SIMULASI MONTE CARLO DAN MONTE CARLO *MOMENT MATCHING* DALAM PENENTUAN HARGA OPSI *CAPPED* EROPA

RAYMOND

PROGRAM STUDI AKTUARIA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Simulasi Monte Carlo dan Monte Carlo *Moment Matching* dalam Penentuan Harga Opsi *Capped* Eropa” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Mei 2025
Raymond
G5402201058

ABSTRAK

RAYMOND. Simulasi Monte Carlo dan Monte Carlo *Moment Matching* dalam Penentuan Harga Opsi *Capped* Eropa. Dibimbing oleh DONNY CITRA LESMANA dan RUHIYAT.

Metode Monte Carlo merupakan salah satu simulasi numerik yang dapat digunakan untuk penentuan harga opsi. Metode ini membutuhkan jumlah simulasi yang banyak untuk memperoleh hasil yang akurat karena memiliki orde kekonvergenan yang relatif rendah. Metode Monte Carlo *moment matching* merupakan teknik reduksi ragam yang menyesuaikan momen sampel dengan sifat populasi untuk mengefisiensikan kinerja metode Monte Carlo standar. Tujuan dari karya ilmiah ini adalah membandingkan penggunaan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching* dalam penentuan harga opsi *capped*. Metode Monte Carlo *moment matching* lebih efisien dalam penentuan harga opsi karena memiliki orde kekonvergenan yang lebih besar. Harga opsi *capped call* merupakan fungsi naik terhadap harga awal aset, volatilitas, waktu jatuh tempo, dan batas atas harga, tetapi merupakan fungsi turun terhadap harga *strike*. Sementara itu, harga opsi *capped put* merupakan fungsi turun terhadap harga awal aset dan fungsi naik terhadap harga *strike*, volatilitas, waktu jatuh tempo, dan batas bawah harga.

Kata kunci: Monte Carlo, *moment matching*, opsi *call*, opsi *capped*, opsi *put*, reduksi ragam.

ABSTRACT

RAYMOND. Monte Carlo Simulation and Monte Carlo Moment Matching in European Capped Option Pricing. Supervised by DONNY CITRA LESMANA and RUHIYAT.

The Monte Carlo method is a type of numerical simulation that can be used to determine option pricing. This method requires a large number of simulations to obtain accurate results due to its relatively low order of convergence. The Monte Carlo moment matching method is a variance reduction technique that adjusts sample moments to match population characteristics in order to improve the efficiency of the standard Monte Carlo method. The purpose of this scientific paper is to compare the use of the standard Monte Carlo method and the Monte Carlo moment matching method in pricing capped options. The Monte Carlo moment matching method is more efficient for option pricing because it has a higher order of convergence. The price of a capped call option is an increasing function of the initial asset price, volatility, time to maturity, and cap price, but a decreasing function of the strike price. Meanwhile, the price of a capped put option is a decreasing function of the initial asset price and an increasing function of the strike price, volatility, time to maturity, and floor price.

Keywords: Call options, moment matching, Monte Carlo, put options, variance reduction.

SIMULASI MONTE CARLO DAN MONTE CARLO *MOMENT MATCHING* DALAM PENENTUAN HARGA OPSI *CAPPED* EROPA

RAYMOND

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Aktuaria pada
Program Studi Aktuaria

PROGRAM STUDI AKTUARIA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

Dr. Ir. Retno Budiarti, M.S.

Judul Skripsi : Metode Monte Carlo dan Monte Carlo *Moment Matching* dalam Penentuan Harga Opsi *Capped* Eropa
Nama : Raymond
NIM : G5402201058

Disetujui oleh

Pembimbing I:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.

digitally signed
disign.ipb.ac.id

Pembimbing II:
Ruhiyat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc.

digitally signed
disign.ipb.ac.id

Diketahui oleh

Ketua Program Studi Aktuaria:
Dr. Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA.
NIP. 196512181990021001

digitally signed
disign.ipb.ac.id

Tanggal Ujian: 25 Maret 2025 Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan November 2023 sampai bulan Mei 2025 ini ialah Opsi *Capped* Eropa, dengan judul “Metode Monte Carlo dan Monte Carlo *Moment Matching* dalam Penentuan Harga Opsi *Capped* Eropa”. Ungkapan terima kasih juga disampaikan kepada berbagai pihak antara lain:

1. Keluarga: Bapak Herry, Ibu Desi, serta kakak dan adik atas kasih sayang, semangat, serta motivasi yang diberikan.
2. Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math. selaku dosen pembimbing 1 dan Ruhiyat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc. selaku dosen pembimbing 2 atas seluruh ilmu, motivasi, dan bimbingan selama penulisan karya ilmiah ini.
3. Seluruh dosen dan staf Departemen Matematika atas segala ilmu yang diberikan.
4. Teman-teman Kontrakan Dian yang telah berperan dalam memberikan saran dan segala bentuk dukungan.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Mei 2025
Raymond

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Investasi adalah penanaman modal pada suatu aset baik riil maupun keuangan untuk mendapatkan keuntungan dalam kurun waktu tertentu. Berbagai bentuk investasi bermunculan mulai dari produk investasi dengan risiko rendah hingga produk investasi dengan risiko tinggi. Bentuk dari produk investasi berisiko tinggi dapat berupa saham, mata uang kripto, dan instrumen derivatif. Sementara itu, produk investasi yang memiliki tingkat risiko rendah dapat berupa deposito, obligasi, dan reksa dana. Meskipun risiko investasi tidak dapat sepenuhnya dihilangkan, risiko tersebut dapat diminimalkan melalui berbagai strategi manajemen risiko. Salah satu strategi manajemen risiko yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan derivatif keuangan sebagai alat lindung nilai (Huang X & Wang H 2019).

Derivatif keuangan adalah kontrak antara dua pihak atau lebih yang nilainya diturunkan dari nilai instrumen yang mendasarinya. Perubahan nilai tersebut umumnya mengikuti perubahan variabel pasar yang mendasarinya seperti suku bunga atau harga (Campbell *et al*. 2019). Derivatif keuangan dapat dikategorikan menjadi empat jenis produk, yaitu kontrak *forward*, kontrak *futures*, *options*, dan *swaps* (Campbell *et al*. 2019). Kontrak opsi atau *options* adalah kontrak perdagangan dengan derivatif keuangan sebagai produk pelaksanaannya (Nadia *et al*. 2023). Opsi standar telah diperdagangkan secara aktif di pasar, namun terdapat keterbatasan fitur pada opsi standar menyebabkan investor mengalami kesulitan dalam mengambil keputusan di situasi pasar semakin kompleks. Oleh sebab itu, dibentuklah opsi dengan beberapa fleksibilitas fitur yang dapat disesuaikan dengan kebutuhan spesifik setiap investor, yaitu opsi eksotik (Martinkutė-Kaulienė R. 2012).

Opsi *capped* merupakan salah satu variasi dari opsi eksotik. Opsi ini membatasi jumlah *payoff* para pemegang opsi, tetapi juga mengurangi harga opsi yang dibayar oleh pembeli (Boyle & Dtemple 1995). Batas atas harga atau harga *cap* untuk opsi *call* ditentukan berdasarkan penjumlahan harga *strike* dengan interval *cap* opsi, sedangkan untuk batas atas harga opsi *put* dapat ditentukan dengan selisih nilai antara harga *strike* dengan interval *cap*-nya. Opsi akan dieksekusi menggunakan harga *cap* yang telah ditentukan jika aset dasar berada di atas atau di bawah harga *cap*. Dalam menentukan harga opsi, terdapat berbagai metode analitik dan numerik. Salah satu metode numerik yang umum digunakan adalah metode Monte Carlo, yang merupakan simulasi stokastik berdasarkan teori probabilitas dan statistik dengan menggunakan bilangan acak (Alfeus & Kannan 2021).

Metode Monte Carlo dapat memberikan pendekatan harga opsi yang cukup akurat dengan menggunakan jumlah simulasi yang mencukupi. Semakin banyak jumlah simulasi yang digunakan maka semakin akurat harga yang didapatkan. Namun, metode Monte Carlo memiliki kelemahan yaitu konvergensi metode yang cukup rendah sehingga metode ini kurang efisien untuk jumlah simulasi yang rendah. Oleh sebab itu, teknik reduksi ragam dibutuhkan untuk meningkatkan efisiensi metode ini. Salah satu teknik reduksi ragam yang dapat digunakan adalah *moment matching*, yaitu dengan mencocokkan momen sampel dengan sifat statistik populasi. Penelitian terkait metode Monte Carlo *moment matching* dilakukan oleh Dewi (2022) tentang penentuan harga opsi *lookback floating strike*. Dalam penelitian ini, dilakukan penentuan harga opsi *capped* Eropa menggunakan metode Monte Carlo standar dan metode Monte Carlo *moment matching*.

1.2 Tujuan

Tujuan dari karya ilmiah ini adalah

1. membandingkan tingkat efisiensi metode Monte Carlo standar dan metode Monte Carlo *moment matching* dalam penentuan harga opsi *capped* Eropa,
2. menentukan pengaruh harga awal aset, harga *strike*, tingkat volatilitas, waktu jatuh tempo, batas atas dan batas bawah harga aset, dan terhadap harga opsi *capped call* dan opsi *capped put*.

II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pasar Modal

Pasar modal adalah tempat di mana perusahaan dan individu ataupun sekelompok orang dapat membeli dan menjual produk investasi. Pasar modal dapat membantu pemilik modal mengalokasikan harta atau dananya ke perusahaan atau pemerintah yang membutuhkan dana untuk pertumbuhan atau proyek, sehingga mendukung ekonomi dengan menyediakan cara untuk mengumpulkan dan memobilisasi modal dengan efisien. Di dalam pasar modal, ada beberapa istilah yang harus dipahami antara lain sebagai berikut:

Investasi dan Investor

Investasi merupakan kegiatan menanamkan modal untuk keuntungan di masa depan. Namun, dalam dunia investasi ada berbagai risiko yang tidak mudah diprediksi. Salah satu cara meminimalkan risiko adalah dengan menggunakan opsi (Mudjiyono 2012). Investor, perorangan atau badan yang membeli pemilikan suatu perusahaan yang telah *go public* dan terdaftar di bursa efek. Pemodalan dapat dilakukan secara perorangan (individu) maupun institusi (lembaga) misalnya perusahaan, koperasi, dan yayasan (Surur *et al.* 2018).

Underlying Asset

Underlying asset adalah aset yang dijadikan sebagai objek atau dasar transaksi. Aset yang dijadikan sebagai *underlying* dapat berupa barang berwujud maupun tidak berwujud, seperti tanah, bangunan, berbagai jenis proyek pembangunan, serta aset non-fisik lainnya seperti jasa. Beberapa hal yang termasuk aset antara lain komoditas (minyak, gas, emas), saham, mata uang, obligasi dan lain sebagainya (Jia *et al*. 2021).

Saham

Saham merupakan surat berharga yang menyatakan penanaman modal atau bukti kepemilikan atas suatu perusahaan (Fakhruddin 2008). Ketika seseorang membeli saham perusahaan, mereka sebenarnya membeli sebagian kecil dari perusahaan tersebut. Saham sering kali diperdagangkan di pasar modal, seperti bursa saham, dan nilainya dapat berubah bergantung pada kinerja perusahaan, sentimen pasar, dan faktor ekonomi lainnya. Sebagai pemilik saham, investor dapat memperoleh keuntungan atau imbal hasil jika harga saham naik. Investor juga akan mendapatkan dividen jika perusahaan membagikan keuntungannya kepada pemegang saham. Saham juga memberi pemegangnya hak untuk menghadiri rapat umum pemegang saham dan ikut serta dalam pengambilan keputusan penting perusahaan.

Produk Derivatif

Produk derivatif merupakan produk turunan, baik turunan langsung maupun turunan selanjutnya dari instrumen utama seperti saham, indeks, dan obligasi. Pada umumnya produk derivatif memiliki harga yang lebih rendah jika dibandingkan dengan harga aset yang mendasarinya. Hal ini digunakan perusahaan untuk menarik minat beli para investor (Niansyah *et al*. 2018). Opsi, kontrak *future*, *warrant*, dan *right issue* adalah contoh produk derivatif (McDonald 2013). Produk derivatif digunakan untuk berbagai tujuan seperti lindung nilai (*hedging*) risiko pasar, spekulasi untuk mendapatkan keuntungan dari perubahan harga aset, atau sebagai instrumen untuk mengelola risiko finansial. Produk derivatif memungkinkan investor untuk mengambil posisi di pasar yang lebih besar daripada yang dapat mereka lakukan secara langsung dengan aset yang mendasarinya. Namun, karena sifatnya yang kompleks dan potensial untuk menghadapi kerugian besar, penggunaan produk derivatif juga melibatkan risiko yang signifikan.

2.2 Opsi

Opsi merupakan instrument investasi yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pembeli untuk menjual atau membeli aset dasar pada harga eksekusi (*strike price*) dan waktu jatuh tempo (*expiration date*) tertentu (Zhang 2009). Opsi dapat dibedakan berdasarkan fitur yang diberikan. Berdasarkan fitur jual atau beli yang didapatkan, opsi dapat dibedakan menjadi opsi *call* dan opsi *put*. Sementara itu, berdasarkan waktu eksekusinya, opsi dapat dibedakan menjadi opsi Amerika dan opsi Eropa. Perbedaan fitur yang diberikan opsi tentunya memengaruhi struktur imbal hasil atau *payoff* opsi tersebut.

2.2.1 Opsi *Call* dan Opsi *Put*

Berdasarkan jenis hak yang didapatkan pembeli opsi, opsi dapat dibedakan menjadi opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *call* memberikan hak kepada pemegang opsi untuk membeli aset yang mendasarinya dengan harga tertentu (harga *strike*) di waktu tertentu, sedangkan opsi put memberikan hak untuk menjual aset dengan harga tertentu (harga *strike*) pada waktu tertentu (Hull 2021). Opsi *call* umumnya digunakan ketika investor memperkirakan harga aset akan naik di masa mendatang, sehingga mereka dapat membeli dengan harga lebih rendah dan menjual dengan harga yang lebih tinggi. Sementara itu, opsi *put* biasanya digunakan ketika investor memperkirakan harga aset akan turun di masa mendatang, sehingga mereka dapat menjual dengan harga lebih tinggi daripada harga pasar saat ini. Baik opsi call maupun opsi put dapat digunakan untuk lindung nilai (*hedging*) risiko atau untuk spekulasi di pasar modal.

2.2.2 Opsi Amerika dan Opsi Eropa

Berdasarkan waktu eksekusinya atau waktu pelaksanaanya (*exercise*), opsi dapat dibedakan menjadi opsi Amerika dan opsi Eropa. Opsi Amerika adalah opsi yang memungkinkan pemegangnya untuk menggunakan haknya kapan saja antara saat ini hingga tanggal jatuh tempo kontrak opsi. Artinya, pemegang opsi Amerika dapat menjalankan opsi (*exercise*) kapan saja sebelum atau pada tanggal jatuh tempo. Sebaliknya, opsi Eropa adalah opsi yang hanya memungkinkan pemegangnya untuk menggunakan haknya pada tanggal jatuh tempo kontrak opsi. Pemegang opsi Eropa tidak dapat menjalankan opsi sebelum tanggal jatuh tempo. Perbedaan utama ini membuat opsi Amerika lebih fleksibel dibandingkan opsi Eropa, meskipun keduanya digunakan untuk tujuan yang sama, yaitu membeli atau menjual aset yang mendasarinya pada harga yang telah ditetapkan (harga *strike*). Di sisi lain, fleksibilitas penggunaan opsi Amerika menyebabkan opsi tersebut lebih sulit dianalisis dibandingkan dengan opsi Eropa. Sebagian besar opsi yang diperdagangkan di bursa adalah opsi Amerika (Hull 2021).

2.2.3 Struktur *Payoff* dan Profit Opsi

Payoff opsi merupakan keuntungan atau kerugian yang diperoleh oleh pemegang opsi pada saat opsi tersebut dilaksanakan. Pada opsi *call*, *payoff* dihitung sebagai selisih antara harga pasar aset yang mendasarinya dan harga *strike*, dikurangi premi opsi yang dibayar, jika harga pasar lebih tinggi dari harga *strike*. *Payoff* pada opsi *put* dihitung sebagai selisih antara harga *strike* dan harga pasar aset yang mendasarinya, dikurangi premi opsi yang dibayar, jika harga pasar lebih rendah dari harga *strike*. Jika opsi tidak menguntungkan untuk dilaksanakan, pemegang opsi dapat memilih untuk tidak melaksanakannya, dan dalam kasus ini, *payoff*-nya nol, tetapi premi opsi tetap hilang. Pada *payoff* opsi, keuntungan juga dipengaruhi oleh posisi yang dipilih investor. Menurut Hull (2021), posisi dalam kontrak opsi ada dua, yaitu menjual (*long*) dan membeli (*short*). Misalkan S_T adalah harga penutupan saham (*closing price*) pada waktu T dan K merupakan harga *strike*. Skema *payoff* dan profit dari menjual opsi (*short*) dan membeli opsi (*long*) dirangkum dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1 *Payoff* opsi *call* dan *put* pada posisi *long* dan *short*

Jenis opsi	$S_T < K$	$S_T \geq K$
Long call	0	$S_T - K$
Short call	0	$-(S_T - K)$
Long put	$K - S_T$	0
Short put	$-(K - S_T)$	0

Misalkan c adalah harga opsi *call* dan p adalah harga opsi *put*, maka perhitungan profit di setiap posisi untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Profit opsi *call* dan *put* pada posisi *long* dan *short*

Jenis opsi	$S_T < K$	$S_T \geq K$
Long call	$-c$	$S_T - K - c$
Short call	c	$K - S_T + c$
Long put	$K - S_T - p$	$-p$
Short put	$S_T - K + p$	p

2.3 Opsi *Capped*

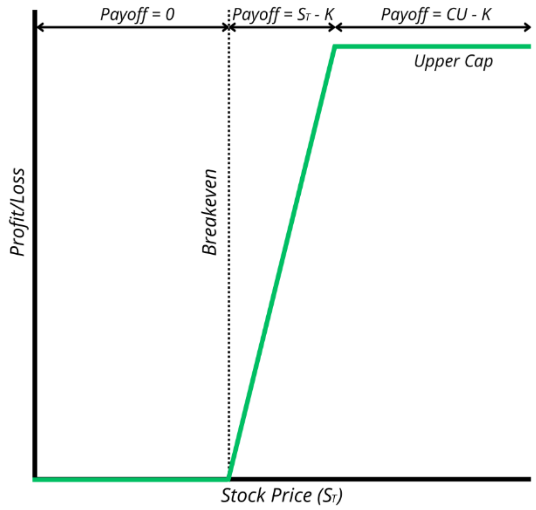
Opsi *capped* adalah jenis kontrak opsi di mana terdapat batas maksimum pada keuntungan yang bisa diperoleh dari opsi tersebut. Pada opsi *capped call*, pemegang opsi memiliki hak untuk membeli aset yang mendasarinya pada harga *strike*, tetapi keuntungan maksimum dibatasi oleh harga *cap* yang telah ditentukan. Jika harga pasar melebihi harga *cap*, pemegang opsi tidak akan mendapatkan keuntungan tambahan di atas harga *cap* tersebut. Sebaliknya, pada opsi *capped put*, pemegang opsi memiliki hak untuk menjual aset pada harga *strike* dengan batas maksimum kerugian yang dibatasi oleh harga *cap*. Opsi ini dirancang untuk membatasi risiko dan keuntungan, membuatnya menjadi instrumen yang lebih aman dibandingkan opsi tanpa batas maksimum.

Opsi *capped* dapat diaplikasikan baik pada opsi Amerika maupun opsi Eropa. Misalkan CU menyatakan batas atas harga *cap*, maka struktur *payoff* opsi *call capped* dapat dilihat pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3 *Payoff* opsi *call capped*

Kondisi harga aset	*Payoff*
$S_T \leq K$	0
$K < S_T \leq CU$	$S_T - K$
$S_T > CU$	$CU - K$

Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa keuntungan maksimum yang didapatkan oleh pemegang opsi *call capped* akan dibatas pada selisih harga *strike* dengan batas atas harga opsi meskipun nilai saham yang mendasari terus meningkat. Pada kondisi harga saham lebih kecil atau sama dengan harga *strike*, keuntungan yang diperoleh pemegang opsi adalah nol. Grafik visualisasi pergerakan harga opsi *call capped* dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1 Grafik harga opsi *call capped*

Gambar 1 menunjukkan hubungan antara harga saham dan keuntungan yang diperoleh pemegang opsi. *Payoff* mulai meningkat ketika harga saham melampaui harga *strike*, dengan kemiringan yang menunjukkan keuntungan yang sebanding dengan kenaikan harga saham. Namun, keuntungan ini dibatasi oleh level *cap*, yang tercermin dalam segmen horizontal pada grafik setelah titik tertentu. Artinya, meskipun harga saham terus naik, keuntungan pemegang opsi tidak akan melebihi batas yang telah ditentukan. Titik *breakeven*, yang ditandai pada harga *strike*, menunjukkan titik di mana pemegang opsi tidak mengalami keuntungan atau kerugian, sementara keuntungan maksimum tercapai pada level *cap*.

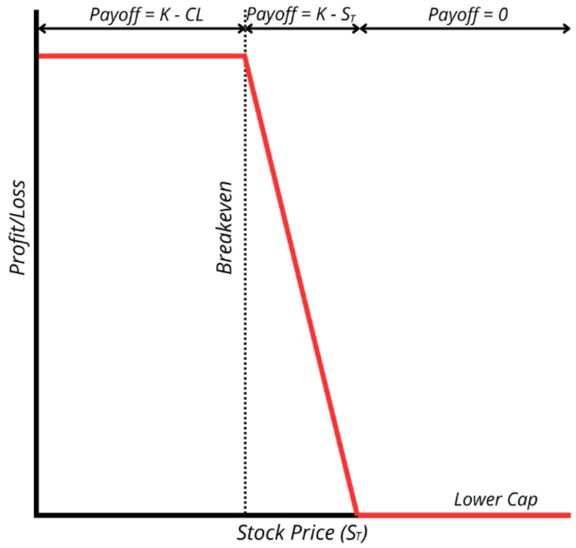
Grafik ini menggambarkan skenario di mana pembeli opsi menerima keuntungan terbatas meskipun harga saham meningkat tajam. Strategi ini cocok digunakan oleh investor yang mengantisipasi kenaikan harga saham, tetapi ingin membatasi eksposur mereka terhadap biaya premi dengan keuntungan yang tetap terbatas. Jika harga saham bergerak lebih rendah dari harga *strike*, maka opsi ini tidak akan memberikan keuntungan, dan pemegang opsi hanya akan kehilangan premi yang telah dibayarkan.

Opsi *put capped* adalah jenis opsi put yang membatasi potensi keuntungan maksimum dari penurunan harga saham hingga level tertentu (*cap*). Misalkan CL menyatakan batas bawah harga *cap*, maka struktur *payoff* opsi *put capped* dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4 *Payoff* opsi *put capped*

Kondisi harga aset	*Payoff*
$S_T \leq CL$	$K - CL$
$CL < S_T \leq K$	$K - S_T$
$S_T > K$	0

Berdasarkan Tabel 4, dapat dilihat bahwa keuntungan maksimum yang didapatkan oleh pemegang opsi *call capped* akan dibatas pada selisih harga *strike* dengan batas bawah harga opsi meskipun nilai saham yang mendasari terus menurun. Pada kondisi harga saham lebih besar dari harga *strike*, keuntungan yang diperoleh pemegang opsi adalah nol. Grafik visualisasi pergerakan harga opsi *put capped* dapat dilihat pada Gambar 2 berikut



Gambar 2 Grafik harga opsi *put capped*

Gambar 2 menunjukkan bagaimana keuntungan pemegang opsi *put capped* berubah seiring dengan pergerakan harga saham di bawah harga *strike*. Ketika harga saham turun, keuntungan pemegang opsi meningkat secara linear, karena mereka dapat menjual saham pada harga yang lebih tinggi dari harga pasar. Namun, keuntungan ini juga dibatasi oleh *cap*, yang tercermin dalam segmen horizontal pada grafik setelah titik tertentu. Hal ini berarti bahwa meskipun harga saham terus turun, keuntungan pemegang opsi tidak akan melebihi batas *cap* yang telah ditentukan. Titik *breakeven* terjadi ketika harga saham mencapai harga *strike*, setelah memperhitungkan biaya premi yang dibayarkan untuk opsi tersebut.

Strategi opsi *capped put* ini memungkinkan investor untuk memperoleh keuntungan dari penurunan harga saham hingga suatu batas tertentu. Gambar 2 menunjukkan potensi keuntungan yang terbatas, namun juga memberikan perlindungan terhadap kerugian besar dengan membatasi potensi kerugian dari sisi premium yang dibayarkan, menjadikannya pilihan yang lebih aman bagi investor yang mengantisipasi penurunan harga namun ingin melindungi diri dari penurunan yang lebih tajam.

2.4 Volatilitas

Volatilitas merupakan ukuran ketidakpastian pergerakan harga suatu aset di masa depan (Hull 2021). Volatilitas mencerminkan tingkat perubahan harga suatu aset dalam jangka waktu tertentu, yang digunakan untuk mengukur risiko pasar. Dalam konteks keuangan, volatilitas mencerminkan ketidakpastian atau fluktuasi harga yang dapat terjadi dalam periode tertentu, di mana aset dengan volatilitas tinggi memiliki potensi untuk mengalami perubahan harga yang besar dan cepat. Volatilitas dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti kondisi ekonomi, kebijakan moneter, atau peristiwa global yang signifikan, dan sering digunakan oleh investor untuk menilai risiko dan potensi *return* suatu investasi. Ukuran volatilitas yang umum digunakan adalah simpangan baku dan volatilitas historis.

Menurut Hull (2021), untuk menghitung volatilitas harga saham secara empiris, harga saham diamati pada interval waktu yang tetap (setiap hari, setiap minggu, atau setiap bulan). Didefinisikan *return* saham

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right).$$

R_t = *Return* saham pada saat t
S_t = Harga saham pada saat t, dengan $t = 0, 1, 2, \dots, n$.

Simpangan baku adalah ukuran statistik yang digunakan untuk menentukan seberapa jauh nilai-nilai dalam suatu data menyebar dari nilai rata-rata (*mean*). Semakin tinggi simpangan baku, semakin besar penyebaran data dari rata-rata, yang berarti aset atau investasi tersebut memiliki fluktuasi harga yang lebih besar sehingga lebih berisiko. Secara umum, simpangan baku memberikan wawasan tentang tingkat ketidakpastian atau risiko yang terkait dengan investasi atau data tertentu. Estimasi s, simpangan baku dari R_t didapatkan dari persamaan berikut:

$$s = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \frac{(R_t - \bar{R})^2}{n-1}}.$$

Misalkan σ menyatakan volatilitas harga saham. Nilai volatilitas harga saham dapat diestimasi menggunakan persamaan berikut:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\Delta t}}$$

n = Jumlah observasi
R_t = *Return* saham pada saat t
$\bar{R}$ = *Mean* dari *return* saham
Δt = Interval waktu dalam tahun

2.5 Proses Stokastik

Proses stokastik $\{X(t), t \in T\}$ adalah himpunan peubah acak, sehingga untuk setiap $t \in T, X(t)$ adalah peubah acak. Indeks t diinterpretasikan sebagai waktu dan $X(t)$ sebagai hasil proses di waktu t (Ross 2007). Menurut Hull (2021), proses stokastik memberikan gambaran bagaimana peubah atau variabel, misalnya harga saham, nilai tukar, atau tingkat bunga, mengalami perubahan nilai dari waktu ke waktu dengan cara yang tidak pasti. Model stokastik memungkinkan analisis yang mendalam terhadap probabilitas perubahan harga aset di masa depan, membantu para ahli keuangan dalam mengembangkan strategi perdagangan yang lebih baik dan mengelola risiko dengan lebih efektif.

Geometric Brownian Motion

Menurut Hull (2021), *Geometric Brownian Motion* (GBM) merupakan salah satu jenis proses stokastik yang umum digunakan dalam analisis pergerakan harga suatu aset keuangan. GBM dapat memberikan gambaran bagaimana harga aset keuangan, seperti saham, mata uang, atau komoditas, berfluktuasi seiring waktu. Model ini menarik karena menggabungkan dua komponen utama, yaitu *drift* dan volatilitas suatu aset keuangan. *Drift* adalah komponen yang mengindikasikan rata-rata pergerakan harga aset seiring waktu, sedangkan volatilitas merupakan komponen yang mencerminkan tingkat fluktuasi acak dalam harga suatu aset keuangan. Misalkan ΔS adalah perubahan harga aset S, μ adalah nilai harapan *return* saham, σ adalah *variance rate*, ε merupakan peubah acak yang menyebar normal baku, dan Δt adalah interval waktu. Model GBM dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

atau dalam bentuk diskret dapat dituliskan sebagai:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}.$$

Proses Markov

Proses Markov merupakan suatu proses stokastik di mana pergerakan suatu peubah di masa depan hanya bergantung pada kondisi saat ini, bukan kondisi pada masa lalu maupun sejarah bagaimana pergerakan tersebut muncul (Hull 2021).

Proses Wiener

Menurut Hull (2021), proses Wiener adalah proses stokastik di mana perubahan suatu peubah pada setiap periode waktu yang pendek (Δt) menyebar normal dengan nilai harapan sebesar nol dan ragam bernilai satu. Peubah Z dinyatakan memenuhi proses Wiener apabila memenuhi dua sifat, yaitu:

1. Perubahan Z (ΔZ) dalam interval waktu yang pendek (Δt) adalah

$$\Delta Z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

di mana ε menyebar normal baku atau menyebar normal dengan parameter nilai harapan nol dan ragam satu.

2. Nilai ΔZ untuk dua interval Δt yang berbeda dan tidak beririsan adalah saling bebas.

Proses Wiener Diperumum

Misalkan X mengikuti proses Wiener diperumum, maka perubahan X dapat dinotasikan sebagai

$$dX = a\,dt + b dZ$$

dengan dZ adalah proses Wiener, a adalah sebarang konstanta yang menyatakan rataan perubahan X per satuan waktu (*drift rate*), dan b adalah sebarang konstanta yang menyatakan simpangan baku per satuan waktu, di mana b^2 menyatakan *variance rate*. Untuk interval Δt yang pendek, proses Wiener diperumum dapat pula dinotasikan sebagai

$$\Delta X = a\,\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

dengan ε menyebar normal baku. Dari persamaan tersebut dapat diketahui bahwa ΔX menyebar normal dengan nilai harapan $a\Delta t$ dan ragam $b^2\Delta t$ (Hull 2021).

Proses Itô

Menurut Hull (2021), proses Itô adalah proses Wiener diperumum dengan parameter a dan b berupa fungsi dari peubah X dan waktu t. Proses Itô dapat didefinisikan sebagai

$$dX = a(X,t)\,dt + b(X,t)\,dZ$$

atau

$$\Delta X = a(X,t)\,\Delta t + b(X,t)\,\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

dengan ε menyebar normal baku.

Lemma Itô

Berdasarkan Hull (2021), fungsi $G(x,t)$ merupakan suatu fungsi kontinu yang dapat diturunkan secara parsial terhadap parameter x dan t, yaitu $\frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial t}, \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$. Selanjutnya didefinisikan persamaan diferensial stokastik dari variabel x dengan *drift rate* a dan *variance rate* b^2 sebagai berikut:

$$dx = a(x,t)\,dt + b(x,t)\,dz$$

dengan dz merupakan proses Wiener. Parameter a dan b adalah fungsi dari x dan t. Berdasarkan Lemma Itô, fungsi $G(x,t)$ memenuhi persamaan berikut

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}b\,dz$$

di mana dz juga merupakan proses Wiener. Oleh sebab itu, $G(x,t)$ juga memenuhi proses Itô, dengan *drift rate*

$$\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2$$

dan *variance rate*

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2.$$

2.6 Model Black-Scholes-Merton

Model Black-Scholes-Merton adalah model matematis yang digunakan untuk menentukan harga opsi Eropa yang sesuai berdasarkan harga aset yang mendasarinya (Hull 2021). Model ini dapat digunakan untuk menghitung nilai wajar dari opsi Eropa berdasarkan beberapa faktor kunci: harga saham saat ini, harga *strike*, waktu jatuh tempo, volatilitas pasar, dan tingkat bunga bebas risiko. Terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi untuk bisa menerapkan model, yaitu:

1. Harga saham mengikuti model *Geometric Brownian Motion*, dengan μ adalah nilai harapan *return* (*drift*) dan σ adalah simpangan baku dari *return* harga aset.
2. Suku bunga bebas risiko (r) bernilai konstan selama masa hidup opsi.
3. Investor dapat meminjam dan meminjamkan pada suku bunga bebas risiko.
4. Aset tidak membayarkan dividen selama masa hidup opsi.
5. Tidak terdapat pajak dan biaya transaksi pada pasar asetnya.
6. Tidak terdapat kesempatan arbitrase yang bebas risiko pada pasar asetnya.
7. Perdagangan sekuritas bersifat kontinu.

Misalkan c menyatakan harga opsi *call* Eropa dan p menyatakan harga opsi *put* Eropa. Berdasarkan metode Black-Scholes-Merton, harga opsi Eropa dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$
$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

di mana

S_0 = Harga awal aset
σ = Volatilitas harga saham
K = Harga *strike*
r = Suku bunga bebas risiko
T = Waktu jatuh tempo
$N(\cdot)$ = Fungsi distribusi kumulatif untuk peubah acak normal baku.

$$\mathrm{N}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

2.7 Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo adalah metode komputasi yang menggunakan pengulangan pengambilan sampel acak untuk memperkirakan hasil dari model matematis. Metode ini memanfaatkan *strong law of large number* dalam perhitungannya, artinya semakin banyak bilangan acak yang digunakan, semakin baik pendekatan eksaknya (Wang & Wang 2011).

Dalam dunia keuangan, simulasi Monte Carlo membantu menghitung nilai opsi, menilai risiko portofolio, dan memprediksi berbagai hasil investasi. Dengan melakukan banyak simulasi dari berbagai kemungkinan hasil, metode ini menghasilkan distribusi probabilitas yang membantu dalam membuat keputusan finansial.

Simulasi Monte Carlo dapat diterapkan dalam penentuan harga opsi Eropa. Proses utama dalam menghitung harga opsi Eropa dengan metode Monte Carlo adalah membangkitkan bilangan acak yang menyebar normal dengan rataan nol dan simpangan baku satu. Misalkan bilangan acak tersebut dilambangkan dengan Z. Diketahui pergerakkan harga saham $S(t)$ mengikuti gerak Brown geometrik untuk harga saham dengan persamaan sebagai berikut:

$$dS(t) = \mu S(t)\, dt + \sigma S(t) dW(t)$$

dengan $W(t)$ adalah proses Wiener, μ adalah nilai harapan *return*, dan σ adalah volatilitas harga saham.

Dalam praktiknya simulasi menggunakan bentuk diskrit lebih akurat daripada diferensialnya. Berdasarkan Lemma Itô, diskrit proses Wiener diperumum yang diikuti $S(t)$ adalah sebagai berikut:

$$S(t+\Delta t) = S(t)\exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}.Z\right]$$

Untuk interval waktu Δt yang kecil, digunakan bentuk diskrit dari gerak Brown geometric, yaitu:

$$\frac{S(t+\Delta t)}{S(t)} = \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}.Z\right]$$

sehingga

$$S(t+\Delta t) = S(t).\exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}.Z\right]$$

dengan $S(t+\Delta t)$ merupakan harga saham pada waktu $(t+\Delta t)$, $S(t)$ merupakan harga saham pada waktu t, dan Z merupakan bilangan acak yang menyebar normal baku (Hull 2021).

III METODE

3.1 Tahap Penelitian

Adapun tahap penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menghitung log *return* aset.
2. Menetapkan parameter yang dibutuhkan, yaitu harga aset saat ini (S_0), harga kesepakatan/*strike price* (K), suku bunga bebas risiko (r), volatilitas *return* (σ), waktu jatuh tempo (T), dan banyaknya simulasi (M).
3. Melakukan simulasi harga aset menggunakan simulasi Monte Carlo dan Monte Carlo *moment matching.*
4. Menentukan *payoff* opsi *call capped* dan *put capped* Eropa.
5. Menghitung harga opsi *call capped* dan *put capped* Eropa.
6. Menghitung dan membandingkan galat relatif dan orde kekonvergenan masing-masing metode.
7. Menentukan pengaruh harga aset awal, harga *strike*, volatilitas, periode jatuh tempo, batas atas dan bawah harga terhadap harga opsi *call capped* dan *put capped* Eropa.

3.2 Model Harga Aset

Penentuan harga opsi tipe Eropa memerlukan nilai dari harga aset di waktu jatuh tempo. Harga aset yang bergerak secara acak setiap waktu dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial stokastik. Dalam penelitian ini, harga aset diasumsikan mengikuti gerak Brown geometrik (Hull, 2021) dengan persamaan sebagai berikut:

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t \tag{1}$$

kemudian untuk sembarang fungsi $G(S,t)$, berlaku Lemma Itô sebagai berikut:

$$\partial G = \left(\frac{\partial G}{\partial S} rS + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right) dt + \frac{\partial G}{\partial S}\sigma S dW_t \tag{2}$$

dengan mengasumsikan *return* harga saham memiliki fungsi $G = \ln S$, maka

$$\partial G = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dW_t \tag{3}$$

sehingga diperoleh solusi persamaan (4) sebagai berikut:

$$S_{t_i} = S_{t_{i-1}} \exp\left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \sigma \Delta W_{t_i}\right), i = 1,2,3,\dots,n \tag{4}$$

dengan

Δt : Interval waktu per langkah waktu,
S_{t_i} : Harga saham di langkah waktu saat ini,
$S_{t_{i-1}}$: Harga saham pada langkah waktu sebelumnya,
r : Tingkat pengembalian bebas risiko,
σ : Volatilitas harga saham,
W : Proses Wiener,
ΔW : Interval proses Wiener per langkah waktu.

Berdasarkan proses Wiener, persamaan (4) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$S_{t_i} = S_{t_{i-1}} \exp\left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \sigma \varepsilon_{t_i}\sqrt{\Delta t}\right), i = 1,2,3,\dots,n \tag{5}$$

dengan ε_{t_i} merupakan bilangan acak yang berdistribusi normal baku dengan nilai tengah 0 dan ragam 1, $\varepsilon_{t_i} \sim N(0,1)$. Model ini yang berikutnya digunakan untuk menghitung harga aset pada waktu jatuh tempo opsi.

3.3 Metode Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo merupakan metode yang fleksibel untuk digunakan dalam menentukan harga opsi eksotik yang solusi analitiknya sulit untuk didapatkan (Alfeus dan Kannan, 2021). Metode Monte Carlo menggunakan bilangan acak yang dibangkitkan untuk menyimulasikan hasil dari suatu kejadian acak. Bilangan acak yang berdistribusi normal baku diperlukan untuk mengambil sampel, sehingga dalam penentuan harga opsi *capped* dapat dihitung secara numerik. Tahapan yang dilakukan dalam penentuan harga opsi *capped* dengan simulasi Monte Carlo antara lain

1. Memasukkan parameter model volatilitas konstan, termasuk harga aset, harga *strike*, batas harga atas (opsi *call*), batas harga bawah (opsi *put*), *waktu* jatuh tempo, volatilitas harga aset, dan suku bunga bebas risiko.
2. Menghitung harga aset model simulasi Monte Carlo yang ditentukan sebelumnya menggunakan persamaan (5) dengan membangkitkan serangkaian jalur harga saham yang mungkin terjadi selama periode opsi untuk menghitung nilai $\tilde{S}^{i^T}$.
3. Menghitung nilai opsi *call capped* dari setiap simulasi harga aset dengan formula:
$$C^{i^T} = e^{-rT}\max\left(\min\left(\tilde{S}^{i^T}, CU\right) - K, 0\right),\ i = 1,2,3,\dots,M \tag{6}$$
4. Menghitung nilai opsi *put capped* dari setiap simulasi harga aset dengan formula berikut:
$$P^{i^T} = e^{-rT}\max\left(K - \max\left(\tilde{S}^{i^T}, CL\right), 0\right),\ i = 1,2,3,\dots,M \tag{7}$$
5. Menghitung rata-rata nilai opsi saat ini dengan menggunakan hasil simulasi Monte Carlo sebagai berikut:
$$\hat{C}_T = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} C^{i^T} \tag{8}$$
$$\hat{P}_T = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} P^{i^T} \tag{9}$$

Dengan demikian, diperoleh harga opsi *capped* yang diperoleh menggunakan metode Monte Carlo adalah $C_T \approx \hat{C}_T$ untuk opsi *call* dan $P_T \approx \hat{P}_T$ untuk opsi *put*.

3.4 Metode Monte Carlo *Moment Matching*

Metode Monte Carlo *moment matching* didasari distribusi harga saham yang memiliki momen yang sama dengan distribusi harga yang diinginkan dengan berdasar pada konsep momen statistik suatu variabel tertentu. Tujuan dari metode tersebut membuat sampel acak dari distribusi yang sama dengan distribusi target.

Metode *moment matching* memungkinkan untuk memodifikasi bentuk harga aset S_T yang dihitung berdasarkan model dengan tingkat bunga bebas risiko r. Jika diasumsikan bahwa aset tidak membayarkan dividen, rata-rata dari populasi harga aset dapat dituliskan menjadi

$$\mu_S = e^{rT} S_0.$$

Namun, jika dilakukan sebanyak M kali simulasi harga aset, diperoleh nilai rata-rata sebagai berikut:

$$\bar{S}_T = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} S_T^i. \tag{10}$$

Nilai dari rata-rata tersebut secara umum belum tentu memiliki nilai yang sama dengan μ_S, sehingga dapat dinyatakan bahwa simulasi tersebut salah dalam menginterpretasikan harga aset dasar

$$e^{-rT} \bar{S}_T \neq S_0. \tag{11}$$

Oleh sebab itu, diperlukan penyesuaian sehingga diperoleh sebuah solusi yang mungkin untuk mengubah nilai simulasi tersebut dengan metode *moment matching* adalah:

$$\bar{S}_T^i = S^{i^T} + \mu_S - \bar{S}_T \tag{12}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, M$.
Nilai $\bar{S}_T^i$ ini yang berikutnya digunakan untuk menentukan harga produk derivatif (Glasserman, 2010). Modifikasi nilai harga aset juga dapat dilanjutkan dengan menambahkan nilai simpangan baku dari populasi yang diberikan oleh persamaan berikut:

$$\sigma_S = S_0 \sqrt{e^{2rT}\left(e^{\sigma^2 T} - 1\right)} \tag{13}$$

Dengan sampel simpangan baku sebagai berikut:

$$s_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M}\left(S^{i^T} - \bar{S}_T\right)^2}{M-1}} \tag{14}$$

Berikutnya diperoleh nilai transformasi harga aset dengan nilai dari kedua momen harga aset sebagai berikut:

$$\bar{S}^{i^T} = \left(S^{i^T} - \bar{S}_T\right)\frac{\sigma_S}{s_S} + \mu_S \tag{15}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, M$.

Penyesuaian momen pertama dan kedua pada metode *moment matching* ini digunakan untuk menyesuaikan distribusi harga aset dasar dengan distribusi nilai *payoff* dari opsi *capped*. Proses penyesuaian momen-momen ini diharapkan dapat memberikan hasil yang lebih akurat dan sesuai dengan kondisi pasar saat ini. Setelah mendapatkan model harga aset, penentuan nilai harga opsi *capped* dapat dilakukan melalui tahapan berikut:

1. Memasukkan parameter model volatilitas konstan, termasuk harga aset, harga *strike*, batas harga atas (opsi *call*), batas harga bawah (opsi *put*), *waktu* jatuh tempo, volatilitas harga aset, dan suku bunga bebas risiko.
2. Menghitung harga aset model simulasi Monte Carlo yang ditentukan sebelumnya menggunakan persamaan (5) dengan membangkitkan serangkaian jalur harga saham yang mungkin terjadi selama periode opsi untuk menghitung nilai S_{i_T}.
3. Menghitung nilai opsi *call capped* dari setiap simulasi harga aset dengan formula:
$$\bar{C}^{i^T} = e^{-rT}\max\left(\min\left(\bar{S}^{i^T}, CU\right) - K, 0\right),\ i = 1,2,3,\dots,M \tag{16}$$
4. Menghitung nilai opsi *put capped* dari setiap simulasi harga aset dengan formula berikut:
$$\bar{P}^{i^T} = e^{-rT}\max\left(K - \max\left(\bar{S}^{i^T}, CL\right), 0\right),\ i = 1,2,3,\dots,M \tag{17}$$
5. Menghitung rata-rata nilai opsi saat ini dengan menggunakan hasil simulasi Monte Carlo *moment matching* sebagai berikut:
$$\tilde{C}_T = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\bar{C}^{i^T} \tag{18}$$
$$\tilde{P}_T = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\bar{P}^{i^T} \tag{19}$$

Dengan demikian, diperoleh harga opsi *capped* yang diperoleh menggunakan metode Monte Carlo adalah $\bar{C}_T \approx \tilde{C}_T$ untuk opsi *call* dan $\bar{P}_T \approx \tilde{P}_T$ untuk opsi *put*.

IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Ilustrasi Numerik

Pada penelitian ini, digunakan simulasi sebanyak satu juta iterasi untuk setiap metode. Solusi dari sepuluh juta iterasi ini ditetapkan sebagai solusi eksak. Variabel yang digunakan dalam penghitungan ini menggunakan harga aset awal (S_0) sebesar 500, harga *strike* (K) sebesar 500, suku bunga bebas risiko (r) sebesar 5,75%, nilai volatilitas (σ) sebesar 0,3, batas atas (CU) dan batas bawah harga (CL) sebesar 180% dan 60% dari harga *strike*, serta waktu jatuh tempo (T) opsi adalah satu tahun.

Berikutnya untuk menunjukkan akurasi dan efisiensi metodenya, dilakukan penghitungan terhadap harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* pada kedua metode dengan banyaknya simulasi yang berbeda-beda. Kemudian dihitung nilai galat relatif yang dihasilkan dari proses numerik dengan persamaan sebagai berikut:

$$\varepsilon_R = \frac{|\hat{\alpha} - \alpha|}{\alpha} \tag{20}$$

dengan $\hat{\alpha}$ merupakan nilai hampiran dari harga opsi sedangkan α merupakan solusi eksak dari harga opsi. Solusi eksak dengan metode Monte Carlo untuk harga opsi *call capped* adalah sebesar 71,7188 dan opsi *put capped* sebesar 45,0414, sedangkan untuk metode Monte Carlo *moment matching* diperoleh harga opsi *call capped* sebesar 69,9496 dan opsi *put capped* sebesar 43,7843.

Perbandingan hasil numerik pada opsi *call capped* dengan menggunakan kedua metode dapat dilihat pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5 Harga dan galat relatif opsi *call capped* dengan metode Monte Carlo dan Monte Carlo *moment matching*

Banyak simulasi (M)	Harga opsi *call capped*		Galat relatif opsi *call capped*	
	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*
100	65,20366	55,75915	0,09084	0,20287
1000	68,39696	72,43366	0,04632	0,03551
10000	69,73570	69,03638	0,02765	0,01306
100000	70,07476	70,08670	0,02292	0,00196
1000000	69,99420	69,98245	0,02405	0,00047

Sesuai dengan yang tertera pada Tabel 5, harga opsi *call capped* yang dihitung dengan metode Monte Carlo memiliki nilai sedikit lebih tinggi dibandingkan metode Monte Carlo *moment matching*. Penghitungan opsi dengan metode Monte Carlo *moment matching* memiliki galat relatif yang lebih kecil dibandingkan dengan yang diperoleh pada metode Monte Carlo standar. Galat relatif opsi dengan metode Monte Carlo *moment matching* semakin mengecil secara signifikan sebanding dengan banyaknya simulasi yang semakin besar. Dengan demikian, metode ini memberikan pendekatan yang lebih efisien dalam mengestimasi harga opsi *call capped*. Selanjutnya dilakukan penghitungan harga opsi *put capped* dan perhitungan galat relatifnya menggunakan metode simulasi Monte Carlo dan simulasi Monte Carlo *moment matching*. Hasil perbandingan proses numerik pada opsi *put capped* dengan menggunakan kedua metode dapat dilihat pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6 Harga dan galat relatif opsi *put capped* dengan metode Monte Carlo dan Monte Carlo *moment matching*

Banyak simulasi (M)	Harga opsi *put capped*		Galat relatif opsi *put capped*	
	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*
100	40,36391	44,21531	0,10385	0,00984
1000	42,45172	42,98042	0,05749	0,01836
10000	43,38808	43,27831	0,03671	0,01156
100000	43,81331	43,73432	0,02726	0,00114
1000000	43,78431	43,74249	0,02791	0,00095

Berdasarkan Tabel 6, metode Monte Carlo standar yang menghasilkan harga opsi *put capped* cenderung memiliki harga lebih rendah dibandingkan dengan harga opsi *put capped* dengan metode Monte Carlo *moment matching*. Penghitungan nilai galat relatif pada metode Monte Carlo *moment matching* memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan dengan metode Monte Carlo standar. Hal ini sama dengan perolehan nilai galat relatif pada opsi *call capped* sebelumnya, di mana nilai galat relatif yang dihasilkan memiliki nilai yang kecil seiring bertambahnya jumlah simulasi. Dengan demikian, estimasi harga opsi *put capped* yang dihasilkan dengan metode Monte Carlo *moment matching* memberikan pendekatan yang lebih efisien dalam mengestimasi harga opsi *put capped.*

Selanjutnya dihitung orde kekonvergenan setiap metode untuk mengukur tingkat efisiensi metode yang digunakan. Orde kekonvergenan merupakan ukuran yang digunakan untuk menggambarkan seberapa cepat suatu metode numerik mendekati solusi saat ukuran langkah atau grid dalam metode numerik diperhalus. Orde kekonvergenan dapat dihitung menggunakan perbandingan dua galat relatif yang berurutan. Orde kekonvergenan dapat dihitung sebagai berikut:

$$R(\varepsilon_r) = \frac{\varepsilon_r(M_{i-1})}{\varepsilon_r(M_i)}. \tag{21}$$

dengan $\varepsilon_r(M_i)$ adalah galat relatif dengan M kali simulasi. Nilai kekonvergenan dihitung dari rata-rata rasio galat yang dihasilkan. Nilai kekonvergenan untuk opsi *call capped* diperoleh dapat dilihat pada Tabel 7 berikut.

Tabel 7 Orde kekonvergenan opsi *call capped* dengan metode Monte Carlo dan Monte Carlo *moment matching*

Banyak simulasi (M)	Galat relatif opsi *call capped*		Orde kekonvergenan	
	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*
100	0,09084	0,20287		
1000	0,04632	0,03551	1,96131	5,71252
10000	0,02765	0,01306	1,67507	2,72025
100000	0,02292	0,00196	1,20624	6,65908
1000000	0,02405	0,00047	0,95328	4,17049
	Rata-rata		1,44898	4,81558

Berdasarkan Tabel 7 dapat dilihat bahwa metode simulasi Monte Carlo *moment matching* memberikan solusi numerik yang lebih cepat dalam mendekati solusi eksak nilai opsi *call capped*. Orde kekonvergenan dihitung pada iterasi kelipatan sepuluh dimulai dari iterasi seratus hingga iterasi satu juta. Hasil tersebut akan dibandingkan dengan iterasi ke sepuluh juta. Dapat dilihat bahwa simulasi Monte Carlo standar akan memberikan solusi 1,45 kali lebih cepat menuju solusi eksaknya saat jumlah iterasi ditingkatkan sepuluh kali lebih banyak, sedangkan simulasi Monte Carlo *moment matching* akan memberikan solusi 4,82 kali lebih cepat menuju solusi eksaknya saat jumlah iterasi ditingkatkan sepuluh kali lebih banyak. Selanjutnya dilakukan penghitungan orde kekonvergenan untuk opsi *put capped* menggunakan metode simulasi Monte Carlo standar dan simulasi Monte Carlo *moment mantching*. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8 Orde kekonvergenan opsi *put capped* dengan metode Monte Carlo dan Monte Carlo *moment matching*

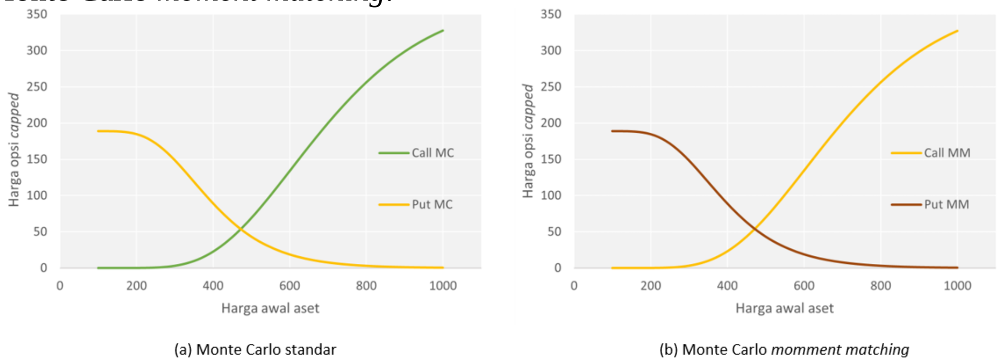
Banyak simulasi (M)	Galat relatif opsi *put capped*		Orde kekonvergenan	
	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*	Monte Carlo	Monte Carlo *moment matching*
100	0,10385	0,00984		
1000	0,05749	0,01836	1,80621	0,53625
10000	0,03671	0,01156	1,56636	1,58878
100000	0,02726	0,00114	1,34626	10,13167
1000000	0,02791	0,00095	0,97693	1,19564
	Rata-rata		1,42394	3,36308

Sama halnya dengan opsi *call capped*, berdasarkan Tabel 8 metode simulasi Monte Carlo *moment matching* menunjukkan nilai rata-rata orde kekonvergenan lebih tinggi daripada metode simulasi Monte Carlo standar. Dapat dilihat bahwa metode simulasi Monte Carlo standar memberikan solusi 1,42 kali lebih cepat menuju solusi eksak opsi *put capped* saat iterasinya ditingkatkan sepuluh kali lipat, sedangkan simulasi Monte Carlo *moment matching* memberikan solusi 3,36 kali lebih cepat menuju solusi eksak *put capped* saat iterasinya ditingkatkan sepuluh kali lipat. Nilai orde kekonvergenan yang tinggi menandakan bahwa model simulasi memiliki tingkat efisiensi yang tinggi dalam mencapai nilai opsi eksaknya. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode Monte Carlo *moment matching* merupakan metode yang lebih baik digunakan dalam simulasi penentuan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* Eropa pada penelitian ini.

4.2 Fungsi Harga Opsi *Capped* terhadap Harga Awal Aset

Fungsi harga opsi *capped* terhadap harga awal aset menggambarkan bagaimana harga opsi yang memiliki batas maksimal (*cap*) dipengaruhi oleh harga awal aset yang mendasarinya. Opsi *capped* merupakan jenis opsi di mana keuntungan maksimal yang bisa diperoleh dibatasi pada nilai tertentu, sehingga ketika harga aset mendasarinya melewati batas tersebut, keuntungan tidak lagi meningkat. Secara umum, semakin tinggi harga awal aset, harga opsi *capped* juga meningkat, tetapi akan berhenti tumbuh setelah mencapai nilai batas maksimal yang telah ditentukan.

Pada karya ilmiah ini, penulis mencari hubungan nilai opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap harga aset awal. Misalkan harga *strike* dinotasikan K dalah 500, suku bunga bebas risiko dinotasikan r adalah 5,75%, volatilitas (σ) sebesar 0,3, periode jatuh tempo (T) satu tahun, batas bawah harga (CL) 60% dari K, serta batas atas harga (CU) 180% dari K. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Gambar 3, yaitu grafik pergerakan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap perubahan harga aset dengan menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*.



Gambar 3 Hubungan antara harga awal aset dengan harga opsi *call capped* dan *put capped*

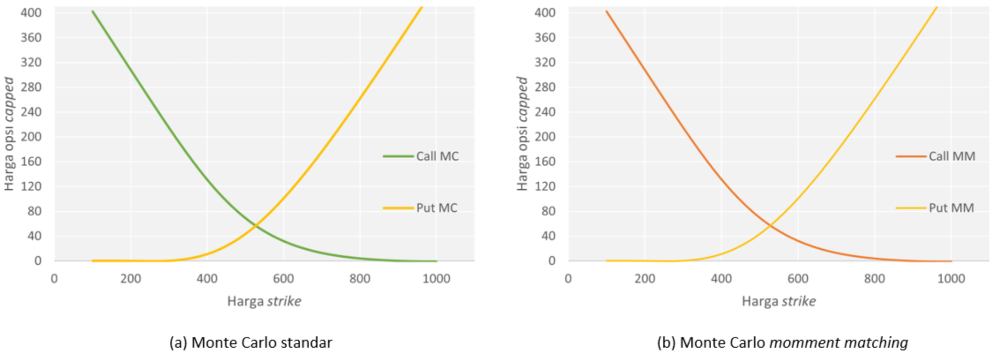
Gambar 3 menyajikan dua grafik hubungan antara harga awal aset dengan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* menggunakan metode Monte Carlo standar pada grafik (a) dan Monte Carlo *moment matching* pada grafik (b). Dapat dilihat bahwa kedua metode memberikan bentuk grafik yang serupa, baik pada opsi *capped call* maupun pada opsi *capped put*. Dapat dilihat bahwa harga opsi *capped call* mengalami kenaikan seiring dengan pertambahan nilai harga aset awal yang ditetapkan.

Penghitungan harga opsi *call* menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching* tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan. Kenaikan harga opsi *call* yang signifikan terjadi pada harga awal aset sebesar 100 dan terus naik hingga akhirnya melandai. Dengan prosedur yang sama diperoleh grafik fungsi harga opsi *put capped* dengan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*. Harga opsi *capped put* bergerak turun seiring dengan pertambahan nilai harga aset awal. Penghitungan harga opsi *put* menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching* tidak menunjukkan perbedaan signifikan. Namun, harga opsi dengan metode Monte Carlo *moment matching* bernilai sedikit lebih kecil daripada Monte Carlo standar. Penurunan harga opsi *put* yang signifikan terjadi pada harga aset awal sebesar 100 dan terus turun hingga akhirnya melandai

4.3 Fungsi Harga Opsi *Capped* terhadap Harga *Strike*

Fungsi harga opsi *capped* terhadap harga *strike* menggambarkan bagaimana harga opsi dipengaruhi oleh harga *strike* atau harga pelaksanaan opsi. Pada umumnya, harga *strike* menentukan apakah opsi akan menguntungkan bagi pemegangnya saat jatuh tempo. Untuk opsi *capped*, semakin rendah harga *strike* relatif terhadap harga aset saat ini, semakin besar potensi keuntungan yang bisa diperoleh pemegang opsi hingga mencapai batas maksimal yang telah ditetapkan.

Pada karya ilmiah ini, penulis mencari hubungan nilai opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap harga *strike*. Misalkan harga awal aset dinotasikan S_0 dalah 500, suku bunga bebas risiko dinotasikan r adalah 5,75%, volatilitas (σ) sebesar 0,3, periode jatuh tempo (T) satu tahun, batas bawah harga (CL) sebesar 900, serta batas atas harga (CU) sebesar 300. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Gambar 4, yaitu grafik fungsi harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap perubahan harga *strike* dengan menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*.



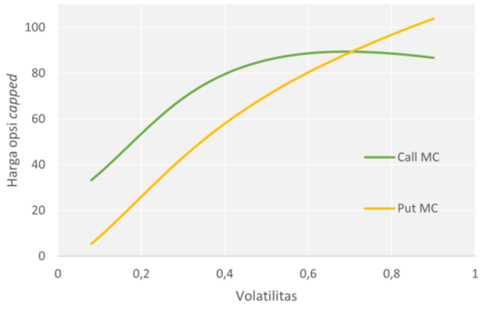
Gambar 4 Hubungan antara harga *strike* dengan harga opsi *call capped* dan *put capped*

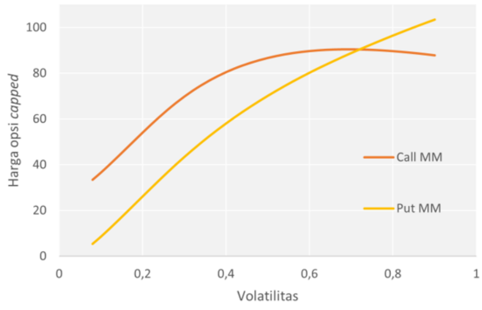
Gambar 4 menyajikan dua grafik hubungan antara harga *strike* dengan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* menggunakan metode Monte Carlo standar pada grafik (a) dan Monte Carlo *moment matching* pada grafik (b). Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa kedua metode menghasilkan *output* yang cenderung sama sehingga memiliki bentuk grafik yang sama. Dapat dilihat bahwa opsi *call capped* Eropa membentuk fungsi turun, sedangkan pergerakan opsi *put* membentuk fungsi naik. Harga opsi *put* mulai meningkat secara signifikan saat harga *strike* bernilai lebih dari 300. Penghitungan harga opsi menggunakan kedua metode tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan, namun dapat dilihat bahwa nilai opsi *call* dengan menggunakan metode Monte Carlo sedikit lebih besar daripada penghitungan menggunakan metode Monte Carlo *moment matching*.

4.4 Fungsi Harga Opsi *Capped* terhadap Nilai Volatilitas

Fungsi harga opsi *capped* terhadap nilai volatilitas menggambarkan bagaimana perubahan volatilitas harga aset yang mendasarinya memengaruhi nilai opsi. Volatilitas mencerminkan seberapa besar fluktuasi harga aset dalam periode waktu tertentu, dan secara umum, opsi akan menjadi lebih bernilai ketika volatilitas meningkat karena ada kemungkinan lebih besar bagi aset untuk bergerak menuju atau melampaui harga *strike*. Namun, dalam kasus opsi *capped*, dampak peningkatan volatilitas terbatas oleh batas keuntungan maksimal (*cap*).

Pada karya ilmiah ini, penulis mencari hubungan nilai opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap nilai volatilitas. Misalkan harga awal aset dinotasikan S_0 dalah 500, suku bunga bebas risiko dinotasikan r adalah 5,75%, harga *strike* (K) sebesar 500, periode jatuh tempo (T) satu tahun, batas bawah harga (CL) sebesar 40% dari K, serta batas atas harga (CU) sebesar 250% dari K. Hasil penghitungan dapat dilihat pada Gambar 5, yaitu grafik fungsi harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap perubahan volatilitas dengan menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*.





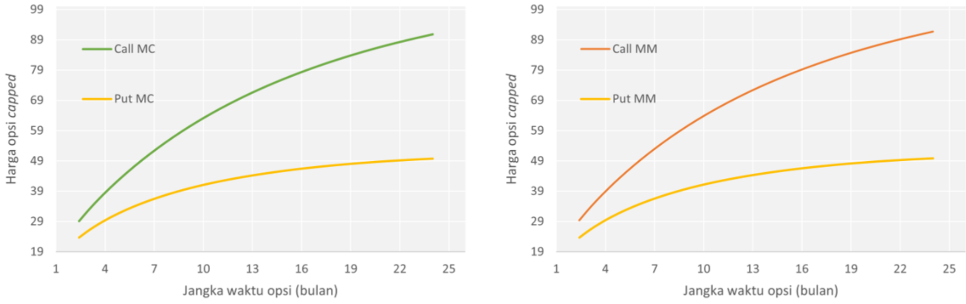
Gamabr 5 Hubungan antara volatilitas dengan harga opsi *call capped* dan *put capped*

Gambar 5 menyajikan dua grafik hubungan antara volatilitas harga dengan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* menggunakan metode Monte Carlo standar pada grafik (a) dan Monte Carlo *moment matching* pada grafik (b). Pada Gambar 5, dapat dilihat bahwa metode Monte Carlo standar dan metode Monte Carlo *moment matching* menghasilkan *output* yang cenderung sama sehingga memiliki bentuk grafik yang sama. Gambar 5 menunjukkan kenaikan harga opsi *put capped* dan *call capped* yang signifikan seiring bertambahnya nilai volatilitas. Grafik kenaikan harga opsi *put capped* terlihat cukup konstan, sedangkan pada harga opsi *call capped* terlihat mulai melandai saat nilai volatilitas di atas 60%. Hal ini dapat terjadi karena adanya batas atas harga yang diterapkan pada opsi *call capped*. Batas atas harga ini membuat harga aset tidak memiliki kesempatan yang besar untuk naik lebih tinggi meskipun nilai volatilitasnya cukup besar.

4.5 Fungsi Harga Opsi *Capped* terhadap Periode Jatuh Tempo

Fungsi harga opsi *capped* terhadap periode jatuh tempo menggambarkan bagaimana nilai opsi berubah seiring dengan berjalannya waktu hingga tanggal jatuh tempo. Pada umumnya, semakin lama periode jatuh tempo, semakin tinggi harga opsi, karena opsi dengan waktu lebih panjang memiliki lebih banyak peluang untuk menghasilkan keuntungan. Dalam kasus opsi *capped*, batas maksimal keuntungan membatasi nilai tambahan yang diperoleh dari periode jatuh tempo yang panjang.

Pada karya ilmiah ini, penulis mencari hubungan nilai opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap nilai volatilitas. Misalkan harga awal aset dinotasikan S_0 dalah 500, tingkat bunga bebas risiko dinotasikan r adalah 5,75%, volatilitas (σ) sebesar 0,3, harga *strike* (K) sebesar 500, batas bawah harga (CL) sebesar 60% dari K, serta batas atas harga (CU) sebesar 180% dari K. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Gambar 6, yaitu grafik fungsi harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap perubahan periode jatuh tempo dengan menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*.



(a) Monte Carlo standar   (b) Monte Carlo *momment matching*

Gambar 6 Hubungan antara jangka waktu opsi dengan dengan harga opsi *call capped* dan *put capped*

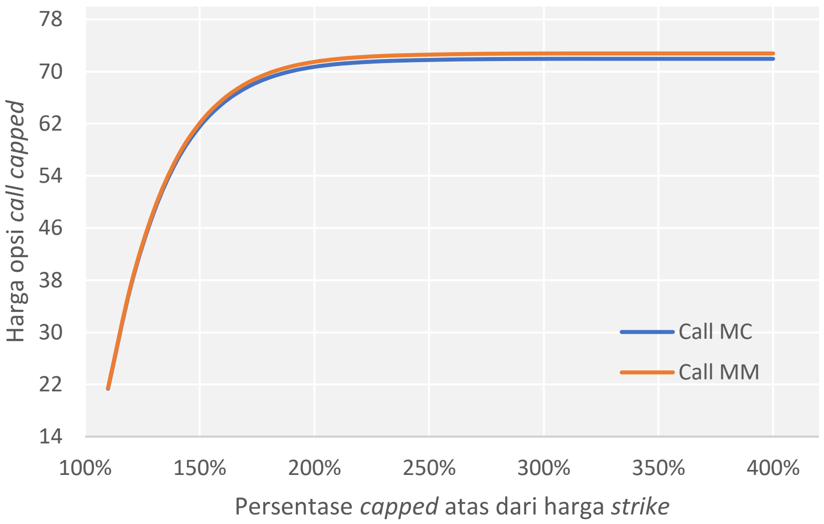
Gambar 6 menyajikan dua grafik hubungan antara jangka waktu opsi dengan harga opsi *call capped* dan opsi *put capped* menggunakan metode Monte Carlo standar pada grafik (a) dan Monte Carlo *moment matching* pada grafik (b). Pada Gambar 6, dapat dilihat bahwa hasil yang diberikan oleh kedua metode cenderung sama. Berdasarkan Gambar 6 dapat dilihat bahwa harga opsi capped *call* dan *put* yang terus mengalami kenaikan saat waktu jatuh tempo (T) terus bertambah dengan harga opsi *put capped* yang lebih rendah daripada harga opsi *call capped*. Pada grafik tersebut terlihat sedikit perbedaan harga opsi *capped call* dengan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa harga opsi *call capped* dan harga opsi *put capped* merupakan fungsi naik terhadap lamanya jatuh tempo opsi.

4.6 Fungsi Harga Opsi *Capped* terhadap Batas Atas dan Batas Bawah Harga

Fungsi harga opsi *capped* terhadap batas atas dan batas bawah harga mencerminkan bagaimana harga opsi dipengaruhi oleh level harga maksimum dan minimum yang ditetapkan. Opsi *capped* memiliki batasan pada keuntungan maksimal, yang dikenal sebagai *cap*, serta kadang-kadang batas bawah untuk potensi kerugian atau risiko. Batas atas dan bawah harga ini berfungsi sebagai faktor penentu dalam menentukan nilai opsi, dengan pengaruh yang signifikan pada strategi perdagangan dan penilaian risiko.

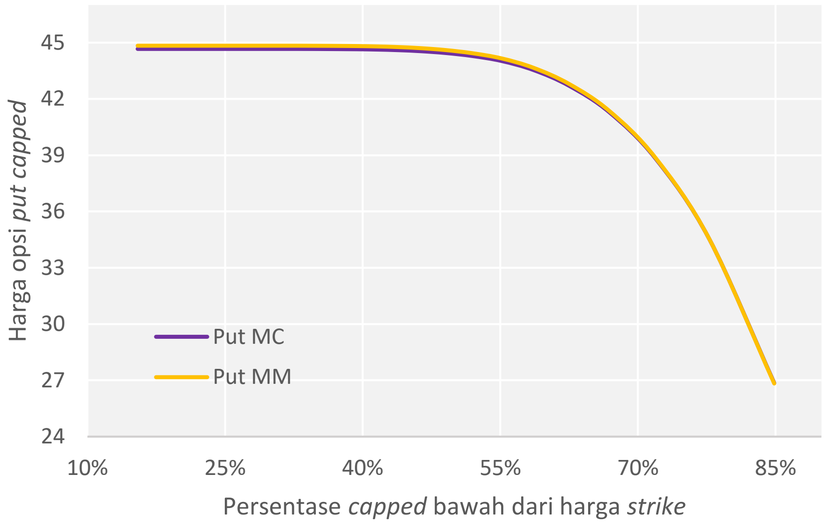
Pada opsi *call capped*, batas atas harga ditetapkan untuk mengendalikan keuntungan maksimum yang bisa diperoleh jika harga aset yang mendasari naik di atas harga *strike*. Ketika harga aset mendekati batas atas atau *cap*, harga opsi akan meningkat secara signifikan hingga mencapai nilai maksimum yang diizinkan oleh *cap*. Setelah mencapai batas ini, perubahan harga aset tidak lagi memengaruhi harga opsi, karena keuntungan sudah terbatas pada nilai *cap* tersebut. Batas bawah harga, dalam konteks opsi *call capped*, biasanya tidak relevan karena opsi *call* tidak memiliki risiko kerugian tambahan yang melampaui harga premium yang dibayar.

Pada karya ilmiah ini, penulis mencari hubungan nilai opsi *call capped* dan opsi *put capped* terhadap nilai volatilitas. Misalkan harga awal aset dinotasikan S_0 dalah 500, suku bunga bebas risiko dinotasikan r adalah 5,75%, volatilitas (σ) sebesar 0,3, periode jatuh tempo (T) satu tahun, dan harga *strike* (K) sebesar 500. Hasil perhitungan dapat dilihat pada Gambar 7, yaitu grafik fungsi harga opsi *call capped* terhadap perubahan persentase batas atas harga dengan menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*.



Gambar 7 Hubungan antara persentase batas atas harga dengan harga opsi *call capped*

Berdasarkan Gambar 7 dapat dilihat bahwa kedua metode, baik metode Monte Carlo standar maupun metode Monte Carlo *moment matching* memberikan hasil yang relatif sama atau tidak ada perbedaan yang signifikan dalam menghitung harga opsi *call capped* saat persentase batas atas harga ditingkatkan. Dapat dilihat juga bahwa harga opsi *call capped* akan meningkat seiring meningkatnya persentase batas atas harga. Peningkatan harga opsi ini akan cukup signifikan hingga mencapai titik persentase batas atas harga tertentu, setelah titik persentase tersebut harga opsi akan relatif stabil. Oleh sebab itu, dapat disimpulkan bahwa harga opsi *call capped* memiliki korelasi yang positif dengan peningkatan persentase *capped* atas harga. Dapat juga disimpulkan bahwa penentuan batas atas yang terlalu tinggi membuat opsi *call capped* akan memiliki karakteristik yang sama dengan opsi *call* Eropa biasa. Selanjutnya, dilakukan penghitungan harga opsi *put capped* dengan perubahan persentase batas bawah harga opsi menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching*. Hasil penghitungan dapat dilihat pada Gambar 8 berikut.



Gambar 8 Hubungan antara persentase batas bawah harga dengan harga opsi *put capped*

Berdasarkan Gambar 8 terlihat bahwa kedua metode, baik metode Monte Carlo standar maupun metode Monte Carlo *moment matching* memberikan hasil yang relatif sama atau tidak ada perbedaan yang signifikan dalam menghitung harga opsi *put capped* saat persentase batas bawah harga ditingkatkan. Dapat dilihat juga bahwa harga opsi *put capped* akan menurun seiring meningkatnya persentase batas bawah harga. Penurunan harga opsi ini tidak signifikan hingga mencapai titik persentase batas atas harga tertentu, setelah titik persentase tersebut harga opsi akan terus menurun signifikan. Oleh sebab itu, dapat disimpulkan bahwa harga opsi *put capped* memiliki korelasi yang negatif dengan peningkatan persentase *capped* bawah harga.

Penelitian ini menunjukkan karakteristik harga opsi *call capped* dan opsi *put capped*. Dapat dilihat bahwa harga opsi dipengaruhi beberapa faktor. Faktor-faktor tersebut menentukan arah pergerakan harga opsi akan naik ataupun turun. Berdasarkan penelitian, didapatkan solusi eksak dengan metode Monte Carlo untuk harga opsi *call capped* adalah sebesar 71,7188 dan opsi *put capped* sebesar 45,0414, sedangkan untuk metode Monte Carlo *moment matching* diperoleh harga opsi *call capped* sebesar 69,9496 dan opsi *put capped* sebesar 43,7843. Berdasarkan hasil penelitian dapat dilihat juga bahwa metode simulasi Monte Carlo *moment matching* lebih efisien dibandingkan metode Simulasi Monte Carlo standar dalam menentukan harga opsi *call capped* dan harga opsi *put capped*. Metode simulasi Monte Carlo *moment matching* memberikan galat relatif yang lebih rendah serta kecepatan menuju solusi eksak yang lebih tinggi dibandingkan metode simulasi Monte Carlo standar.

V SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil yang didapatkan dari pengujian dan analisis yang telah dilakukan, metode Monte Carlo dan metode Monte Carlo *moment matching* dapat digunakan dalam menghitung harga dari opsi *capped* Eropa. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan, didapatkan hasil bahwa metode simulasi Monte Carlo *moment matching* memberikan galat relatif yang jauh lebih rendah dibandingkan metode simulasi Monte Carlo standar. Pada iterasi satu juta, metode simulasi Monte Carlo *moment matching* memberikan galat relatif sebesar 0,00047 untuk opsi *call* dan 0,00095 untuk opsi *put*. Metode simulasi Monte Carlo standar memberikan galat relatif sebesar 0,02405 untuk opsi *call* dan 0,02791 untuk opsi *put*. Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa metode Monte Carlo *moment matching* lebih efisien dibandingkan metode Monte Carlo standar. Hal tersebut ditunjukkan dengan nilai orde kekonvergenan pada metode Monte Carlo *moment matching* yang lebih tinggi yaitu sebesar 4,82 untuk opsi *call* dan sebesar 3,36 untuk opsi *put*, sedangkan metode Monte Carlo standar memiliki orde kekonvergenan 1,45 untuk opsi *call* dan 1,42 untuk opsi *put*.

Harga opsi *call capped* akan meningkat seiring dengan meningkatnya harga awal aset, nilai volatilitas, periode jatuh tempo, dan batas atas harga. Namun, harga opsi *call capped* turun seiring dengan bertambahnya harga *strike.* Pada opsi *put capped*, harga opsi akan meningkat seiring dengan bertambahnya harga *strike*, volatilitas, dan periode jatuh tempo opsi. Harga opsi *put capped* akan turun seiring dengan bertambahnya harga aset awal dan batas bawah harga.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, penulis mengaplikasikan metode simulasi Monte Carlo standar dan Monte Carlo *moment matching* dalam menentukan harga opsi *capped* Eropa. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk menghitung harga opsi pada jenis opsi yang berbeda seperti opsi Eksotis (Asia, Barier, Binary, dll). Penelitian selanjutnya juga dapat menggunakan teknik reduksi ragam yang berbeda untuk diaplikasikan pada metode simulasi Monte Carlo. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data hipotetik. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk menggunakan data yang terdapat di dunia nyata. Data harga aset dapat diambil pada situs web yang terpercaya.

DAFTAR PUSTAKA

Alfeus M, Kannan S. 2021. Pricing exotic derivatives for cryptocurrency assets a monte carlo perspective. *Journal of Mathematical Finance*. 11(4). 597-619. doi: 10.4236/jmf.2021.114033

Atika P, Lestari R, Asdi Y. 2017. Penerapan simulasi Monte Carlo dalam penentuan harga opsi asia. *Jurnal Matematika UNAND*. 6(3): 40-46. doi: 10.25077/jmu.6.3.40-46.2017

Boyle P, Broadie M, Glasserman P. 2001. *Option Pricing, Interest Rates and Risk Management*. Cambridge (UK): Cambridge University Press.

Deng D, Peng C. 2014. New methods with capped options for pricing American options. *Journal of Applied Mathematics*. 2014: 1–7. doi: 10.1155/2014/176306

Dewi KN, Lesmana DC, Budiarti R. 2022. Implementation of monte carlo moment matching method for pricing lookback floating strike option. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*. 16(4): 1365–1372. doi: 10.30598/barekengvol16iss4pp1365-1372

Hull JC. 2021. Option, Future, and Other Derivative. 11th ed. Toronto (US): Pearson Education.

Huang X, Wang X. 2019. Portfolio investment with options based on uncertainty theory. *International Journal of Information Technology and Decision Making*. 18(3): 929-952. doi: 10.1142/S0219622019500159

Ghahramani S. 2005. Fundamentals of Probability with Stochastic Processes. 3rd ed. New Jersey (US): Prentice Hall.

Grimmett GR, Strirzaker DR. 2001. Probability and Random Processes. 3rd ed. New York (US): Oxford Univ Pr.

Jia X, Ruan X, Zhang JE. 2021. The implied volatility smirk of commodity options. *Journal of Futures Markets*. 41(1): 72-104. doi: 10.1002/fut.22161

Kaulienė RM. 2012. Exotic option: a chooser option and its pricing. *Journal Business, Management and Education.* 10 (2): 289–301. doi: 10.3846/bme.2012.20

McDonald RL. 2013. Derivatives Markets. 3rd ed. London (UK): Pearson Education.

Mudjiyono. 2012. Investasi dalam saham dan obligasi dan meminimalisasi risiko sekuritas pada pasar modal Indonesia. Jurnal STIE Semarang. 4(2): 1-18.

Niansyah WF, Indriana P, Firmansyah A. 2018. Pemanfaatan instrumen derivatif di Indonesia dan perbandingan standar akuntansi terkait derivatif. *Jurnal Ilmiah Akuntansi*. 6(2):140-152.

Nadia S, Sulistianingsih E, Imro'ah N. 2018. Penentuan harga opsi tipe eropa dengan metode binomial. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*. 7(2).

Ross SM. 2007. *Introduction Probability Model*. 9th ed. Orlando (US): Academic Press Inc.

Surur, Istiqamah GN, Isynuwardhana D. 2018. Analisis imbal hasil kontrak opsi menggunakan strategi long straddle dan strategi short straddle dengan metode Black Scholes. *eProceedings of Management*. 5(3).
Vohra ND, Bagri BR. 2003. Futures and Options. 2nd ed. New Delhi (IN): Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
Wang B, Wang L. 2011. Pricing Barrier Options using Monte Carlo Methods. Sweden (SE): Department of Mathematics, Uppsala University.
Zhang H. 2009. Pricing Asian Option Using Monte Carlo Methods [Thesis]. Sweden (SE): Department of Mathematics, Uppsala University.