(17)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

"Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika
Untuk Indonesia yang Lebih Baik "

Penyelenggara :
Jurusan Pendidikan Matematika
FMIPA UNY

Prosiding dapat diakses:
http://eprints.uny.ac.id/view/subjects/snmpm2013.html

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

"Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika Untuk Indonesia yang Lebih Baik "

Yogyakarta, 9 November 2013

Penyelenggara :
Jurusan Pendidikan Matematika
FMIPA UNY

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
2013

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

9 November 2013 FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Artikel-artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan pada
Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika
pada tanggal 9 November 2013
di Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Tim Penyunting Artikel Seminar :

1. **Prof. Dr. Rusgianto**
2. **Prof. Dr. Marsigit**
3. **Dr. Hartono**
4. **Dr. Jailani**
5. **Dr. Djamilah BW**
6. **Dr. Ali Mahmudi**
7. **Dr. Sugiman**
8. **Dr. Agus Maman Abadi**
9. **Dr. Dhoriva UW**

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
2013

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA 2011

"Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika Untuk Indonesia yang Lebih Baik "
9 November 2013

Diselenggarakan oleh:
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Diterbitkan oleh
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Kampus Karangmalang, Sleman, Yogyakarta

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
UNY, 2013

Cetakan ke - 1
Terbitan Tahun 2013
Katalog dalam Terbitan (KDT)
Seminar Nasional (2013 November 9: Yogyakarta)
Prosiding/ Penyunting: Rusgianto [et.al] - Yogyakarta: FMIPA
Editor : Nur Hadi W [et.al] - Yogyakarta: FMIPA
Universitas Negeri Yogyakarta, 2013
ISBN: 978-979-16353-9-4

978-979-16353-9-4

Penyuntingan semua tulisan dalam prosiding ini dilakukan oleh Tim Penyunting Seminar Nasional MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA 2013 dari Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Prosiding dapat diakses:

http://eprints.uny.ac.id/view/subjects/snmpm2013.html

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

T - 24

MANAJEMEN RISIKO DENGAN MENGGUNAKAN LEVY COPULA

Retno Budiarti[1], I Gusti Putu Purnaba[2]
[1,2] Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Imu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor
Jln. Meranti, Kampus IPB Dramaga, Bogor 16680, Indonesia
[1]retno.budiarti@gmail.com, [2]purnaba@gmail.com

Abstrak

Saat ini, mengukur dan mengelola risiko keuangan berada di garis depan penelitian keuangan kuantitatif, terutama pada saat terjadi gejolak di pasar keuangan. Teknik-teknik pemodelan risiko tradisional bergantung pada asumsi bahwa imbal hasil (*return*) menyebar normal (asumsi kenormalan). Hal ini sulit dipenuhi pada situasi riil, terutama pada pasar keuangan yang mengalami distress, seperti yang ditunjukkan pada krisis keuangan baru-baru ini. Mengevaluasi instrumen keuangan dan portofolio yang kompleks dibutuhkan analisis peubah ganda (multivariate analisis). Fungsi sebaran bersama copula memberikan cara yang tidak sulit untuk memisahkan perilaku fungsi peluang marginal dari fungsi sebaran bersamanya. Menggambarkan pergerakan/dinamika harga aset menggunakan *Geometric Brownian motion* mempunyai kelemahan yang serius, yaitu asumsi kenormalan dari sebaran imbal hasil, akibatnya tidak dapat digunakan untuk menganalisis data riil dari harga aset yang mengalami lompatan (*jump*) besar. Proses Levy dapat memecahkan masalah analisis data harga aset yang mengalami lompatan (*jump*) tersebut, Pada penelitian ini kami menggabungkan pemodelan Levy dengan pemodelan copula untuk sebaran bersama dari imbal hasil, yang disebut dengan Levy copula. Cara sistematis untuk menggambarkan struktur ketakbebasan dari 2 peubah acak adalah menggunakan fungsi copula. Pengembangan gagasan ini untuk kasus proses Levy adalah gagasan Levy copula yang menyediakan cara sistematis untuk membentuk proses Levy multivariat dari proses Levy satu dimensi. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa jika komponen pembentuk Levy multivariate berbeda maka proses lompatannya juga berbeda baik frekuensi maupun besar lompatan.

Kata kunci : manajemen risiko, ketidakbebasan (*dependence*), lompatan (*jump*), Levy copula.

A. PENDAHULUAN

Setiap kegiatan manusia, individu maupun kelompok/institusi, selalu menghadapi ketidakpastian yang dapat menimbulkan kerugian maupun keuntungan. Ketidakpastian yang dapat menimbulkan kerugian disebut dengan risiko. Salah satu upaya manusia untuk memperkecil risiko yang akan dihadapinya adalah dengan cara melakukan managemen risiko (mengelola risiko). Isu sentral dalam managemen risiko modern adalah pengukuran risiko.

Ada beberapa ukuran risiko yaitu *Value at Risk* (VaR), *Mean*-VaR, *Expected Shortfall* (ES), dan lain-lain. Ada beberapa pendekatan dalam pengukuran risiko, di antaranya adalah pengukuran risiko berdasarkan sebaran kerugian (*loss distribution*), dan VaR adalah salah satu ukuran risiko yang berdasarkan sebaran kerugian.

Saat ini, mengukur dan mengelola risiko keuangan berada di garis depan penelitian keuangan kuantitatif, terutama pada saat terjadi gejolak di pasar keuangan. Permasalahannya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

adalah banyak negara atau institusi keuangan menghadapi kegagalan dalam mengelola risiko keuangan karena menggunakan metode atau teknik-teknik pemodelan risiko yang tradisional. Setiap individu atau institusi yang melakukan transaksi di pasar keuangan, pastilah mengharapkan imbal hasil (*return*). Imbal hasil yang positif merupakan keuntungan, tetapi imbal hasil yang negatif merupakan kerugian (*loss*) bagi pelaku pasar keuangan tersebut. Teknik-teknik pemodelan risiko tradisional bergantung pada asumsi bahwa imbal hasil menyebar normal (asumsi kenormalan). Asumsi kenormalan ini tidak hanya mensyaratkan bahwa sebaran imbal hasil (*return*) mempunyai ekor yang ramping tetapi juga kebebasan asimtotik di bagian ekor. Hal ini sulit dipenuhi pada situasi riil, terutama pada pasar keuangan yang mengalami distress, seperti yang ditunjukkan pada krisis keuangan baru-baru ini. Jika situasi krisis keuangan terjadi di suatu negara, maka negara-negara lain secara simultan juga akan berimbas, artinya asumsi ekor sebaran imbal hasil yang ramping dan kebebasan bagian ekor akan dilanggar dengan kata lain asumsi kenormalan tidak dipenuhi.

Mengevaluasi instrumen keuangan dan portofolio yang kompleks dibutuhkan analisis peubah ganda (*multivariate analysis*). Menghadapi ketidakbebasan bagian ekor dalam sebaran peubah ganda merupakan masalah yang kompleks. Pemodelan peubah ganda dengan COPULA merupakan pendekatan yang fleksibel yang merupakan standar dalam aplikasi managemen risiko. Fungsi sebaran bersama copula memberikan cara yang tidak sulit untuk memisahkan perilaku fungsi peluang marginal dari fungsi sebaran bersamanya.

Menggambarkan dinamika harga aset merupakan masalah yang menantang. *Geometric Brownian motion* (metode tradisional yang digunakan sebagai model dalam bidang keuangan) mempunyai kelemahan, yaitu asumsi kenormalan dari sebaran imbal hasil, akibatnya tidak dapat menganalisis data riil dari harga aset yang mengalami lompatan (*jump*) besar. Proses Levy dapat memecahkan masalah analisis data harga aset yang mengalami lompatan (*jump*) tersebut.

Pada penelitian ini, kami menggabungkan pemodelan Levy dengan pemodelan copula untuk sebaran bersama imbal hasil, untuk tujuan managemen risiko. Kami merencanakan untuk mengerjakan hal tersebut yang selanjutnya disebut dengan Levy copula. Pemodelan Levy copula cocok diaplikasikan pada bidang keuangan yang memerlukan model multidimensi dengan lompatan (*jump*), yang mempertimbangkan ketakbebasan antar komponen faktor risiko.

Berdasarkan uraian permasalahan di atas, kami mempunyai penelitian besar dengan beberapa tujuan: (1) karakterisasi Levy copula, (2) melakukan simulasi sebaran peubah ganda (*multivariate distribution*) dari Levy copula, (3) Implikasi dari penggunaan Levy copula untuk managemen risiko atas portofolio kompleks, dengan fokus khusus pada *emerging markets' portfolios,* (4) merancang dan menguji model VaR dengan Levy copula, (5) penilaian dan lindung nilai (*hedging*) dari *multi-asset derivative* dalam kerangka kerja proses Levy. Pada penelitian ini, dikerjakan tujuan (1) dan (2).

B. PEMBAHASAN

Copula

Definisi 1 (copula).

Copula adalah fungsi $C: [0,1]^2 \to [0,1]$ yang memenuhi:

(1) $C(u,0) = C(0,v) = 0$ *(Grounded)*

(2) $C(u,1) = u, C(1,v) = v$

(3) $\forall u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0,1], u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2$

$$C(u_2,v_2) - C(u_1,v_2) - C(u_2,v_1) + C(u_1,v_1) \geq 0$$

(Cont dan Tankov, 2004; Nelsen, 2010; McNeil *et al*, 2005)

Proses Levy

Definisi 2 (Fungsi Cadlag)

Fungsi $f:[0,T] \to \mathbb{R}^d$ disebut 'Cadlag' jika fungsi tersebut kontinu kanan dengan limit kiri (*right-continuous with left limit*) : untuk setiap $t \in [0,T]$ limit berikut ada

$$f(t-) = \lim_{s \to t, s<t} f(s) \qquad f(t+) = \lim_{s \to t, s>t} f(s)$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

dan $f(t) = f(t+)$.

(Embrechts, 2001; Kou,2002; Kallsen dan Tankov, 2004; Winkel, 2010)

Definisi 3 (Proses Levy)

Proses stokastik $\{X_t, t \geq 0\}$ pada ruang peluang $\left(\mathbb{R}^d, F, P\right)$ adalah proses Levy jika kondisi berikut dipenuhi

1. $\mathbf{X}_0 = 0$.
2. Untuk $n \geq 1$, dan $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \cdots \leq t_n$, vektor acak $\mathbf{X}_{t_0}, \mathbf{X}_{t_1} - \mathbf{X}_{t_0}, \cdots, \mathbf{X}_{t_n} - \mathbf{X}_{t_{n-1}}$ saling bebas (sifat inkremen bebas).
3. Sebaran dari $\mathbf{X}_{s+t} - \mathbf{X}_s$ tidak tergantung pada s (sifat inkremen stasioner).
4. Terdapat $\Omega_0 \in F$ dengan $P(\Omega_0) = 1$ sehingga untuk setiap $\omega \in \Omega_0$, $X_t(\omega)$ kontinu kanan pada $t \geq 0$ dan mempunyai limit kiri pada $t < 0$ (sifat 'cadlag').

(Cont dan Tankov, 2004; Kou,2002)

Proses Levy memungkinkan untuk membentuk model-model yang lebih realistis dari dinamika harga aset dan menawarkan penghitungan risiko yang lebih akurat dibandingkan dengan model-model berbasis difusi. Proses Levy cukup mudah dikerjakan dibandingkan dengan model difusi nonlinier, tapi jika dimensi yang dihadapi besar maka metode numerik tidak dapat dihindari. Ketika ketakbebasan komponen-komponen dari proses Levy multidimensi telah ditentukan oleh Levy Copula, proses Levy multidimensi dapat dibentuk.

Sebagai langkah awal, dilakukan simulasi untuk membentuk proses Levy berdimensi-2 $\mathbf{X}_t = (X_t, Y_t)$. Struktur ketakbebasan dari X_t dan Y_t dapat ditentukan oleh Levy Copula F. Algoritma simulasi $\mathbf{X}_t$, didasarkan pada penghitungan *jump* dari X_t dan simulasikan *jump* pada Y_t bersyarat pada ukuran *jump* dalam komponen pertama. Misalkan U_1 integral tail dari X_t dan U_2 integral tail pada Y_t. Berikut disajikan algoritma untuk membentuk proses Levy berdimensi-2 dari komponen-komponennya dengan tingkat ketakbebasan bervariasi

Algoritma : Simulasi dari proses Levy berdimensi-2 dengan tingkat ketakbebasan tertentu. Misalkan Γ_i adalah banyaknya *jump*. Tentukan besaran τ^* yang tergantung pada tingkat ketelitian yang diinginkan dan kapasitas komputasi. Tentukan level pemotongan : *jump* dalam X_t yang lebih kecil daripada $U_1^{(-1)}(\tau^*)$ dipotong/dibuang.

- Diawali dengan $k = 0, \Gamma_o^{(1)} = 0,$
- Ulangi jika $\Gamma_k^{(1)} < U_k^{(-1)}(\tau^*)$
- k=k+1
- Simulasikan T_k : eksponen standar
- $\Gamma_k^{(1)} = \Gamma_{k-1}^{(1)} + T_k$: didapatkan perubahan jump dalam komponen pertama
- Simulasikan $\Gamma_k^{(2)}$ dari fungsi sebaran $F_1(y) = \left.\frac{\partial F(x,y)}{\partial x}\right|_{x=\Gamma_k^{(1)}}$: didapatkan perubahan *jump* dalam komponen kedua
- Simulasikan V_k : peubah menyebar seragam [0,1] (didapatkan waktu saat *jump* terjadi)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Lintasan (*trajectory*) diberikan oleh

$$X_t = \sum_{i=1}^{k} 1_{V_i \le t} U_1^{(-1)}\left(\Gamma_i^{(1)}\right)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^{k} 1_{V_i \le t} U_2^{(-1)}\left(\Gamma_i^{(2)}\right)$$

Implementasi dari algoritma di atas adalah digunakan proses ½- *stable* dan proses Poisson majemuk sebagai komponen-komponennya, dan *positive Clayton Levy copula* digunakan sebagai penghubung. Bentuk dari *positive Clayton Levy copula* adalah sebagai berikut :

$$C_\theta(x,y) = \left(x^{-\theta} + y^{-\theta} - 1\right) \quad \text{untuk } \theta > 0.$$

Proses ½- *stable*

Sebaran Levy mempunyai fungsi kepekatan $\nu(x) = \dfrac{\sigma}{2\sqrt{\pi}} \dfrac{1}{x^{3/2}} 1_{x>0}$, Integral ekor berdimensi 1 didefinisikan sebagai

$$U(x) = \begin{cases} \infty & ; x = 0 \\ \nu([x,\infty)) & ; x > 0 \end{cases}$$

Diintegralkan, didapat

$$U(x) = \begin{cases} \infty & ; x = 0 \\ 2\left(\dfrac{\sigma}{2\sqrt{\pi}}\right) x^{-1/2} & ; x > 0 \end{cases}$$

Inversnya adalah

$$U^{(-1)}(y) = \left(\frac{2\left(\dfrac{\sigma}{2\sqrt{\pi}}\right)}{y} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{\pi} \frac{1}{y^2} \quad \text{untuk } 0 < y < \infty$$

Proses Poisson Majemuk

Implementasi lain dari algoritma di atas adalah subordinator marginal sama yaitu proses Poisson majemuk, dengan distribusi *jump* adalah distribusi Pareto umum. Fungsi sebaran dari distribusi pareto umum adalah sebagai berikut

$$G_{\xi;\tau;\beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \dfrac{\xi}{\beta}(x-\tau)\right)^{-1/\xi} & ; \text{jika } \xi \ne 0 \\ 1 - e^{-\frac{(x-\tau)}{\beta}} & ; \text{jika } \xi = 0 \end{cases}$$

dengan β > 0 dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

$$x \in \begin{cases} (\tau, \infty) & ; \xi \geq 0 \\ (\tau, \tau - \beta / \xi) & ; \xi < 0. \end{cases}$$

Parameter ξ disebut parameter *shape*, parameter τ disebut parameter *threshold*, dan parameter β disebut parameter *scale*. Proses Poisson majemuk berdimensi-1 X_t dengan intensitas λ dan *jump probability measure* F mempunyai fungsi karakteristik berikut

$$\hat{\mathrm{P}}_{X_t}(u) = \exp\left(t\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{iux} - 1\right) dF(x) \right).$$

Integral ekor dari peubah acak positif sebagai berikut

$$U(x) = \begin{cases} \infty & ; x = 0 \\ \lambda \bar{F}(x) & ; x > 0 \end{cases}$$
$$\text{dengan } \bar{F}(x) = \mathrm{P}(X > x).$$

(Cont dan Tankov, 2004)

Dalam kasus khusus bahwa sebaran dari *jump* adalah distribusi Pareto umum (GDP) dengan $\xi > 0$, maka integral ekor adalah sebagai berikut

$$U(x) = \begin{cases} \infty & ; \quad x = 0 \\ \lambda & ; \quad 0 < x < \tau \\ \lambda \left(1 + \frac{\xi}{\beta}(x - \tau) \right)^{-1/\xi} & ; \quad x > \tau. \end{cases}$$

Inversnya , $U^{(-1)}(\tau^*)$ sebagai berikut

$$U^{(-1)}(y) = \sup\{x : U(x) \geq y\}.$$

Penyelesaian ketaksamaan

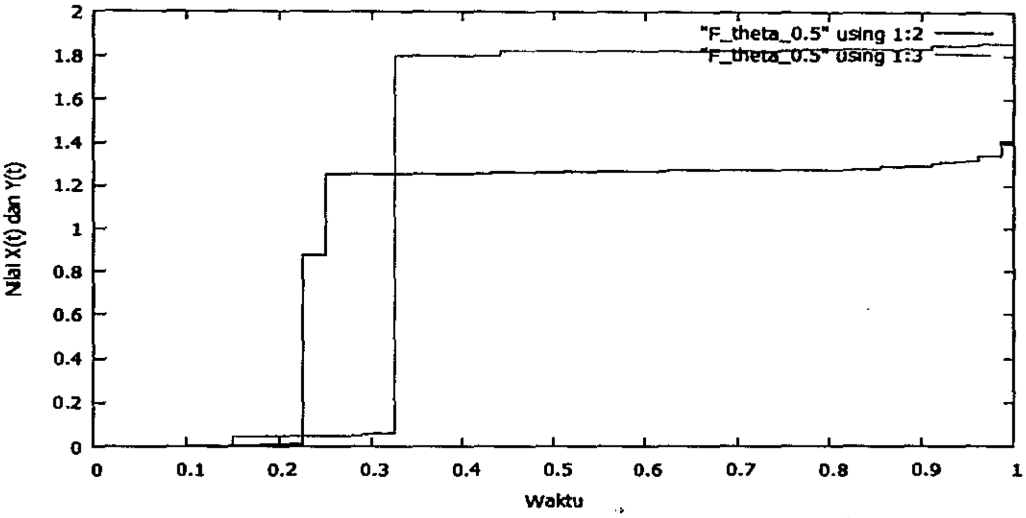
$$\lambda \left(1 + \frac{\xi}{\beta}(x - \tau) \right)^{-1/\xi} \geq \Gamma$$

adalah

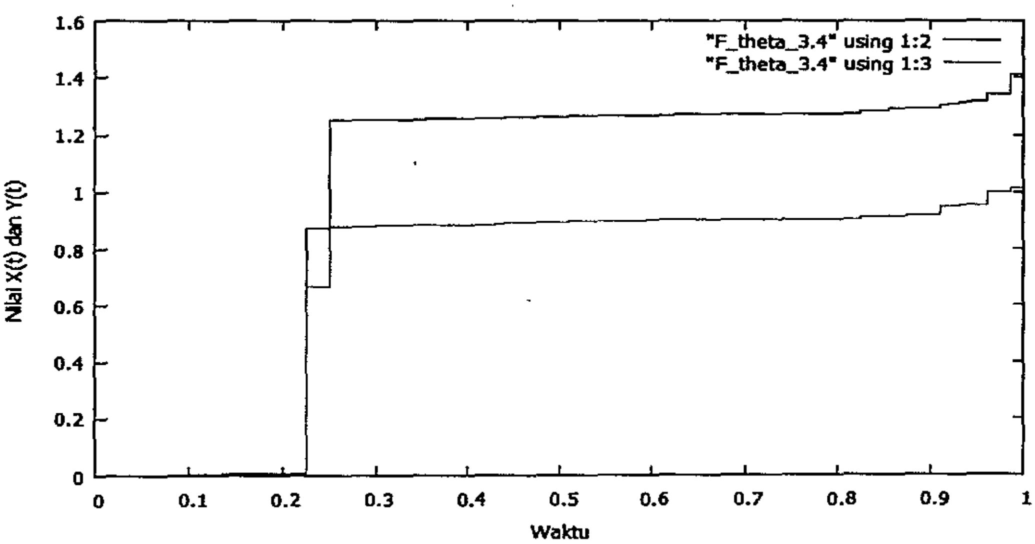
ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

$$U^{(-1)}(\Gamma)=\begin{cases} 0 & ;\Gamma>\lambda \\ \tau+\dfrac{\beta}{\xi}\left[\left(\dfrac{\lambda}{\Gamma}\right)^{\xi}-1\right] & ;\Gamma\leq\lambda \end{cases}$$

Berikut ini adalah beberapa hasil simulasi, diperlihatkan pada Gambar 1 sampai dengan Gambar 4, dengan komponen-komponennya merupakan 1/2- *stable processes* yang dihubungkan oleh *positive Clayton Levy copulas.* Sedangkan Gambar 5 sampai dengan Gambar 8 merupakan hasil simulasi dengan komponen-komponennya merupakan proses Poisson majemuk yang dihubungkan juga oleh *positive Clayton Levy copulas.*

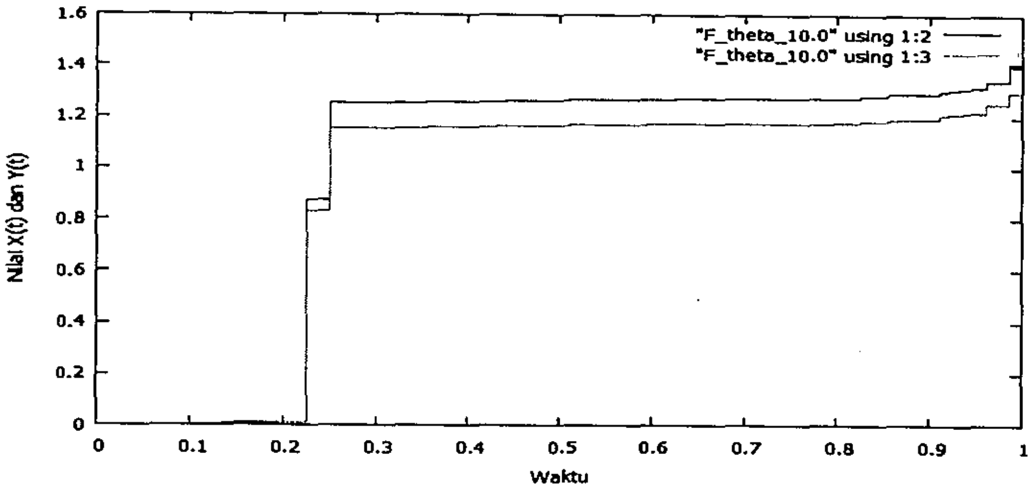


Gambar 1. Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah $\frac{1}{2}$ - *stable processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 0.5$.

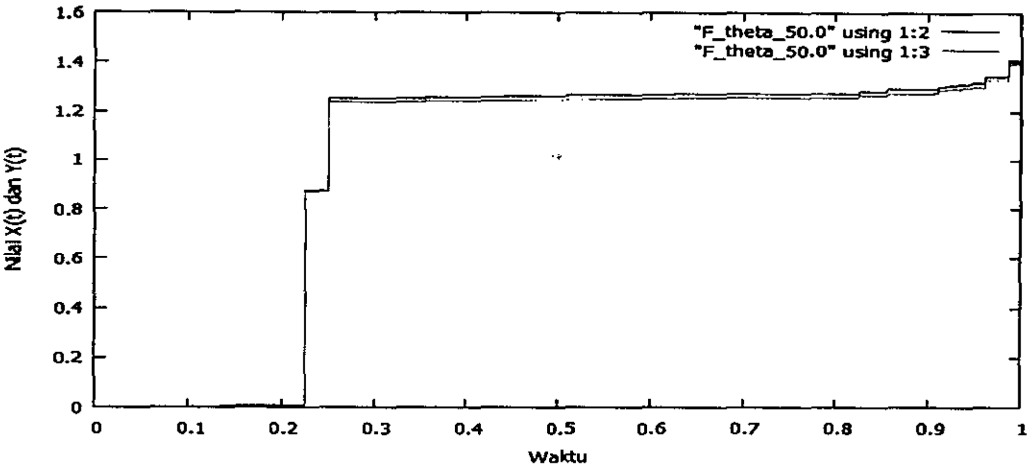


ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Gambar 2 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah $\frac{1}{2}$ - *stable processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 3.4$.



Gambar 3 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah $\frac{1}{2}$ - *stable processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 10.0$.



Gambar 4 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah $\frac{1}{2}$ - *stable processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 50.0$.

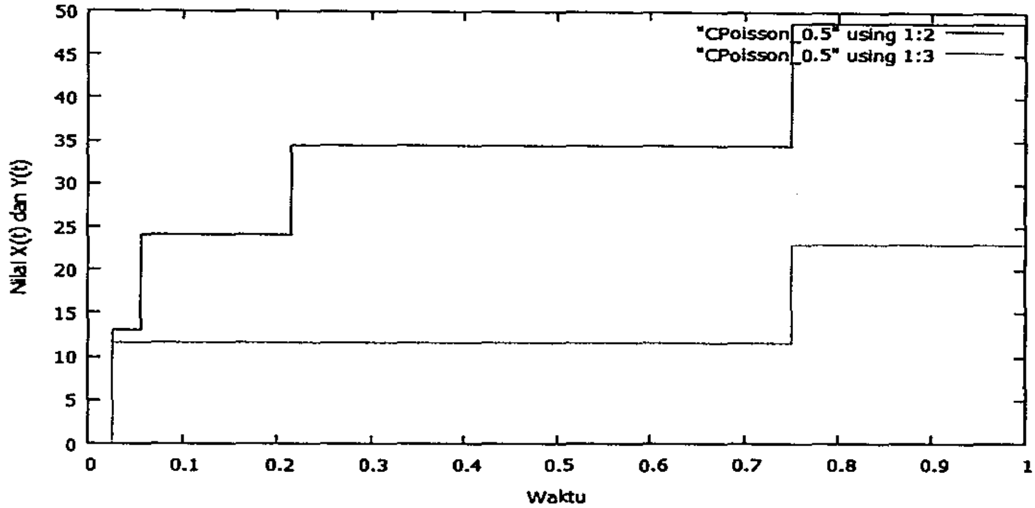
Gambar 1 sampai dengan Gambar 4 memperlihatkan hasil simulasi lintasan $\mathbf{X}_t = (X_t, Y_t)$ dari subordinator dengan ½-*stable margins* dan tak bebas diberikan oleh Clayton Levy copula dengan parameter θ yang berbeda. Pada gambar tersebut juga diperlihatkan bahwa lompatan yang terjadi sangat banyak tetapi kecil-kecil dan hanya beberapa lompatan besar. Gambar 5 struktur ketakbebasan paling lemah, ditandai dengan nilai θ paling kecil yaitu $\theta = 0.5$, maka lintasan X_t dan Y_t berbeda. Sedangkan Gambar 4 struktur ketakbebasannya mendekati sempurna, ditandai dengan nilai θ yang sangat besar yaitu $\theta = 50$, maka terlihat bahwa lintasan X_t dan Y_t mirip dan hampir berimpit, artinya pergerakan X_t dan Y_t saling mempengaruhi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

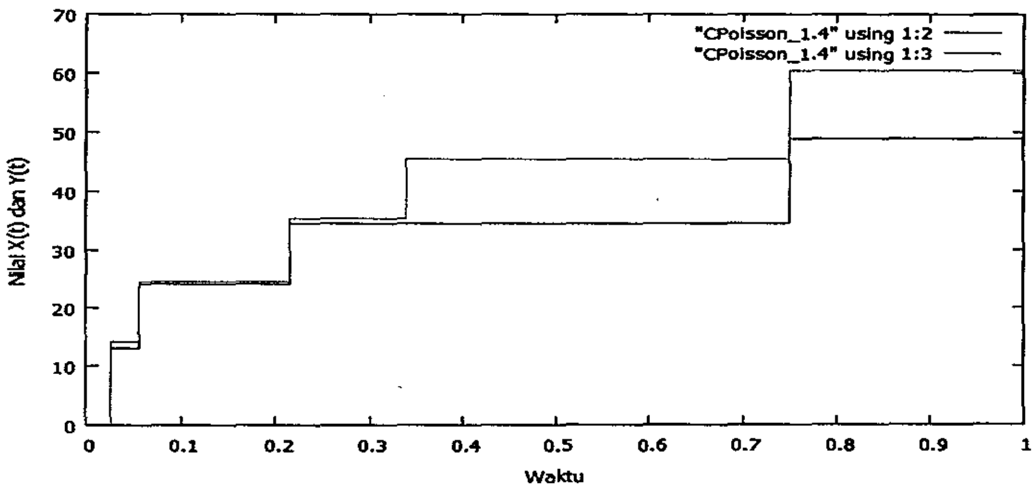
Berikut ini adalah hasil simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan nilai θ bervariasi. Parameter yang digunakan dalam fungsi

$$U^{-1}(\Gamma) = \begin{cases} 0 & \text{jika} \quad \Gamma > \lambda \\ \tau + \frac{\beta}{\xi}\left[\left(\frac{\lambda}{\Gamma}\right)^{\xi} - 1\right] & \text{jika} \quad \Gamma \leq \lambda \end{cases}$$

adalah: $\tau = 10, \xi = 0.618, \beta = 1$, dan $\lambda = 5$.

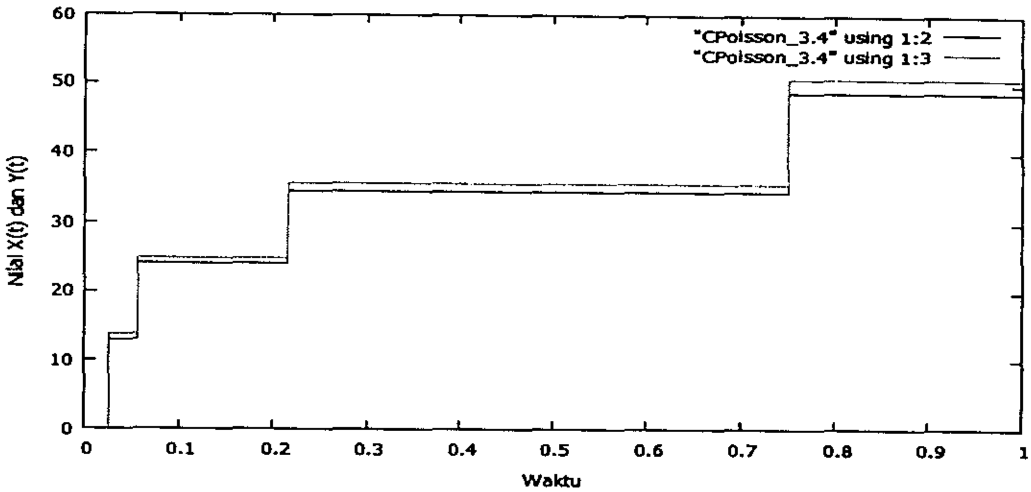


Gambar 5 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = .0.5$.

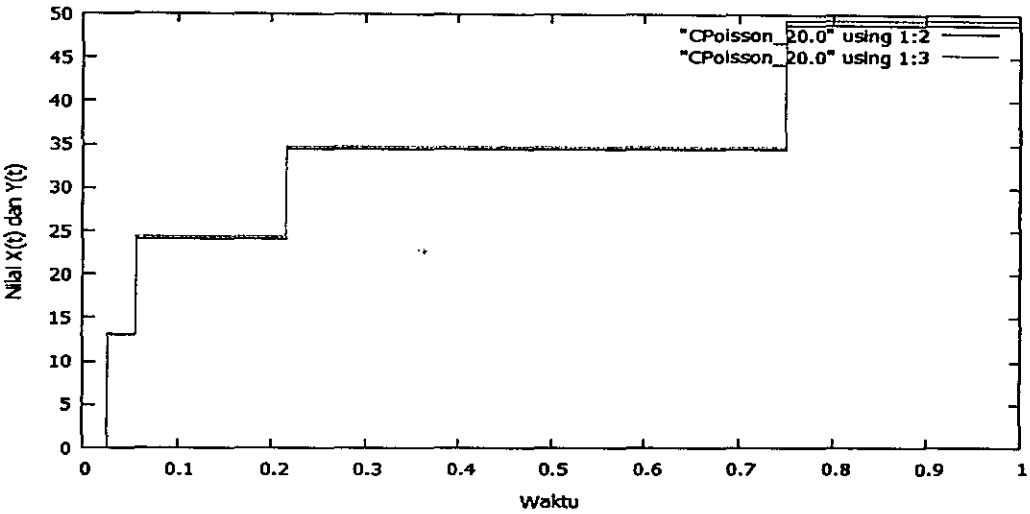


Gambar 6 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 1.4$.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4



Gambar 7 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 3.4$.



Gambar 8 Simulasi proses Lavy dimensi dua $X_t = (X_t, Y_t)$. X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dengan lompatan positif, dan keduanya dihubungkan oleh *Cleyton Levy copula* dengan $\theta = 20.0$.

Gambar 5 sampai dengan Gambar 8 memperlihatkan hasil simulasi lintasan $\mathbf{X}_t = (X_t, Y_t)$ dengan X_t dan Y_t adalah *compound Poisson processes* dan keduanya dihubungkan oleh *Clayton Levy copula* dengan parameter θ yang berbeda. Pada gambar tersebut juga diperlihatkan bahwa lompatan yang terjadi terhingga banyaknya dan hampir semua merupakan lompatan besar. Gambar 5 struktur ketakbebasan paling lemah, ditandai dengan nilai θ paling kecil yaitu $\theta = 0.5$, maka lintasan X_t dan Y_t berbeda. Sedangkan Gambar 8 struktur ketakbebasannya mendekati sempurna, ditandai dengan nilai θ yang sangat besar yaitu $\theta = 20$, maka terlihat bahwa lintasan X_t dan Y_t mirip dan hampir berimpit, artinya pergerakan X_t dan Y_t saling mempengaruhi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Perbedaan dua hasil simulasi di atas adalah jika proses Levy multidimensi dibentuk dari proses individu *compound Poisson processes*, maka hanya terjadi beberapa lompatan tetapi besaran dari lompata tersebut cukup besar, tetapi jika dibentuk dari *½-stable processes* maka lompatan yang terjadi sangat banyak tetapi besarannya kecil.

C. KESIMPULAN

Proses Levy diusulkan untuk memecahkan masalah analisis data harga aset yang mengalami lompatan (*jump*). Suatu proses *jump* (lompatan) dikenalkan untuk menghitung return yang besar, dibutuhkan alat untuk parametisasi ketakbebasan antar *jumps* (lompatan-lompatan): lompatan (*jump*) mewakili risiko sistemik dan tidak dapat diasumsikan independen antar aset-aset.

Cara sistematis untuk menggambarkan struktur ketakbebasan dari 2 peubah acak adalah menggunakan fungsi copula. Pengembangan gagasan ini untuk kasus proses Levy adalah gagasan Levy copula yang menyediakan cara sistematis untuk membentuk proses Levy multivariat dari proses Levy satu dimensi. Pembentukan model oleh Levy copula adalah pendekatan umum yang membolehkan penentuan struktur ketakbebasan secara fleksibel antar *asset return*. Ketika struktur ketakbebasan komponen-komponen dari proses Levy multidimensi telah diketahui oleh Levy copula, maka proses Levy multidimensi dapat dibentuk.

Hasil simulasi memperlihatkan bahwa jika komponen pembentuk Levy multivariate berbeda maka proses lompatannya juga berbeda baik frekuensi maupun besar lompatan.

D. DAFTAR PUSTAKA

Cont R dan P Tankov. 2004. *Financial Modelling with Jump Processes*. Chapman & Hall, New York.

Embrechts P, F Lindskog, and A. McNeil. 2001. Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. *Preprint, available from* www.math.ethz.ch/finance.

Kallsen J. dan P. Tankov. 2004. Characterization of Dependence of Multidimensional Levy Processes using Levy Copulas. *Preprint, available from* www.cmap.polytechnique.

McNeil AJ, R. Frey, dan P. Embrechts. 2005. *Quantitative Risk Management: Concept, Techniques, and Tools.* Princeton University Press.

Winkel M. 2010. Levy processes and Finance. *Preprint, available from* www.cmap.polytechnique.

Kou S. 2002. A Jump-difussion model for option pricing. *Management Science*, 48.

Nelsen RB. 2010. An Introduction to Copulas. Second edition. Springer, New York.