR PUSTAKA	76
LAMPIRAN	83
RIWAYAT HIDUP	110



DAFTAR TABEL

1	Penetapan variabel kontrol	20
2	Parameter dan deskripsi model	23
3	Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi	42
4	Strategi pemberian kontrol beserta deskripsi variabel kontrol	51
5	Hasil perhitungan <i>benefit</i> dan total biaya pada setiap strategi	69
6	Hasil perhitungan ACER pada setiap strategi	69

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alur langkah penelitian	14
2	Diagram model koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B tanpa kontrol	18
3	Diagram model koinfeksi HIV/AIDS dan Hepatitis B dengan kontrol	22
4	Dinamika populasi model HIV/AIDS tanpa kontrol saat $\mathcal{R}_{0_h} < 1$	45
5	Dinamika populasi model Hepatitis B tanpa kontrol saat $\mathcal{R}_{0_b} < 1$	46
6	Dinamika populasi model Koinfeksi tanpa kontrol saat $\mathcal{R}_{0_{hb}} < 1$	49
7	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 1	52
8	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 2	54
9	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 3	55
10	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 4	57
11	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 5	58
12	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 6	60
13	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 7	61
14	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 8	63
15	Dinamika populasi individu terinfeksi pada strategi 9	64
16	Subpopulasi individu terinfeksi HIV/AIDS pada 9 strategi	66
17	Subpopulasi individu terinfeksi Hepatitis B pada 9 strategi	67
18	Subpopulasi individu terinfeksi kedua penyakit pada 9 strategi	68

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap bebas penyakit	84
2	Penentuan titik tetap endemik dengan bantuan <i>software</i> Wolfram Mathematica 12.3	86
3	Konstruksi Matriks Jacobi	87
4	Plot model matematika dengan <i>software</i> Wolfram Mathematica 12.3	93
5	Simulasi numerik kontrol optimal dengan bantuan <i>software</i> Scilab 2024	95



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University