



## **ANALISIS DINAMIKA SISTEM PERSAMAAN SCHRÖDINGER DENGAN VARIASI MEDAN POTENSIAL**

**SULTON HILALQI**



**DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2025**

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



## **PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Dinamika Sistem Persamaan Schrödinger dengan Variasi Medan Potensial” adalah benar karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2025

*Sulton Hilalqi*  
G7401211008

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



## ABSTRAK

SULTON HILALQI. Analisis Dinamika Sistem Persamaan Schrödinger dengan Variasi Medan Potensial. Dibimbing oleh HUSIN ALATAS dan HENDRADI HARDHIENATA.

Persamaan Schrödinger merupakan fondasi utama dalam mekanika kuantum. Dengan membuat suatu set persamaan dinamika sistem dari persamaan Schrödinger tak bergantung waktu, dapat dianalisis kestabilannya melalui pencarian titik kritis, karakteristik nilai eigen, dan bifurkasi yang muncul akibat variasi parameter energi. Dinamika fungsi gelombang dalam berbagai bentuk potensial, baik yang memiliki bentuk fungsi eksplisit (seperti sinh, cosh, dan lainnya) maupun yang bersifat dinamis tanpa bentuk eksplisit, dianalisis menggunakan simulasi numerik di MATLAB. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa nilai energi tertentu menghasilkan fungsi gelombang yang mengalami peluruhan atau pertumbuhan, serta menunjukkan fenomena osilasi. Selain itu, pendekatan ini berhasil memprediksi kuantisasi tingkat energi dan menunjukkan jenis bifurkasi non-klasik yaitu bifurkasi saddle-center. Studi ini memperlihatkan bahwa pendekatan dinamika sistem dapat menjadi alternatif dalam memahami perilaku sistem kuantum pada medan potensial kompleks yang sulit diselesaikan secara analitik.

Kata kunci: autonomous, bifurcation, dynamical system, Schrödinger equation, subroutine ODE

## ABSTRACT

SULTON HILALQI. On Dynamical System Analysis of Schrödinger Equation with Potential Field Variations. Supervised by HUSIN ALATAS and HENDRADI HARDHIENATA.

The Schrödinger equation is a fundamental cornerstone in quantum mechanics. By formulating a set of dynamical system equations from the one-dimensional time-independent Schrödinger equation, its stability can be analyzed through the identification of critical points, eigenvalue characteristics, and bifurcations arising from variations in the energy parameter. The dynamics of the wave function under various potential forms—both with explicit functional expressions (such as sinh, cosh, and others) and dynamic potentials without explicit forms—are analyzed using numerical simulations in MATLAB. The numerical simulation results show that certain energy values lead to wave functions that decay or grow, as well as exhibit oscillatory behavior. Furthermore, this approach successfully predicts energy level quantization and reveals non-classical bifurcation transitions, specifically saddle-center bifurcations. This study demonstrates that the dynamical systems approach can serve as an alternative for understanding the behavior of quantum systems in complex potential fields that are difficult to solve analytically.

*Keywords:* autonomous, bifurcation, dynamical system, Schrödinger equation, subroutine ode



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah,
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.*



## **ANALISIS DINAMIKA SISTEM PERSAMAAN SCHRÖDINGER DENGAN VARIASI MEDAN POTENSIAL**

*@Hak cipta milik IPB University*

**SULTON HILALQI**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk melaksanakan penelitian di  
Departemen Fisika

**DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2025**

**IPB University**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Pengaji pada Ujian Skripsi:

Prof. Dr. R. Tony Ibnu Sumaryada Wijaya P., S.Si., M.Si.  
Dr. Heriyanto Syafutra, S.Si., M.Si.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## **LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

Judul Skripsi : Analisis Dinamika Sistem Persamaan Schrödinger dengan Variasi Medan Potensial  
Nama : Sultan Hilalqi  
NIM : G7401211008

Disetujui oleh



Pembimbing 1 :

Prof. Dr. Husin Alatas, M.Si.  
NIP. 19710604 199802 1 001



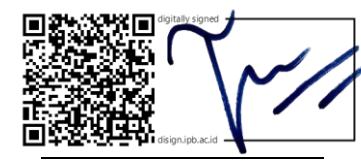
Pembimbing 2 :

Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata, M.Si.  
NIP. 19830114 200812 1 001

Diketahui oleh

Ketua Departemen Fisika :

Prof. Dr. R. Tony I. Sumaryada W. P., M.Si.  
NIP. 19720519 199702 1 001



Tanggal Ujian : 7 Juli 2025

Tanggal Lulus :



- Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini. Penelitian ini berjudul analisis dinamika sistem persamaan schrödinger dengan variasi medan potensial. Adapun penelitian ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana di Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor. Terima kasih penulis ucapan kepada:
1. Orang tua tercinta, Alm. Bapak Waris dan Ibu Siti Sri Ruhmiyati, Kakak dan adik tercinta, atas doa, dukungan dan kasih sayang sepanjang hidup penulis.
  2. Bapak Prof. Husin Alatas dan Bapak Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata yang sudah membimbing serta memberikan saran kepada penulis selama proses penelitian. Tidak lupa juga kepada Bapak Prof. Tony Ibnu Sumaryada W. P. dan Bapak Dr. Heriyanto Syafutra yang sudah memberikan kritikan dan saran terkait penelitian serta kepenulisan. Seluruh staff pengajar Departemen Fisika IPB yang telah memberikan ilmu pengetahuan selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Fisika.
  3. Staff pelayanan mahasiswa departemen fisika, atas bantuannya selama perjalanan akademik penulis di Departemen Fisika IPB.
  4. Rekan-rekan seperjuangan fisika dan seluruh rekan mahasiswa IPB angkatan 58 yang telah bersamai penulis selama menempuh pendidikan di Departemen Fisika IPB.

Penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini lebih baik serta bermanfaat bagi penulis dan para pembaca.

Bogor, Juli 2025

*Sulton Hilalqi*



<b>DAFTAR GAMBAR</b>	xiv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b>	xiv
<b>I PENDAHULUAN</b>	1
1.1    Latar Belakang	1
1.2    Perumusan Masalah	1
1.3    Tujuan Penelitian	2
1.4    Manfaat Penelitian	2
1.5    Ruang Lingkup Penelitian	2
<b>II TINJAUAN PUSTAKA</b>	3
2.1    Fisika Kuantum	3
2.2    Persamaan Schrödinger	3
2.3    Dinamika Sistem	4
2.4    Persamaan Diferensial Biasa	5
<b>III METODE PENELITIAN</b>	6
3.1    Waktu dan Tempat	6
3.2    Alat	6
3.3    Prosedur Penelitian	6
3.3.1    Analisis Bifurkasi dari Pemodelan Dinamika Sistem	6
3.3.2    Analisis Numerik dengan MATLAB	7
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	8
4.1    Analisis Bifurkasi Sistem	8
4.2    Analisis Hasil Simulasi Numerik dalam Berbagai Potensial	18
<b>V SIMPULAN DAN SARAN</b>	39
5.1    Simpulan	39
5.2    Saran	39
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	40
<b>LAMPIRAN</b>	42
<b>RIWAYAT HIDUP</b>	60

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak mengugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



<b>DAFTAR GAMBAR</b>	
Gambar 1 Contoh kasus potensial terperturbasi	7
Gambar 2 Ruang fasa V1 dan V2 yang berbentuk sadel	9
Gambar 3 Ruang fasa $\psi_1, \psi_2$ untuk : (a) $E > 0$ , (b) $E = 0$ , (c) $E < 0$	10
Gambar 4 Ruang fasa $\psi_1, \psi_2, V_1$ untuk $E > 0$ , di sekitar titik kritis $V_1 = 0$	11
Gambar 5 Ruang Fasa $\psi_1, \psi_2, V_1$ untuk $E > 0$ , ketika melewati suatu titik balik	12
Gambar 6 Hasil simulasi numerik fungsi gelombang yang secara eksponensial cenderung bertumbuh ke tak hingga ( <i>growth</i> )	13
Gambar 7 Hasil simulasi numerik fungsi gelombang yang secara eksponensial cenderung meluruh menuju 0 ( <i>decay</i> )	14
Gambar 8 Bentuk <i>airy function</i>	14
Gambar 9 Plot perbandingan solusi numerik dengan solusi analitik dinamika sistem, (a) $n = 1$ dan (b) $n = 21$	15
Gambar 10 Medan potensial sinh dengan satu dinding tak hingga di $x = 0$	16
Gambar 11 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ ) untuk masing-masing tingkat energi	17
Gambar 12 Hasil simulasi numerik persamaan kasus dinamika 1	20
Gambar 13 Hasil simulasi numerik $\psi_1$	21
Gambar 14 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang dihasilkan	22
Gambar 15 Hasil simulasi numerik $\psi_1$ , (a) solusi non-eigen dan (b) solusi eigen	23
Gambar 16 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang dihasilkan	25
Gambar 17 Hasil simulasi numerik $\psi_1$	25
Gambar 18 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang diterapkan	27
Gambar 19 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ )	28
Gambar 20 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang diterapkan	29
Gambar 21 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ )	30
Gambar 22 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang diterapkan	32
Gambar 23 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ )	33
Gambar 24 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang diterapkan	34
Gambar 25 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ )	35
Gambar 26 (a) Ruang fasa $V_1$ dan $V_2$ , (b) Fungsi potensial yang diterapkan	37
Gambar 27 Hasil simulasi numerik solusi eigen fungsi gelombang ( $\psi_1$ )	38

## **DAFTAR TABEL**

Tabel 1 Nilai eigen hasil numerik kasus potensial kotak tak hingga + sinh	18
Tabel 2 Nilai eigen hasil numerik kasus cosh	28
Tabel 3 Nilai energi hasil numerik kasus potensial kotak tak hingga + tanh	31
Tabel 4 Nilai eigen hasil numerik kasus potensial kotak tak hingga + csch	33
Tabel 5 Nilai eigen hasil numerik kasus potensial kotak tak hingga + sech	36
Tabel 6 Nilai eigen hasil numerik kasus potensial kotak tak hingga + coth	38



## **DAFTAR LAMPIRAN**

Lampiran 1 Diagram alir pelaksanaan penelitian	43
Lampiran 2 Tabel rencana jadwal kegiatan penelitian	44
Lampiran 3 Solusi Dinamika Sistem dengan Pendekatan Analitik untuk Kasus Potensial Sinus Hiperbolik	45
Lampiran 4 Linearisasi Matriks Jacobian	52
Lampiran 5 Kodingan MATLAB	59

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.