

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SEIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19

ALFATH FATHAN FIRDAUS



DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Covid-19” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Januari 2025

Alfath Fathan Firdaus
G5401201068

ABSTRAK

ALFATH FATHAN FIRDAUS. Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Covid-19. Dibimbing oleh PAIAN SIANTURI dan ALI KUSNANTO.

Penelitian ini menggunakan model matematika SEIR (*Susceptible-Exposed-Infected-Recovered*) untuk menganalisis dinamika penyebaran Covid-19. Penelitian ini mencakup penentuan titik tetap bebas penyakit dan endemik, analisis kestabilan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz, serta perhitungan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) melalui metode matriks *next generation*. Simulasi numerik digunakan untuk melihat bagaimana variabel seperti laju transmisi, vaksinasi, dan laju pemulihan memengaruhi dinamika penyebaran penyakit. Hasil analisis menunjukkan bahwa $\mathcal{R}_0 < 1$ menunjukkan bahwa penyakit akan hilang, sedangkan $\mathcal{R}_0 > 1$ menunjukkan bahwa kondisi menjadi endemik. Simulasi menunjukkan bahwa pengurangan kontak, peningkatan laju vaksinasi, dan peningkatan pengobatan secara signifikan dapat mengurangi nilai $\mathcal{R}_0$, mengurangi jumlah kasus infeksi, dan mempercepat waktu pengendalian wabah.

Kata kunci: analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, Covid-19, SEIR, simulasi numerik.

ABSTRACT

ALFATH FATHAN FIRDAUS. Stability Analysis of SEIR Mathematical Model on the Spread of Covid-19 Disease. Supervised by PAIAN SIANTURI and ALI KUSNANTO.

This study uses the SEIR (*Susceptible-Exposed-Infected-Recovered*) mathematical model to analyze the dynamics of the spread of Covid-19. The study includes the determination of disease-free and endemic fixed points, stability analysis using the Routh-Hurwitz criterion, and calculation of the basic reproduction number ($\mathcal{R}_0$) through the next generation matrix method. Numerical simulations are used to see how variables such as transmission rate, vaccination, and recovery rate affect the dynamics of disease spread. The analysis shows that $\mathcal{R}_0 < 1$ indicates that the disease will disappear, while $\mathcal{R}_0 > 1$ indicates that the condition becomes endemic. Simulations show that reducing contacts, increasing the vaccination rate, and increasing treatment can significantly reduce the $\mathcal{R}_0$ value, reduce the number of infectious cases, and speed up the outbreak control time.

Keywords: basic reproduction number, Covid-19, numerical simulation, SEIR, stability analysis.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SEIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19

ALFATH FATHAN FIRDAUS

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Covid-19

Nama : Alfath Fathan Firdaus

NIM : G50401201068

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dr. Drs. Paian Sianturi

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika

Prof. Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 4 Desember 2024

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Oktober 2023 sampai bulan November 2024 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyakit Covid-19”. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Harianto, Ibu Jamilah, Izza Zam'an Firdaus, Fatwa Akbar Firdaus, dan Hawa Ashfi Firdausi selaku ayah, ibu, dan kakak-kakak saya yang senantiasa mendukung dan mendoakan saya sepanjang hidup,
2. Dr. Drs. Paian Sianturi selaku pembimbing pertama dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si selaku pembimbing kedua atas segala ilmu, bimbingan, motivasi, kritik maupun saran sehingga karya ilmiah ini dapat terselesaikan dengan baik,
3. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan proses penyelesaian karya ilmiah ini,
4. Banissa Fathimatuzzaahra Hernawan, Rizka Dwi Andriani, dan Tazkia Nuur Hafizha selaku teman satu bimbingan penulis yang telah memberikan dukungan, semangat selama menyelesaikan tugas akhir ini,
5. Ahmad Nawawi dan David Vijanarco Martal selaku teman penulis yang selalu bersedia untuk memberikan saran dan bantuan,
6. Avina, Farah, Epin, Ravasya, Wilda, Dandi, Sapto, Denanda, Fanny, Shiva, Salsa, Fakhira selaku teman terdekat penulis yang telah memberikan semua bantuan, motivasi, doa, canda, tawa, dan kenangan indah selama perkuliahan,
7. Nizamudin, Tsaqif, dan Ridwan selaku teman kontrakan yang selalu menemani hari-hari penulis selama berkuliah di IPB University,
8. Paslam, Jogja, WC Terbang, dan Kelompok 8 sebagai grup WA yang selalu kebersamai penulis selama perkuliahan,
9. Teman-teman Internal Gumatika FMIPA IPB yang telah menjadi rumah serta kebersamai penulis untuk berkembang selama perkuliahan,
10. Seluruh teman Matematika angkatan 57 yang tidak dapat disebutkan satu-persatu atas dukungan dan doa,
11. Arsenal dan JKT48 sebagai *club* bola favorit saya sejak kecil dan *idol* grup kesukaan saya yang membuat saya senang, sedih, bahagia, dan terharu selama saya berkuliah.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Januari 2025

Alfath Fathan Firdaus

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial dan Nilai Eigen	3
2.2 Bilangan Reproduksi Dasar	3
2.3 Kestabilan Titik Tetap	4
2.4 Kriteria Routh-Hurwitz	4
2.5 Analisis Sensitivitas	5
III METODE PENELITIAN	6
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	7
4.1 Formulasi Model	7
4.2 Penentuan Titik Tetap	8
4.3 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar ($\mathcal{R}_0$)	9
4.4 Analisis Kestabilan Titip Tetap	10
4.5 Simulasi Numerik	12
V SIMPULAN DAN SARAN	19
5.1 Simpulan	19
5.2 Saran	19
DAFTAR PUSTAKA	20
LAMPIRAN	22
RIWAYAT HIDUP	30



DAFTAR TABEL

1	Model parameter dan deskripsi	8
2	Nilai parameter persamaan karakteristik	12
3	Nilai indeks sensitivitas	13
4	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter β	14
5	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter ν	15
6	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter α	17

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram penyebaran penyakit pandemik Covid-19 tipe SEIR (dimodifikasi dari Annas <i>et al.</i> 2020)	7
2	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai β	14
3	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai β	15
4	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai ν	16
5	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai ν	16
6	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai α	17
7	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai α	17
8	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai α	18

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap	23
2	Bilangan reproduksi dasar	24
3	Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit	25
4	Analisis kestabilan titik tetap endemik	27
5	Nilai indeks sensitivitas	28
6	Simulasi numerik	29