

PENGARUH INTERAKSI POPULASI PATOGEN TERHADAP KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK

FATIKA RAHMA FEBRIYANTI



DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Pengaruh Interaksi Populasi Patogen terhadap Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Campak” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Oktober 2024

Fatika Rahma Febriyanti
G5401201064

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



ABSTRAK

FATIKA RAHMA FEBRIYANTI. Pengaruh Interaksi Populasi Patogen terhadap Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Campak. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO

Penyakit campak merupakan penyakit yang disebabkan oleh *morbillivirus* dan sangat menular. Tingkat penyebaran penyakit campak dari satu individu ke individu lain sangat tinggi, yaitu lebih dari 90%. Penyakit campak dapat menyebar dengan cepat melalui udara, terutama melalui percikan air liur saat orang yang terinfeksi batuk atau bersin. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi model matematika pada penyebaran penyakit campak, menganalisis kestabilan titik tetap, melakukan analisis sensitivitas, dan melakukan simulasi numerik. Analisis kestabilan pada titik tetap bebas penyakit menunjukkan bahwa kestabilan lokal terjadi jika bilangan reproduksi dasar kurang dari 1. Sementara itu, pada titik tetap endemik, kestabilan lokal terjadi jika bilangan reproduksi dasar lebih besar dari 1. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa untuk menekan penyebaran penyakit campak, dapat dilakukan dengan peningkatan laju vaksinasi individu rentan atau mengurangi individu yang terinfeksi.

Kata kunci: analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, campak

ABSTRACT

FATIKA RAHMA FEBRIYANTI. The Effect of Pathogen Population Interaction on the Stability of the Mathematical Model of Measles Disease Spread. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Measles is a disease caused by a *morbillivirus* and is highly contagious. The transmission rate of measles from one individual to another is very high, at more than 90%. Measles can spread rapidly through the air, especially through respiratory droplets when an infected person coughs or sneezes. This study aims to reconstruct a mathematical model for the spread of measles, analyze the stability of equilibrium points, conduct sensitivity analysis, and perform numerical simulations. The stability analysis of the disease-free equilibrium point shows that local stability occurs when the basic reproduction number is less than 1. Meanwhile, at the endemic equilibrium point, local stability occurs if the basic reproduction number is greater than 1. Numerical simulations were conducted to illustrate population dynamics under the various parameter changes. The results of numerical simulations indicate that controlling the spread of measles can be achieved by increasing the vaccination rate among vulnerable individuals or reducing the number of infected individuals.

Keywords: basic reproduction number, measles, stability analysis



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

PENGARUH INTERAKSI POPULASI PATOGEN TERHADAP KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK

FATIKA RAHMA FEBRIYANTI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Penguji pada Ujian Skripsi:
Teduh Wulandari Mas' oed, S.Si., M.Si.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Skripsi : Pengaruh Interaksi Populasi Patogen terhadap Kestabilan Model
Matematika Penyebaran Penyakit Campak

Nama : Fatika Rahma Febriyanti

NIM : G5401201064

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika:

Prof. Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 20 Agustus 2024

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2023 sampai bulan Juni 2024 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Pengaruh Interaksi Populasi Patogen terhadap Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Campak”.

Proses penulisan karya ilmiah ini melibatkan berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Sunarto, Ibu Wiwik Retno Widayati, dan Handoyo Firman selaku ayah, ibu, dan adik penulis yang senantiasa selalu memberikan dukungan, doa, dan semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini,
2. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah membimbing dan banyak memberi saran serta motivasi kepada penulis,
3. Teduh Wulandari Mas'ood, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah meluangkan waktu serta memberikan kritik dan saran dalam penyempurnaan karya ilmiah ini,
4. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika atas ilmu dan bantuan yang diberikan selama perkuliahan dan dalam proses karya ilmiah ini,
5. Nisriina Aqiilah Nur Yuda dan Ahmad Nawawi selaku teman satu bimbingan yang telah membantu dan membersamai penulis selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
6. Nindi Kusumawati dan Aufalonisya Elhadjna Utama selaku teman penulis yang telah memberikan bantuan, dukungan, doa, dan semangat selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
7. Muhammad Faisal Setiawan selaku teman dekat penulis yang senantiasa membersamai penulis dan selalu mendengarkan keluh kesah penulis serta memberikan dukungan dan semangat kepada penulis selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
8. Keluarga besar Matematika 57 yang telah menemani dan membersamai penulis selama perkuliahan,
9. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Oktober 2024

Fatika Rahma Febriyanti



DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	4
2.5 Kestabilan Titik Tetap	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	6
2.7 Fungsi Lyapunov dan La Salle's <i>Invariance Principle</i>	6
2.8 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Model Matematika	9
4.2 Eksistensi Solusi	11
4.3 Titik Tetap	13
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	13
4.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap	14
4.6 Analisis Sensitivitas	19
4.7 Simulasi Numerik	21
V SIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Simpulan	29
5.2 Saran	29
DAFTAR PUSTAKA	30
LAMPIRAN	32
RIWAYAT HIDUP	53



DAFTAR TABEL

1	Deksripsi parameter pada penyebaran penyakit campak	10
2	Nilai parameter pada sistem persamaan (7)	20
3	Nilai indeks sensitivitas	20
4	Hasil simulasi laju individu rentan menerima vaksinasi terhadap dinamika populasi	21
5	Hasil simulasi laju penyebaran penyakit melalui patogen terhadap dinamika populasi	24
6	Hasil simulasi laju penyebaran patogen oleh individu terinfeksi	26

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	8
2	Diagram model kompartemen penyebaran penyakit campak	9
3	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai η	22
4	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai η	22
5	Dinamika populasi tervaksinasi rentan dengan variasi nilai η	22
6	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi nilai η	23
7	Dinamika populasi patogen dengan variasi nilai η	23
8	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai β_2	24
9	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai β_2	25
10	Dinamika populasi individu tervaksinasi dengan variasi nilai β_2	25
11	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi nilai β_2	25
12	Dinamika populasi patogen dengan variasi nilai β_2	25
13	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi θ	27
14	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi θ	27
15	Dinamika populasi individu tervaksinasi dengan variasi θ	27
16	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi θ	28
17	Dinamika populasi patogen dengan variasi θ	28

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik	33
2	Penentuan bilangan reproduksi dasar	34
3	Pembuktian kriteria Castillo-Chavez	36
4	Penentuan nilai indeks sensitivitas	37
5	Penentuan bilangan reproduksi dasar, ketabilan titik tetap, dan simulasi numerik untuk dinamika populasi individu η	38
6	Penentuan bilangan reproduksi dasar, ketabilan titik tetap, dan simulasi numerik untuk dinamika populasi individu β_2	43
7	Penentuan bilangan reproduksi dasar, ketabilan titik tetap, dan simulasi numerik untuk dinamika populasi individu θ	48