



**PENGARUH TINGKAT INFEKSI DAN KESEMBUHAN TERHADAP
DINAMIKA POPULASI PADA MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN INFEKSI *HUMAN PAPILLOMAVIRUS***

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

RHAFY ANDIKA YANORI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Pengaruh Tingkat Infeksi dan Kesembuhan terhadap Dinamika Populasi pada Model Matematika Penyebaran Infeksi *Human Papillomavirus*” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2025

Rhafy Andika Yanori
G5401211025



RHAFY ANDIKA YANORI. Pengaruh Tingkat Infeksi dan Kesembuhan terhadap Dinamika Populasi pada Model Matematika Penyebaran Infeksi *Human Papillomavirus*. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Human Papillomavirus adalah salah satu virus penyebab penyakit seksual yang mudah menular. *Human Papillomavirus* dibagi menjadi dua tipe yaitu *high risk mucosal types* dan *low risk mucosal types*. Virus bertipe *high risk* menjadi penyebab salah satu penyakit menular seksual yaitu kanker serviks yang dialami wanita di seluruh dunia. Penelitian ini bertujuan merekonstruksi model matematika pada penyebaran infeksi *Human Papillomavirus*, menentukan dan menganalisis titik tetap, melakukan analisis sensitivitas, serta melakukan simulasi numerik. Kestabilan pada titik tetap bebas penyakit terjadi jika bilangan reproduksi dasar kurang dari satu, pada titik tetap endemik terjadi jika bilangan reproduksi dasar lebih dari satu. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa untuk menekan penyebaran infeksi *Human Papillomavirus* dapat dilakukan dengan menurunkan kontak infeksi dengan individu terpapar dan individu terinfeksi dengan gejala serta meningkatkan tingkat kesembuhan individu terinfeksi dengan gejala.

Kata kunci: analisis sensitivitas, bilangan reproduksi dasar, *human papillomavirus*, populasi.

ABSTRACT

RHAFY ANDIKA YANORI. The Effect of Infection and Recovery Rates on Population Dynamics in a Mathematical Model of Human Papillomavirus Infection Spread. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Human Papillomavirus is one of the sexually transmitted viruses that is highly contagious. Human Papillomavirus is classified into two types that are high risk mucosal types and low risk mucosal types. The high risk type is a major cause of one of the sexually transmitted diseases, namely cervical cancer, which affects women worldwide. This study aims to reconstruct a mathematical model for the spread of Human Papillomavirus infection, determine and analyze equilibrium points, conduct sensitivity analysis, and perform numerical simulations. The disease free equilibrium is stable when the basic reproduction number is less than one, while the endemic equilibrium occurs when the basic reproduction number is greater than one. The results of the numerical simulations show that to suppress the spread of Human Papillomavirus infection, efforts can be made by reducing contact with exposed individuals and symptomatic infected individuals, and increasing the recovery rate of infected individuals with symptoms.

Keyword: *basic reproduction number, human papillomavirus, population, sensitivity analysis.*



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah,
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



PENGARUH TINGKAT INFEKSI DAN KESEMBUHAN TERHADAP DINAMIKA POPULASI PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN INFEKSI *HUMAN PAPILLOMAVIRUS*

@*Hak cipta milik IPB University*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

RHAFY ANDIKA YANORI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

IPB University

IPB University

Tim Pengudi pada Ujian Skripsi:
Drs. Siswandi, M.Si.

@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Pengaruh Tingkat Infeksi dan Kesembuhan terhadap Dinamika Populasi pada Model Matematika Penyebaran Infeksi *Human Papillomavirus*

Nama : Rhafy Andika Yanori
NIM : G5401211025

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Drs. JahaRuddin, M.S.



Pembimbing 2:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi Matematika:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
NIP 197902272005011001





Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak mengujikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2024 sampai bulan Maret 2025 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Pengaruh Tingkat Infeksi dan Kesembuhan terhadap Dinamika Populasi pada Model Matematika Penyebaran Infeksi *Human Papillomavirus*”. Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang terlibat dalam penyusunan karya ilmiah ini, diantaranya:

- 1 Bapak Yasmi dan Ibu Nofriyanti selaku orang tua penulis yang telah memberikan kasih sayang, cinta, doa, dukungan, dan pelajaran hidup yang sangat berharga sehingga penulis bisa menyelesaikan karya ilmiah ini dan pendidikan hingga saat ini.
 - 2 Randy Alfa Yanori, S.A.P. dan Hanna Dwitaningrum Elsa, S.E., Rhaka Desya Yanori, S.T., serta Rabil Elwi Yanori selaku kakak, kakak ipar, dan adik penulis yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam menjalani perkuliahan.
 - 3 Ibu Nofrita Zahara, S.Pd, Alm. Bapak Afrinaldi, Bapak H.Mahendra, B.E., Ibu Afriza, dan Bapak Hetrisno selaku sanak keluarga yang memberikan dukungan kepada penulis selama menjalani perkuliahan.
 - 4 Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing pertama sekaligus dosen Pembimbing Akademik (PA), Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing kedua, dan Drs. Siswandi, M.Si. selaku dosen penguji sidang skripsi atas ilmu, arahan, saran, kritik, serta motivasi kepada penulis sehingga karya ilmiah ini selesai dengan baik.
 - 5 Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini.
 - 6 Gilang, Ahsan, Isa, Madjid, Juna selaku teman dekat penulis yang selalu bersama dan memberikan canda tawa semasa perkuliahan.
 - 7 Intan, Alfian, Vera, Tiur, dan Hana selaku BPH Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 yang selalu membantu dan memberi semangat selama menjalani kepengurusan Gumatika.
 - 8 Pimpinan Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 yaitu Ian, Gilang, Tita, Wanda, Rani, Rendy, Shiva, Febby, Rain, Nisa, Nala, dan Vivi yang telah menemani dan bersama perjalanan penulis selama menjadi ketua Gumatika.
 - 9 Pengurus Gumatika SSMI IPB Periode 2023/2024 Kabinet Niscala Aletta yang telah menjadi rumah tempat bertumbuh bagi penulis.
 - 10 Keluarga besar Matematika 58 yang menjadi rumah terindah bagi penulis dalam menuntut ilmu dan mengukir kenangan bersama.
 - 11 Tim KKN-TI IPB 2024 Desa Krandon, Kec. Kesesi, Kab. Pekalongan, Provinsi Jawa Tengah atas waktu 40 hari dalam menjalani KKN.
- Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juni 2025

Rhafy Andika Yanori



DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	6
2.7 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Model Matematika	9
4.2 Eksistensi Solusi	11
4.3 Titik Tetap Bebas Penyakit	13
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	13
4.5 Titik Tetap Endemik	15
4.6 Analisis Kestabilan Titik Tetap	16
4.7 Simulasi Numerik	20
V SIMPULAN DAN SARAN	35
5.1 Simpulan	35
5.2 Saran	35
LAMPIRAN	38
RIWAYAT HIDUP	50

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a.

Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b.

Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



1	Parameter sistem persamaan diferensial (7)	11
2	Nilai parameter sistem persamaan diferensial (7)	20
3	Nilai indeks sensitivitas	21
4	Hasil simulasi peluang infeksi akibat kontak dengan individu terpapar (β_1) terhadap \mathcal{R}_0	22
5	Hasil simulasi peluang infeksi akibat kontak dengan individu terinfeksi dengan gejala (β_2) terhadap \mathcal{R}_0	26
6	Hasil simulasi tingkat kesembuhan individu terinfeksi dengan gejala (γ_2) terhadap \mathcal{R}_0	30

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	8
2	Diagram kompartemen penyebaran infeksi <i>Human Papillomavirus</i>	9
3	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi β_1	23
4	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi β_1	23
5	Dinamika populasi individu terinfeksi bergejala dengan variasi β_1	23
6	Dinamika populasi individu terinfeksi persisten dengan variasi β_1	24
7	Dinamika populasi individu terkena kanker dengan variasi β_1	24
8	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi β_1	24
9	Dinamika populasi saat $\beta_1 = 0,082$	25
10	Dinamika populasi saat $\beta_1 = 0,0205$	25
11	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi β_2	27
12	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi β_2	27
13	Dinamika populasi individu terinfeksi bergejala dengan variasi β_2	27
14	Dinamika populasi individu terinfeksi persisten dengan variasi β_2	28
15	Dinamika populasi individu terkena kanker dengan variasi β_2	28
16	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi β_2	28
17	Dinamika populasi saat $\beta_2 = 0,05$	29
18	Dinamika populasi saat $\beta_2 = 0,0005$	29
19	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi γ_2	31
20	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi γ_2	31
21	Dinamika populasi individu terinfeksi bergejala dengan variasi γ_2	31
22	Dinamika populasi individu terinfeksi persisten dengan variasi γ_2	32
23	Dinamika populasi individu terkena kanker dengan variasi γ_2	32
24	Dinamika populasi individu sembuh dengan variasi γ_2	32
25	Dinamika populasi saat $\gamma_2 = 0,072$	33
26	Dinamika populasi saat $\gamma_2 = 0,99$	33



1	Penentuan titik tetap bebas penyakit dan endemik	39
2	Penentuan bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0)	40
3	Penentuan koefisien α_3	41
4	Penentuan nilai parameter	42
5	Penentuan nilai indeks sensitivitas	44
6	Penentuan titik tetap dengan perubahan parameter β_1	46
7	Penentuan titik tetap dengan perubahan parameter β_2	48
8	Penentuan titik tetap dengan perubahan parameter γ_2	49

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak mengugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.