

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT HEPATITIS A DENGAN UPAYA SANITASI DAN EDUKASI LINGKUNGAN

VERA TIFANI ELFARETTA



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Upaya Sanitasi dan Edukasi Lingkungan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2025
Vera Tifani Elfaretta

G5401211033



ABSTRAK

VERA TIFANI ELFARETTA. Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Upaya Sanitasi dan Edukasi Lingkungan Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Hepatitis A merupakan penyakit yang disebabkan oleh Virus hepatitis A (HAV) yaitu virus yang menyebabkan infeksi akut pada organ hati. Dalam pencegahan virus ini mewabah dapat dilakukan dengan pemberian vaksinasi, upaya sanitasi dan edukasi kesehatan serta kepatuhan kebersihan terhadap lingkungan. Penelitian ini merekonstruksi model matematika pada penyebaran penyakit hepatitis A serta menentukan titik tetap dan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) yang kemudian digunakan untuk melakukan analisis sensitivitas parameternya. Kestabilan titik tetap ditentukan oleh nilai $\mathcal{R}_0$. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal dan global, sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik tetap bebas penyakit bersifat tidak stabil. Berdasarkan analisis sensitivitas, parameter laju individu rentan yang divaksinasi (θ) dan laju penyebaran virus HAV dari lingkungan ke manusia (β_2) memiliki pengaruh signifikan terhadap penyebaran virus. Dengan meningkatkan laju individu rentan yang divaksinasi (θ) dan menurunkan laju penyebaran virus HAV dari lingkungan ke manusia (β_2) maka akan menurunkan bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ sehingga penyebaran penyakit hepatitis A tidak mewabah.

Kata kunci: analisis sensitivitas, hepatitis A, infeksi, sanitasi, vaksinasi.

ABSTRACT

VERA TIFANI ELFARETTA. Sensitivity Analysis of a Mathematical Model on the Spread of Hepatitis A with Sanitation and Environmental Education. Supervised by JAHARUDDIN and TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Hepatitis A is a disease caused by the Hepatitis A virus (HAV), which leads to acute infection of the liver. To prevent the widespread transmission of this virus, several measures can be taken, including vaccination, sanitation efforts, health education, and adherence to environmental hygiene. This study reconstructs a mathematical model of the transmission of Hepatitis A and determines the equilibrium points and the basic reproduction number ($\mathcal{R}_0$), which is then used for parameter sensitivity analysis. The stability of the equilibrium points is determined by the value of $\mathcal{R}_0$. If $\mathcal{R}_0 < 1$, the disease-free equilibrium point is locally and globally asymptotically stable, whereas if $\mathcal{R}_0 > 1$, the disease-free equilibrium point becomes unstable. Based on sensitivity analysis, the vaccination rate of susceptible individuals (θ) and the transmission rate of HAV from the environment to humans (β_2) have a significant impact on the spread of the virus. Increasing the vaccination rate of susceptible individuals (θ) and reducing the transmission rate of HAV from the environment to humans (β_2) will lower the basic reproduction number ($\mathcal{R}_0$), thereby preventing the widespread transmission of Hepatitis A.

Keywords: hepatitis A, infection, sensitivity analysis, sanitation, vaccination.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT HEPATITIS A DENGAN UPAYA SANITASI DAN EDUKASI LINGKUNGAN

VERA TIFANI ELFARETTA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Penguji pada Ujian Skripsi:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Skripsi : Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Upaya Sanitasi dan Edukasi Lingkungan

Nama : Vera Tifani Elfaretta

NIM : G5401211033

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.



Pembimbing 2:

Teduh Wulandari Mas'ood, S.Si., M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si, M.Fin.Math.

NIP 197902272005011001



Tanggal Ujian:
21 Mei 2025

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2024 sampai bulan Mei 2025 ini ialah pemodelan matematika dengan judul “Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Upaya Sanitasi dan Edukasi Lingkungan”.

Terima kasih penulis ucapkan kepada para pihak yang terlibat dalam penyusunan karya ilmiah ini, diantaranya:

1. Bapak Toibin Ginantoko (alm) dan Ibu Titin Maryati selaku orang tua penulis yang telah memberikan kasih sayang, cinta, doa, dukungan, dan pelajaran hidup yang sangat berharga sehingga penulis bisa menyelesaikan karya ilmiah dan pendidikan hingga saat ini.
2. Anas Aditya Wijanarko, Nelza Greaysiela Wijayanti, Levina Nadia Ramadhani, selaku kakak dan adik penulis serta Ananda Rasyid Musuko Diwangkara selaku orang yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam menjalani perkuliahan.
3. Bapak Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing pertama, Ibu Teduh Wulandari Mas'oed, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing kedua, Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen penguji luar serta Bapak Dr. Drs. Sugi Guritman selaku dosen pembimbing akademik. Terima kasih atas ilmu, arahan, saran, kritik, serta motivasi kepada penulis sehingga karya ilmiah ini bisa terselesaikan dengan baik.
4. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini.
5. Pengurus Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 Kabinet Niscala Aletta yang telah menjadi rumah tempat bertumbuh.
6. Intan, Lamtiur, Hana, Rhafy, Fian selaku BPH Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 serta seluruh pimpinan Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 yang telah menemani perjalanan penulis selama menjadi Bendahara Umum Gumatika.
7. Yuditha, Acha, Rifa, Rendy, Imam, Jourdy, Qutharatu, Laras, Putri, dan Sabrina selaku teman dekat penulis.
8. Tita, Dena, Nayla, Syifa, Gilang, Raihan, Abi, Hadziq, dan Mirza selaku teman Fastrack penulis yang selalu memberikan dukungan penuh.
9. Tim KKNT Inovasi IPB Desa Rancamaya, Kec. Cilongok, Kab. Banyumas, Jawa Tengah atas waktu 40 hari dalam menjalani KKN.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan..

Bogor, Juni 2025

Vera Tifani Elfaretta

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Kriteria Routh- Hurwitz	5
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.7 Fungsi Lyapunov	6
2.8 Analisis Sensitivitas	6
III METODE PENELITIAN	7
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	8
4.1 Model Matematika	8
4.2 Eksistensi Solusi	10
4.3 Titik Tetap Bebas Penyakit	11
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	12
4.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap	14
4.6 Simulasi Numerik	21
V SIMPULAN DAN SARAN	30
5.1 Simpulan	30
5.2 Saran	30
DAFTAR PUSTAKA	31
LAMPIRAN	33
RIWAYAT HIDUP	46



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter pada diagram kompartemen penyebaran penyakit hepatitis A	10
2	Nilai parameter pada sistem persamaan (9)	22
3	Nilai indeks sensitivitas	22
4	Hasil simulasi Laju individu rentan yang divaksinasi terhadap R_0	23
5	Hasil simulasi Laju penyebaran virus HAV dari lingkungan ke manusia terhadap R_0	26

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	7
2	Diagram kompartemen penyebaran penyakit hepatitis A	8
3	Dinamika populasi individu divaksinasi dengan variasi nilai θ	24
4	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai θ	24
5	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai θ	25
6	Dinamika populasi patogen HA dengan variasi nilai θ	25
7	Dinamika populasi individu divaksinasi dengan variasi nilai β_2	27
8	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi nilai β_2	27
9	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi nilai β_2	28
10	Dinamika populasi patogen HA dengan variasi nilai β_2	28

DAFTAR LAMPIRAN

1	Titik Tetap Bebas Penyakit dan Titik Tetap Endemik	34
2	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	35
3	Penentuan Nilai Indeks Sensitivitas	37
4	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter θ	39
5	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter θ	41
6	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter β_2	43
7	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter β_2	44