

Model Fuzzy Goal Programming Yang Diselesaikan Dengan Linear Programming Pada Perencanaan Produksi

Altien J. Rindengan¹⁾, Prapto Tri Supriyo²⁾, Aziz Kustiyo³⁾

¹⁾ Program Studi Matematika FMIPA UNSRAT, altien@unsrat.ac.id

²⁾ Departemen Matematika FMIPA IPB

³⁾ Departemen Ilmu Komputer FMIPA IPB

ABSTRACT

Optimization of an objective in the model of linear programming (LP) is widely applied in solving the problems that exist. But with the increasing complexity of these problems, optimization with multiple objectives, known as goal programming (GP) being an option. In this GP, some of these goals were weighted before analysis. In this paper will discuss the formulation of fuzzy goal programming (FGP), in which these goals need not be discrete weighted, but enough to consider the decision maker wishes to impose limits on the value of each function's purpose. Fuzzy concept of a fuzzy membership function is applied to functions such objectives to be achieved. The problems in this case is production planning at the company with some goals to be achieved namely income, labor costs, and raw material costs. The result is a model with some objectives can be formulated in FGP models that can be solved with the LP for production planning of the company.

Keywords : fuzzy goal programming, linear programming, production planning

ABSTRAK

Optimalisasi suatu tujuan dalam model *linear programming* (LP) banyak diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang ada. Tapi dengan makin kompleksnya masalah-masalah tersebut, pengoptimalan dengan beberapa tujuan atau dikenal dengan *goal programming* (GP) menjadi pilihan. Dalam GP ini, beberapa tujuan ini diberi pembobotan sebelum dianalisa. Dalam tulisan ini akan dibahas tentang formulasi *fuzzy goal programming* (FGP), dimana tujuan-tujuan tersebut tidak perlu diboboti secara diskret, tapi cukup dengan mempertimbangkan keinginan pengambil keputusan untuk menentukan batasan nilai pada setiap fungsi tujuan yang ada. Konsep *fuzzy* berupa fungsi keanggotaan *fuzzy* diterapkan pada fungsi-fungsi tujuan yang akan dicapai tersebut. Masalah yang digunakan adalah perencanaan produksi pada suatu perusahaan dengan beberapa tujuan yang ingin dicapai yaitu pendapatan, biaya tenaga kerja, dan biaya bahan baku. Hasil yang diperoleh adalah model beberapa tujuan dapat diformulasikan dalam model FGP yang dapat diselesaikan dengan LP untuk perencanaan produksi suatu perusahaan.

Kata kunci : *fuzzy goal programming, linear programming, perencanaan produksi*

1. Pendahuluan

Perencanaan produksi adalah proses untuk memproduksi barang-barang pada suatu periode tertentu sesuai dengan yang diramalkan atau dijadwalkan melalui pengorganisasian sumber daya seperti bahan baku, tenaga kerja, mesin dan alat lainnya. Optimalisasi produksi dapat dinyatakan dalam bentuk pemrograman matematis. Seperti bentuk pengotimuman fungsi tujuan/objektif dengan kendala tertentu dimana metode pengembangan solusi diarahkan ke tujuan tunggal seperti metode simpleks untuk *linear programming* (LP). Dalam perencanaan produksi juga tidak hanya dilihat dari sisi memproduksi barang semaksimal mungkin, tapi perlu mempertimbangkan batasan-batasan yang mempengaruhinya, misalkan ketersediaan bahan baku yang terbatas atau ada tujuan lain yang juga harus dicapai.

Metode yang mempertimbangkan beberapa tujuan dalam model LP disebut dengan *multiobjective linear programming* (MOLP) atau *goal programming* (GP) yang merupakan salah satu metode dalam pengambilan keputusan multi-kriteria. Chodary dan Slomp (2002) memaparkan bahwa GP dapat diterapkan secara efektif dalam perencanaan produksi, karena metode GP potensial untuk menyelesaikan aspek-aspek yang bertentangan antara elemen-elemen dalam perencanaan produksi, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur.

Selain itu, dilihat dari pembuat keputusan, maka tingkat aspirasi pembuat keputusan harus dipertimbangkan untuk memecahkan masalah dari perspektif strategi kepuasan. Menurut

Chankong dan Haimes (1993), unsur penilaian manusia adalah di bidang preferensi didefinisikan oleh pembuat keputusan. Menurut Cukas (2008), proses keputusan dengan beberapa kriteria dalam bisnis dan teknik mengarah pada konsep *fuzzy multiobjective linear programming*. Model ini juga dikenal dengan *fuzzy goal programming* (FGP). Dibandingkan dengan GP yang memerlukan pembobotan pada tiap fungsi tujuan, pada FGP tidak perlu pembobotan. Setiap fungsi tujuannya dinyatakan dalam derajat keanggotaan *fuzzy* sesuai preferensi perusahaan atau pengambil keputusan. Dilihat dari keunggulan ini maka analisis dalam penelitian ini akan menggunakan FGP.

Dari sisi sistem pendukung keputusan (*decision support system-DSS*) yang merupakan prosedur berbasis model untuk pemrosesan data dan penilaian untuk membantu para manajer mengambil keputusan, mempunyai karakteristik dan kapabilitas yang salah satunya adalah pemodelan dan analisis. Dari sisi klasifikasi DSS, dapat berorientasi data dan model, salah satunya adalah model optimisasi. FGP sebagai model optimisasi, akan membentuk DSS bagi manajemen dari sisi keinginan pengambil keputusan menentukan besarnya nilai setiap fungsi tujuan yang akan dicapai secara optimal (Turban *et al.* 2005).

Penelitian ini bertujuan untuk membuat formulasi model FGP yang dapat diselesaikan dalam model LP pada perencanaan produksi suatu perusahaan yang dapat memenuhi beberapa tujuan yang ingin dicapai yaitu pendapatan, biaya tenaga kerja, dan biaya bahan baku.

2. Fuzzy Goal Programming

Metode yang menggunakan himpunan *fuzzy* pada GP disebut *Fuzzy Goal Programming* (FGP), dimana metode ini tidak perlu melakukan kalibrasi pembobotan atau melakukan seleksi terhadap derajat pentingnya fungsi objektif. Metode ini hanya menggunakan preferensi khusus pada tujuan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan fungsi-fungsi keanggotaan *fuzzy* (Kusurnadewi & Purnomo 2004). FGP ini, diformulasikan menjadi bentuk LP untuk mencari solusi optimálnya.

Menurut Li *et al.* (2004), FGP dapat diformulasikan sebagai berikut:

Jika didefinisikan $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ sebagai vektor variabel keputusan dan $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ adalah fungsi-fungsi tujuan dengan sistem bentuk kendala $G(x)$. Pengambil keputusan menginginkan batasan f_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$) untuk setiap fungsi tujuan yang memenuhi kendala linear $G(x)$. Dengan menggunakan konsep himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan dapat didefinisikan berdasarkan langkah-langkah berikut:

1. Nyatakan

$$\text{Max } f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

dengan kendala $x \in G(x) \in R^n$

misalkan diperoleh x_j^* ($j = 1, 2, \dots, n$) adalah solusi optimal pada fungsi tujuan $f_i(x)$, ambil $f_i(x_j^*) = f_{i\max}$

2. Cari $\min f_i(x_j^*) = f_{i\min}$ untuk setiap i .

3. Definisikan fungsi keanggotaan $\mu_i(x)$, ($i = 1, 2, \dots, m$) dalam bentuk :

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} \frac{f_{i\max} - f_i(x)}{f_{i\max} - f_i^*} & f_i^* < f_i(x) \leq f_{i\max} \\ 1 & f_i(x) = f_i^* \\ \frac{f_i(x) - f_{i\min}}{f_i^* - f_{i\min}} & f_{i\min} \leq f_i(x) < f_i^* \end{cases}$$

Kemudian definisikan himpunan λ -level $F_i^\lambda(x)$ atau $F(\lambda, x)$, sehingga dibentuk model FGP yaitu: Tentukan x^* yang memenuhi,

$$\text{Max } \lambda \quad (2)$$

dengan kendala $x \in F(\lambda, x) \cap G(x)$.

dimana $F(\lambda, x) = F^\lambda(x) = F_1^\lambda(x) \cap F_2^\lambda(x) \cap \dots \cap F_i^\lambda(x) \cap \dots \cap F_m^\lambda$

dengan $F_i^\lambda(x) = \{x | \mu_{f_i}(x) \geq \lambda ; 0 \leq \lambda \leq 1, x \in F_i(x)\}$

Karena fungsi tujuan dalam model yang akan dibahas adalah masalah maksimisasi dan minimisasi, menurut Singh *et al.* (2011), FGP dapat dinyatakan :

Semakin besar nilai λ yang diperoleh, akan mengakibatkan nilai keanggotaan *fuzzy* untuk setiap fungsi tujuan akan makin besar yang artinya solusi yang diperoleh mendekati nilai optimal (max/min).

Langkah-langkah Formulas i Model FGP

- Menetapkan variabel-variabel keputusan :
Variabel-variabel keputusan adalah jenis-jenis produk yang diproduksi perusahaan.
- Menetapkan fungsi-fungsi tujuan model :
Fungsi tujuan yang akan dianalisa adalah maksimisasi pendapatan, minimisasi biaya bahan baku, dan minimisasi biaya tenaga kerja.
- Menetapkan bentuk-bentuk kendala:
Bentuk-bentuk kendala berhubungan dengan bahan baku yang diperlukan untuk setiap satuan produk yang akan diproduksi dan batasan ketersediaan bahan baku.
- Membentuk model-model LP berdasarkan fungsi tujuan dan kendala yang telah dibentuk.
- Mencari solusi optimal masing-masing model:
Solusi optimal ini didokumentasi sebagai dasar membentuk fungsi keanggotaan *fuzzy* masing-masing fungsi tujuan.
- Membentuk fungsi keanggotaan dari solusi optimanya menurut fungsi keanggotaan *fuzzy*:
Fungsi keanggotaan *fuzzy* ini berdasarkan preferensi pengambil keputusan.
- Membentuk model FGP:
Setelah ditentukan solusi dari tujuan mana yang dinyatakan dalam fungsi keanggotaan *fuzzy*, maka dibuat model FGP. Model ini akan menjadi model dengan satu fungsi tujuan yang dapat dianalisa seperti model LP.

3. Hasil dan Pembahasan

Masalah dalam tulisan ini dibatasi pada: tujuan yang di analisis adalah pendapatan, biaya bahan baku, dan biaya tenaga kerja; kendala model adalah bahan baku pembuatan produk dan kemasan/*packaging*.

Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah jumlah produksi dari tiap jenis produk yang akan diproduksi yaitu x_1, x_2, \dots, x_n atau produk ke- j ($x_j, j = 1, 2, \dots, n$)

Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dalam model ini adalah :

- Fungsi pendapatan yang akan dimaksimalkan

$$Z(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_j x_j + \dots + c_n x_n = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

dengan c_j adalah harga satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

- Fungsi biaya bahan baku yang akan diminimalkan

$$B(x) = q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots + q_j x_j + \dots + q_n x_n = \sum_{j=1}^n q_j x_j$$

dengan q_j adalah biaya bahan baku yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

- Fungsi biaya tenaga kerja yang akan diminimalkan

$$T(x) = r_1 x_1 + r_2 x_2 + \dots + r_j x_j + \dots + r_n x_n = \sum_{j=1}^n r_j x_j$$

dengan r_j adalah biaya tenaga kerja yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

Bentuk Kendala

Bentuk kendala berhubungan dengan ketersediaan sumber daya atau bahan baku.

- Bahan baku pembuatan tiap produk

Misalkan total bahan baku ke- i yang tersedia adalah $b_i, (i = 1, 2, \dots, m)$ dan jumlah bahan baku ke- i yang diperlukan untuk menghasilkan satu satuan produk ke- j adalah a_{ij} , maka

Berdasarkan model (6), dan fungsi keanggotaan *fuzzy* (7) dan (8), maka :

- Untuk $\mu_Z(x) = \frac{Z(x) - \bar{Z}}{Z^* - \bar{Z}}$ pada selang $\bar{Z} \leq Z(x) \leq Z^*$, dimana \bar{Z} dan Z^* bernilai real, berlaku :
 $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n - (Z^* - \bar{Z})\lambda \geq \bar{Z}$
- Untuk $\mu_B(x) = B^* \leq B(x) \leq \bar{B}$ pada selang $B^* \leq B(x) \leq \bar{B}$, dimana B^* dan B bernilai real, berlaku :
 $q_1x_1 + q_2x_2 + \dots + q_jx_j + \dots + q_nx_n + (\bar{B} - B^*)\lambda \leq \bar{B}$
- Untuk $\mu_T(x) = T^* \leq T(x) \leq \bar{T}$ pada selang $T^* \leq T(x) \leq \bar{T}$, dimana T^* dan T bernilai real, berlaku :
 $r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_jx_j + \dots + r_nx_n + (\bar{T} - T^*)\lambda \leq \bar{T}$

Model FGP yang diperoleh adalah :

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \lambda \\
 & \text{dengan kendala} \\
 & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n - (Z^* - \bar{Z})\lambda \geq \bar{Z} \\
 & q_1x_1 + q_2x_2 + \dots + q_jx_j + \dots + q_nx_n + (\bar{B} - B^*)\lambda \leq \bar{B} \\
 & r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_jx_j + \dots + r_nx_n + (\bar{T} - T^*)\lambda \leq \bar{T} \\
 & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
 & \vdots \qquad \vdots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
 & v_jx_j \leq d_j, \quad x_j \geq 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

dimana :

- x_1, x_2, \dots, x_n : jumlah produksi dari tiap jenis produk ke- j
 c_1, c_2, \dots, c_n : harga satuan tiap jenis produk ke- j
 q_1, q_2, \dots, q_n : biaya bahan baku yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j
 r_1, r_2, \dots, r_n : biaya tenaga kerja yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j
 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$: jumlah bahan baku ke- i yang diperlukan untuk menghasilkan satu satuan produk ke- j
 b_1, b_2, \dots, b_m : total ketersediaan bahan baku ke- i
 v_j : jumlah kemasan produk ke- j yang diperlukan untuk menghasilkan satu satuan produk ke- j
 d_j : total ketersediaan kemasan produk ke- j
 Z^* : pendapatan optimal pada solusi model LP
 B^* : biaya bahan baku optimal pada solusi model LP
 T^* : biaya tenaga kerja optimal pada solusi model LP
 \bar{Z} : pendapatan terendah yang harus diperoleh
 \bar{B} : biaya bahan baku tertinggi yang digunakan
 \bar{T} : biaya tenaga kerja tertinggi yang digunakan.

Model FGP ini merupakan model yang dapat diselesaikan dalam bentuk LP dengan variabel keputusan λ yang menentukan nilai keanggotaan *fuzzy*-nya dan x_1, x_2, \dots, x_n sebagai jumlah tiap jenis produk yang akan diproduksi.