

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN HEPATITIS B DENGAN KOMPARTEMEN PENGOBATAN

RAUDAH RIZKY RAMADHANI SIREGAR



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan pada Model Matematika Penyebaran Hepatitis B dengan Kompartemen Pengobatan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2025

Raudah Rizky Ramadhani Siregar
G5401211016



ABSTRAK

RAUDAH RIZKY RAMADHANI SIREGAR. Analisis Kestabilan pada Model Matematika Penyebaran Hepatitis B dengan Kompartemen Pengobatan. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Hepatitis B merupakan salah satu masalah kesehatan global yang disebabkan oleh virus hepatitis B (HBV) dan dapat menyebar melalui kontak dengan darah atau cairan tubuh yang terinfeksi. Penyakit ini dapat bersifat akut maupun kronis, dengan risiko komplikasi serius seperti sirosis dan kanker hati. Penelitian ini merekonstruksi model matematika penyebaran hepatitis B. Analisis menunjukkan adanya dua titik tetap dan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) yang kemudian digunakan untuk melakukan analisis sensitivitas parameternya. Kestabilan titik tetap ditentukan oleh nilai $\mathcal{R}_0$. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal dan global, sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat tidak stabil. Berdasarkan analisis sensitivitas, parameter laju penularan individu yang terinfeksi (β_1) dan laju transisi dari populasi yang dirawat menjadi sembuh (σ_4) memiliki pengaruh signifikan terhadap penyebaran virus. Pengurangan laju penularan serta peningkatan laju kesembuhan dapat menekan penyebaran penyakit hepatitis B.

Kata kunci: analisis kestabilan, hepatitis B, terinfeksi, sembuh.

ABSTRACT

RAUDAH RIZKY RAMADHANI SIREGAR. Stability Analysis of Mathematical Model of Hepatitis B Spread with Treatment Compartment. Supervised by JAHARUDDIN and TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Hepatitis B is a global health problem caused by the hepatitis B virus (HBV) and can be spread through contact with infected blood or body fluids. This disease can be acute or chronic, with the risk of serious complications such as cirrhosis and liver cancer. This study reconstructs a mathematical model of the spread of hepatitis B. The analysis shows that there are two fixed points and a basic reproduction number ($\mathcal{R}_0$) which are then used to conduct a sensitivity analysis of its parameters. The stability of the fixed point is determined by the value of $\mathcal{R}_0$. If $\mathcal{R}_0 < 1$, then the disease-free fixed point is asymptotically stable locally and globally, while if $\mathcal{R}_0 > 1$, then the disease-free fixed point is unstable. Based on the sensitivity analysis, the parameters of the transmission rate of infected individuals (β_1) and the transition rate from the treated population to cured (σ_4) have a significant effect on the spread of the virus. Reducing the transmission rate and increasing the recovery rate can suppress the spread of hepatitis B.

Keywords: hepatitis B, cured, infected, stability analysis.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS KESTABILAN PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN HEPATITIS B DENGAN KOMPARTEMEN PENGOBATAN

RAUDAH RIZKY RAMADHANI SIREGAR

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.



IPB University
— Bogor Indonesia —

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University

Judul Skripsi : Analisis Kestabilan pada Model Matematika Penyebaran Hepatitis B dengan Kompartemen Pengobatan

Nama : Raudah Rizky Ramadhani Siregar

NIM : G5401211016

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:
Teduh Wulandari Mas'oad, S.Si., M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
NIP 197902272005011001



Tanggal Ujian:
10 Juni 2025

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2024 sampai bulan Juli 2025 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Analisis Kestabilan pada Model Matematika Penyebaran Hepatitis B dengan Kompartemen Pengobatan”.

Proses penulisan karya ilmiah ini melibatkan berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Aulia Siregar, Ibu Henny Yusita Dalimunthe, Arfah Julayza Siregar, dan Masyitoh Gama Putri Siregar selaku ayah, ibu, kakak, dan adik penulis yang senantiasa selalu memberikan dukungan, doa, dan semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini,
2. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. dan Teduh Wulandari Mas'ood, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah membimbing dan banyak memberi saran serta motivasi kepada penulis,
3. Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen penguji yang telah meluangkan waktu serta memberikan kritik dan saran dalam penyempurnaan karya ilmiah ini,
4. Dr. Ir. Fahren Bukhari, M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik saya selama menempuh studi di Program Studi Matematika,
5. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan pada program studi Matematika atas ilmu dan bantuan yang diberikan selama perkuliahan dan dalam proses karya ilmiah ini,
6. Ahmad Nawawi, Aulia Rizky Nugraheni dan Rhafy Andhika Yanori selaku teman satu bimbingan yang telah membantu dan membersamai penulis selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
7. Febby Dwi Kurniawati, Nyala Nazwa Muqniza, dan Lutfi Syahreza Lubis selaku teman penulis yang telah memberikan bantuan, dukungan, doa, dan semangat selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
8. Keluarga besar Matematika 58 yang telah menemani dan membersamai penulis selama perkuliahan,
9. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juli 2025

Raudah Rizky Ramadhani Siregar



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	5
2.7 Fungsi Lyapunov	6
2.8 <i>LaSalle's Invariance Principle</i>	7
2.9 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Model Matematika	9
4.2 Eksistensi Solusi	11
4.3 Titik Tetap Bebas Penyakit	12
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	13
4.5 Titik Tetap Endemik	15
4.6 Analisis Kestabilan Titik Tetap	16
4.7 Simulasi Numeriks	21
V SIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Simpulan	29
5.2 Saran	29
DAFTAR PUSTAKA	30
LAMPIRAN	32
RIWAYAT HIDUP	58



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter pada sistem persamaan (11)	10
2	Nilai parameter pada sistem persamaan (11)	22
3	Hasil simulasi σ_4 terhadap $\mathcal{R}_0$	22
4	Nilai indeks sensitivitas	24
5	Hasil simulasi laju penularan individu yang terinfeksi β_1 terhadap $\mathcal{R}_0$	25
6	Hasil simulasi laju pengobatan terhadap populasi yang sembuh σ_4 terhadap $\mathcal{R}_0$	26

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir metode penelitian	8
2	Diagram Kompartemen penyebaran penyakit hepatitis B	9
3	Nilai parameter σ_4 yang $\mathcal{R}_0 > 1$	23
4	Nilai parameter σ_4 yang $\mathcal{R}_0 < 1$	23
5	Dinamika populasi terinfeksi dengan variasi nilai β_1	26
6	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai σ_4	27

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan Titik Tetap Bebas Penyakit dan Titik Tetap Endemik	33
2	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	33
3	Analisis Kestabilan Lokal Titik Tetap Bebas Penyakit	35
4	Penentuan Nilai Indeks Sensitivitas	35
5	Perubahan Parameter σ_4 terhadap penurunan $\mathcal{R}_0$	37
6	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter β_1	42
7	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter β_1	46
8	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter σ_4	50
9	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter σ_4	55