



OPTIMISASI PORTOFOLIO SAHAM SEKTOR ENERGI DI INDONESIA TAHUN 2024 DENGAN PENDEKATAN *FUZZY GOAL PROGRAMMING*

GILANG JUNIAR AZMI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Optimisasi Portofolio Saham Sektor Energi di Indonesia Tahun 2024 dengan Pendekatan *Fuzzy Goal Programming*” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2025

Gilang Juniar Azmi
G5401211029

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



ABSTRAK

GILANG JUNIAR AZMI. Optimisasi Portofolio Saham Sektor Energi di Indonesia Tahun 2024 dengan Pendekatan *Fuzzy Goal Programming*. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan JAHARUDDIN.

Berinvestasi sebagian dana pada pasar saham bukanlah hal yang biasa dilakukan banyak orang karena memiliki risiko yang berdampak merugikan terhadap investor. Risiko ini timbul karena adanya ketidakpastian (*uncertainty*) yang dapat berakibat menguntungkan ataupun merugikan investor. Dalam mengatasinya, perlu dilakukan diversifikasi investasi melalui pembelian portofolio beberapa saham. Penelitian ini bertujuan memodelkan portofolio saham optimal sektor energi melalui metode *fuzzy goal programming*. Metode diimplementasikan menggunakan bantuan *software Pyomo* dengan fungsi tujuan memaksimumkan ekspektasi *return* dan *dividend yield* serta meminimumkan risiko. Menurut hasil implementasi, diperoleh enam portofolio dengan skenario pembanding proporsi dana awal, nilai aspirasi, serta jumlah saham yang terlibat. Dari keenam portofolio tersebut, portofolio dari metode *fuzzy goal programming* tergolong optimal dan efektif karena sesuai dengan preferensi yang diinginkan oleh investor.

Kata kunci: *fuzzy goal programming*, portofolio, saham, sektor energi

ABSTRACT

GILANG JUNIAR AZMI. Optimization of Energy Sector Stock Portfolio in Indonesia in 2024 Using Fuzzy Goal Programming Approach. Supervised by TONI BAKHTIAR and JAHARUDDIN.

Investing a portion of funds in the stock market is not a common practice for many individuals due to the inherent risks that could adversely affect investors. These risks arise from uncertainty, which can result in either gains or losses for investors. To mitigate this risk, investment diversification through the purchase of a multi-stock portfolio is essential. This study aims to model an optimal stock portfolio in the energy sector using the fuzzy goal programming method. The method was implemented with the assistance of Pyomo software, with the objective of maximizing expected return and dividend yield while minimizing risk. The implementation results yielded six portfolios based on scenarios comparing initial fund proportions, aspiration values, and the number of stocks involved. Among these six portfolios, fuzzy goal programming-derived portfolio is deemed optimal and effective, as it aligns with the preferences desired by investors.

Keywords: *fuzzy goal programming*, portfolio, stock, energy sector



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



OPTIMISASI PORTOFOLIO SAHAM SEKTOR ENERGI DI INDONESIA TAHUN 2024 DENGAN PENDEKATAN *FUZZY GOAL PROGRAMMING*

GILANG JUNIAR AZMI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

IPB University

©Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.





Judul Skripsi : Optimisasi Portofolio Saham Sektor Energi di Indonesia Tahun 2024 dengan Pendekatan *Fuzzy Goal Programming*
Nama : Gilang Juniar Azmi
NIM : G5401211029

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Toni Bakhtiar S.Si., M.Sc.

Pembimbing 2:
Prof. Dr. Drs. JahaRuddin M.S.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si, M.Fin.Math.
NIP 197902272005011001

Tanggal Ujian:
25 April 2025

Tanggal Lulus:

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak mengujikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2024 sampai Maret 2025 ini ialah optimisasi, dengan judul “Optimisasi Portofolio Saham Sektor Energi di Indonesia Tahun 2024 dengan Pendekatan *Fuzzy Goal Programming*”. Dalam menyelesaikan karya ilmiah ini, penulis dibantu oleh beberapa pihak. Tak lupa penulis ucapan terima kasih kepada:

1. Keluarga penulis: Ibu Emma Afriyanti dan Ayah Gunadi, serta kakak Syifha Kintani Aulia dan adik Nabiell Attallah Andika Gumay yang telah memberikan banyak doa dan dukungan kepada penulis.
2. Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar S.Si., M.Sc. selaku pembimbing akademik I dan Bapak Prof. Dr. Drs. Jaharuddin M.S. selaku pembimbing akademik II yang telah membimbing, mengarahkan, dan banyak memberikan saran.
3. Ibu Hidayatul Mayyani S.Si., M.Si. selaku dosen penguji luar dalam ujian tugas akhir ini yang telah memberikan masukan dan perbaikan dalam karya ilmiah ini.
4. Staf pengajar dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika IPB.
5. Sahabat penulis, Raihan, Abi, Asrofil, Sulthan, Shiva, Wanda, Syifa, Dwi, dan Amrin yang telah memberikan motivasi, semangat, dan tempat berkeluh kesah.
6. Teman seperbimbingan penulis, Aira, Tita, Luna, dan Fina yang telah mengingatkan dan saling memberikan semangat.
7. Teman-teman Program Studi Matematika 58 yang selalu berjuang bersama.
8. Semua pihak yang membantu dalam penulisan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan berkontribusi bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juni 2025

Gilang Juniar Azmi



DAFTAR TABEL

x

DAFTAR GAMBAR

x

DAFTAR LAMPIRAN

x

I PENDAHULUAN

1

- 1.1 Latar Belakang
- 1.2 Rumusan Masalah
- 1.3 Tujuan Penelitian

1
1
3
3

II TINJAUAN PUSTAKA

4

- 2.1 Instrumen Pasar Modal
- 2.2 Tingkat *Return* dan Risiko Saham
- 2.3 *Dividend Yield*
- 2.4 Tingkat *Return* dan Risiko Portofolio
- 2.5 Model Markowitz
- 2.6 *Linear Programming*
- 2.7 *Goal Programming*
- 2.8 Himpunan *Fuzzy*
- 2.9 *Fuzzy Goal Programming*
- 2.10 Sektor Energi (IDXENERGY)
- 2.11 *Open-Source Software Package Pyomo*

4
4
5
5
6
6
7
7
9
11
11

III METODE

12

- 3.1 Prosedur Kerja
- 3.2 Deskripsi Masalah
- 3.3 Tahapan Penelitian
- 3.4 Analisis Data

12
12
13
14

IV HASIL DAN PEMBAHASAN

18

- 4.1 Formulasi Matematis Dasar
- 4.2 Implementasi Model
- 4.3 Penentuan *Goal* dan Nilai Aspirasi
- 4.4 Hasil Optimasi
- 4.5 Analisis Sensitivitas
- 4.6 Efektivitas Model

18
19
24
27
30
35

V SIMPULAN DAN SARAN

36

- 5.1 Simpulan
- 5.2 Saran

36
36

DAFTAR PUSTAKA

37

LAMPIRAN

39

RIWAYAT HIDUP

53

DAFTAR ISI

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



DAFTAR TABEL

1	Daftar saham yang terlibat dalam pembentukan portofolio	15
2	Ekspektasi <i>return</i> saham yang terkualifikasi	16
3	<i>Dividend yield</i> saham yang terkualifikasi	16
4	Hasil optimasi Portofolio 2 (P2)	27
5	Hasil optimasi Portofolio 3 (P3)	29
6	Nilai aspirasi dan batas toleransi setiap skenario	30
7	Hasil optimasi proporsi dana Skenario 1 (S1)	31
8	Hasil optimasi proporsi dana Skenario 2 (S2)	32
9	Hasil optimasi proporsi dana Skenario 3 (S3)	33
10	Ekspektasi <i>return</i> , <i>dividend yield</i> , dan risiko portofolio GP & FGP	34
11	Indeks sharpe skenario saham	35

DAFTAR GAMBAR

1	Pergerakan kinerja indeks saham di Indonesia YtD (<i>Year to Date</i>)	2
2	Kurva segitiga kiri	8
3	Kurva segitiga kanan	8
4	Kurva segitiga	9
5	Kurva trapesium	9
6	Diagram alir tahapan penelitian	13
7	Kurva fungsi keanggotaan ekspektasi <i>return</i>	21
8	Kurva fungsi keanggotaan <i>dividend yield</i>	21
9	Kurva fungsi keanggotaan risiko	22
10	Kurva fungsi keanggotaan ekspektasi <i>return</i> pada model	25
11	Kurva fungsi keanggotaan <i>dividend yield</i> pada model	25
12	Kurva fungsi keanggotaan risiko pada model	26
13	Perbandingan hasil ekspektasi <i>return</i> , <i>dividend yield</i> , serta risiko seluruh portofolio	34

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penyelesaian model GP untuk Portofolio 2 (P2)	40
2	Penyelesaian model FGP untuk Portofolio 3 (P3)	42
3	Penyelesaian model FGP untuk Skenario 1 (S1)	44
4	Penyelesaian model FGP untuk Skenario 2 (S2)	45
5	Penyelesaian model FGP untuk Skenario 3 (S3)	47
6	Pembagian dividen per saham	49
7	Ekspektasi <i>return</i> saham <i>blue chip</i>	49
8	<i>Dividend yield</i> saham <i>blue chip</i>	50
9	Tabel kovarian saham <i>blue chip</i>	51



I PENDAHULUAN

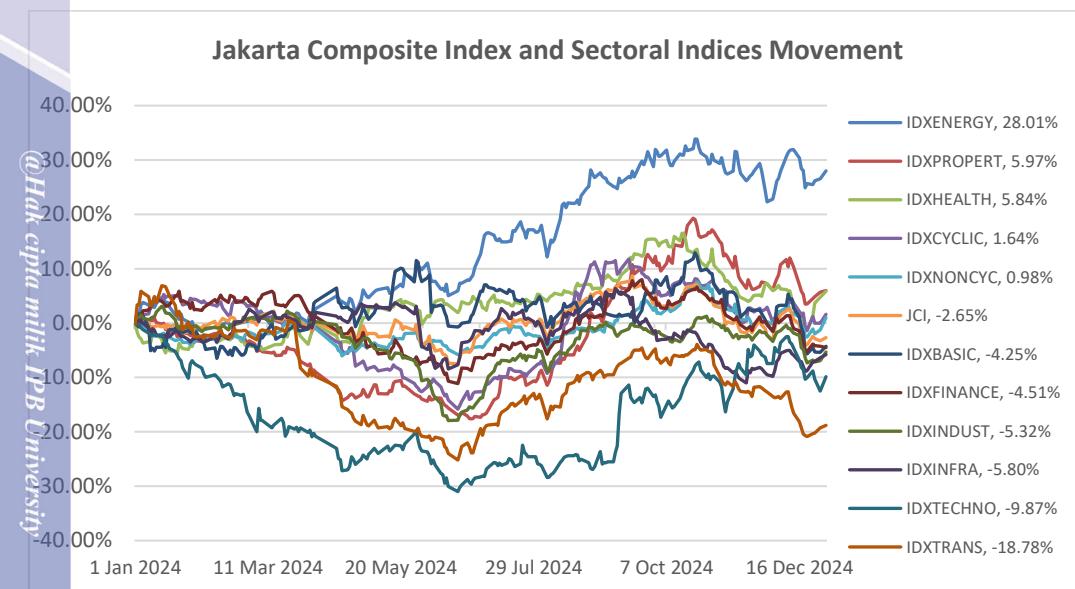
1.1 Latar Belakang

Investasi merupakan salah satu alternatif untuk mendapatkan keuntungan. Menurut Andriani (2019), investasi yang mengikuti perkembangan zaman terhadap isu global dapat dilakukan pada pasar modal, salah satunya melalui saham. Berinvestasi sebagian dana pada pasar saham bukanlah hal yang biasa dilakukan banyak orang karena memiliki risiko yang berdampak merugikan terhadap investor (Fadilah *et al.* 2020). Risiko ini timbul karena adanya ketidakpastian (*uncertainty*) yang dapat berakibat menguntungkan atau merugikan (Bani *et al.* 2024). Ketidakpastian pasar saham ditentukan oleh beberapa faktor yang mampu memengaruhi perubahan harga saham sehingga besar imbal hasil yang akan diterima dari investasi saham sulit diperkirakan (Aulina *et al.* 2023).

Semakin tinggi investasi saham yang ditanamkan, maka semakin tinggi pula imbal hasil yang akan diterima, hal ini menunjukkan hubungan yang signifikan dengan risiko saham yang perlu dihadapi (Afriyeni dan Marlius 2019). Dalam mengatasi risiko, perlu dilakukan diversifikasi investasi dengan menyebar risiko yang dihadapi. Strategi diversifikasi yang umum dilakukan adalah dengan membeli portofolio beberapa saham perusahaan (Alfares dan Al-Marhoun 2020). Dalam pemilihan portofolio saham ini sering kali timbul masalah mengenai penentuan saham terbaik yang harus dimasukkan ke dalam portofolio dan proporsi dana yang harus diinvestasikan agar menghasilkan portofolio yang optimal. Portofolio optimal dapat dipilih dari sekumpulan kemungkinan portofolio efisien, yang tak hanya melibatkan maksimum tingkat pengembalian namun sekaligus mempertimbangkan pengendalian risiko minimum (Gao dan Liu 2017).

Imbal hasil sulit diprediksi. Oleh karena itu, penentuan portofolio optimal dapat dilakukan salah satunya dengan mengaplikasikan model Markowitz. Model Markowitz merupakan model penentuan portofolio yang menekankan pada hubungan *return* dan risiko investasinya. Teori portofolio Markowitz ini dikenal dengan model *mean-variance* yang didasarkan atas pendekatan *mean* (rata-rata) dan *variance* (varian), di mana *mean* merupakan pengukuran tingkat pengembalian dan varian merupakan pengukuran tingkat risiko (Afriyanti *et al.* 2021). Alih-alih melihat portofolio saham sebagai masalah objektif tunggal, pemilihan portofolio dapat dibentuk melalui optimasi besar *return* dan risiko sebagai masalah multiobjektif dengan dua fungsi tujuan (Aulina *et al.* 2023). Penyelesaian masalah ini dapat melalui metode optimasi, seperti *Fuzzy Goal Programming* (FGP). Dalam hal ini, setiap fungsi objektifnya dinyatakan dalam derajat keanggotaan *fuzzy* sesuai preferensi investor. Metode FGP dapat menyelesaikan kasus dengan fungsi objektif lebih dari satu dan dalam lingkungan yang bersifat *fuzzy* (Trisnaningati 2018).

Dalam konteks saham, pasar modal Indonesia sudah menyediakan lapangan untuk berinvestasi melalui emiten yang tercatat pada PT Bursa Efek Indonesia. Emitter sebagai pihak yang menerbitkan saham dan menjualnya kepada publik akan diklasifikasikan dalam berbagai indeks sesuai dengan kriteria dan metodologi tertentu yang dievaluasi secara berkala. Menurut Arrazy dan Mulyantini (2024), Bursa Efek Indonesia telah melakukan upaya dalam membantu mengurangi bahaya kerugian finansial serta memudahkan para investor dalam berinvestasi dengan melakukan klasifikasi indeks saham yang terbagi dalam dua belas sektor industri.



Gambar 1 Pergerakan kinerja indeks saham di Indonesia YtD (*Year to Date*)

Berdasarkan Gambar 1, beberapa sektor di Bursa Efek Indonesia menunjukkan kinerja yang beragam selama periode Januari hingga Desember 2024. Meskipun Indeks Harga Saham Gabungan (JCI) melemah 2.65% hingga akhir Desember 2024, sektor energi (IDXENERGY) mencatat pertumbuhan signifikan sebesar 28.01%. Menurut Tambunan *et al.* (2023), kinerja saham sektor energi terpantau naik seiring berlakunya larangan impor komoditas energi yang diterapkan Amerika Serikat dan Uni Eropa kepada Rusia. Pemberian sanksi terhadap Rusia sebagai salah satu eksportir komoditas energi terbesar di dunia memberikan dampak terhadap kelangkaan pasokan minyak mentah, batu bara, dan gas alam.

Penelitian terdahulu oleh Afriyanti *et al.* (2021) mampu menerapkan model Markowitz pada saham-saham berbasis syariah yang tergabung dalam *Jakarta Islamic Index* (JII) untuk pembentukan portofolio optimal. Aulina *et al.* (2023) menerapkan metode *fuzzy nonlinear programming* untuk memilih portofolio yang optimal dalam indeks saham syariah yang ada di Indonesia dengan rataan *return* harian positif. Kazemi *et al.* (2017) berhasil mengaplikasikan metode *Fuzzy Goal Programming* dalam penyelesaian masalah multiobjektif pembentukan portofolio optimal, serta menggunakan formulasi Markowitz untuk menentukan *return* dan tingkat risiko. Serta Wahyudi (2020) memilih portofolio optimal dengan fungsi tujuan ekspektasi *return*, *dividend yield*, dan risiko.

Dalam penelitian yang telah disebutkan, fungsi objektif hanya difokuskan pada upaya memaksimumkan *mean* dan meminimumkan *variance*, yang merupakan tujuan dari model Markowitz. Dalam penulisan ini, akan ditambahkan *dividend yield* ke dalam fungsi objektif yang disajikan dengan tujuan mencakup lebih banyak aspek dalam mempertimbangkan saham yang akan dipilih dalam suatu portofolio. Adapun alasan penulis mengambil metode *Fuzzy Goal Programming* karena tidak perlu mengurutkan prioritas atau melakukan pembobotan terlebih dahulu terhadap fungsi-fungsi tujuannya, hal ini berbeda dengan metode *Goal Programming* yang menyelesaikan model berdasarkan pengurutan prioritas terhadap semua tujuan yang ingin dicapai (Aulina *et al.* 2023).

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, pada penelitian ini akan dikaji masalah *Fuzzy Goal Programming* untuk menentukan pemilihan portofolio saham optimal dari kombinasi saham beberapa perusahaan sektor energi yang mampu memaksimumkan tingkat *return* dan hasil dividen serta meminimumkan risiko investasinya. Model matematika tersebut akan diselesaikan menggunakan *software Pyomo*. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi rujukan bagi masyarakat dalam memilih investasi saham yang terbaik.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, rumusan masalah pada karya ilmiah berikut adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model portofolio saham efisien sektor energi yang dapat terbentuk melalui pendekatan *Fuzzy Goal Programming*?
2. Bagaimana cara memilih portofolio saham optimal dari sekumpulan kemungkinan portofolio efisien yang terbentuk?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memodelkan portofolio saham efisien sektor energi yang dibentuk melalui pendekatan *Fuzzy Goal Programming*.
2. Memilih portofolio saham optimal dari sekumpulan kemungkinan portofolio efisien yang terbentuk.



2.1 Instrumen Pasar Modal

Pasar Modal (*capital market*) merupakan pasar untuk berbagai instrumen keuangan jangka panjang yang dapat diperjualbelikan, bisa dalam bentuk hutang ataupun modal sendiri, baik yang diterbitkan oleh pemerintah, *public authorities*, maupun perusahaan swasta. Menurut Tandelilin (2001), pasar modal ialah pertemuan antara pihak yang memiliki kelebihan dana dengan pihak yang membutuhkan dana dengan cara memperjualbelikan instrumen keuangan (securities). Salah satu sekuritas yang dewasa ini populer diperdagangkan di pasar modal adalah saham.

Saham merupakan salah satu instrumen pasar modal yang menyediakan surat bukti kepemilikan atas aset-aset perusahaan yang menerbitkan saham. Sebagai investor, kita dapat memiliki saham suatu perusahaan dengan cara membelinya. Dengan menyertakan modal tersebut, maka investor memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas aset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS).

2.2 Tingkat *Return* dan Risiko Saham

Menurut Afriyeni dan Marlius (2019), tujuan investor dalam berinvestasi adalah memaksimumkan *return*, tanpa harus melupakan faktor risiko investasi yang harus dihadapinya. *Return* merupakan salah satu faktor yang memotivasi investor untuk berinvestasi dan juga merupakan imbalan atas keberanian investor dalam menanggung risiko atas investasi yang telah dilakukan. Dalam pasar saham tidak selalu menjanjikan suatu *return* yang bernilai pasti bagi investor. Namun terdapat dua komponen utama yang memungkinkan pemodal meraih keuntungan, yaitu hasil dividen dan *capital gain (loss)*.

Dividen merupakan *return* yang mencerminkan aliran kas atau pendapatan yang diperoleh secara periodik dari suatu investasi. Pembagian keuntungan ini diperoleh perusahaan dalam aktivitas usaha atas persetujuan dari pemegang saham melalui hasil RUPS (Sudirman 2015). Sedangkan *capital gain (loss)* merupakan kenaikan (atau penurunan) harga jual saham dari harga beli, hal ini memberikan keuntungan (atau kerugian) bagi investor (Tandelilin 2001). Besar *return* total suatu investasi saham dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Return total} = \text{hasil dividen} + \text{capital gain (loss)} \quad (1)$$

Dalam hal ini, *return* saham individu dapat dihitung menggunakan rumus:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \quad (2)$$

dan ekspektasi *return* saham:

$$E(R) = \frac{\sum_{t=1}^n R_{i,t}}{n}, \quad (3)$$

dengan $R_{i,t}$ sebagai *return* saham ke- i pada periode ke- t dan $P_{i,t}$ sebagai harga saham ke- i pada periode ke- t .

Berikutnya terdapat risiko yang merupakan hasil dari ketidakpastian dalam berinvestasi untuk menghasilkan tingkat pengembalian yang diharapkan pada periode tertentu. Dengan kata lain, risiko merupakan tingkat penyimpangan



(*standard deviation*) dari hasil yang diharapkan (Reilly dan Brown 2006). Risiko saham individu dapat dihitung dengan rumus:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{i,t} - E(R))^2}{n-1}, \quad (4)$$

dengan σ_i^2 sebagai nilai varian *return* saham ke-*i*.

2.3 Dividend Yield

Dividen merupakan penghasilan pasif yang juga dipertimbangkan dalam besar *return* total investasi saham. Sesuai dengan penjelasan pada subbab sebelumnya, pembagian dividen ini tidak dapat ditentukan secara pasti dalam rentang waktu tertentu, melainkan bergantung pada hasil yang ditetapkan melalui RUPS. Dividen per saham adalah besarnya pembagian dividen yang akan diberikan kepada pemegang saham yang nominalnya sebanding dengan jumlah saham yang dimiliki. Dalam hal ini, hasil dividen per saham dapat diakses melalui berbagai *platform* bertajuk finansial.

Selanjutnya, *dividend yield* atau hasil dividen adalah rasio keuangan yang membandingkan jumlah dividen tunai kepada pemegang saham dengan harga saham pada periode tersebut. *Dividend yield* dinyatakan sebagai persentase dan merupakan daya tarik investasi secara pasif terhadap saham suatu perusahaan. *Dividend yield* dapat dihitung menggunakan rumus:

$$D_i = \frac{DPS_i}{\text{Harga Saham } i} \times 100\%. \quad (5)$$

Dalam perhitungan *dividend yield* suatu portofolio dilakukan dengan rumus:

$$D_p = \sum_{i=1}^n w_i D_i, \quad (6)$$

dengan D_i sebagai *dividend yield* saham ke-*i*, DPS_i sebagai nilai dividen per saham aset ke-*i*, dan w_i sebagai proporsi saham ke-*i*.

2.4 Tingkat *Return* dan Risiko Portofolio

Bagi seorang investor yang berkeinginan untuk memaksimumkan keuntungan yang diharapkan dari pembentukan suatu portofolio, dana sebaiknya diletakkan dalam sekuritas yang mempunyai ekspektasi *return* yang maksimum (Markowitz 1952). Perlu diperhatikan pula bahwa proporsi dari masing-masing saham pada suatu portofolio sama dengan satu, atau jika ditulis secara matematis:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1. \quad (7)$$

Dalam perhitungan *return* portofolio dilakukan dengan rumus:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n = \sum_{i=1}^n w_i R_i. \quad (8)$$

Selain itu, diperlukan perhitungan ekspektasi *return* sebagai penanda rata-rata tertimbang dari tingkat keuntungan yang diharapkan masing-masing saham pada portofolio. Perhitungan ekspektasi *return* portofolio dilakukan dengan rumus:

$$\bar{R}_p = E(R_p) = w_1 \bar{R}_1 + w_2 \bar{R}_2 + \dots + w_n \bar{R}_n = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i. \quad (9)$$



Untuk portofolio dari gabungan beberapa saham, misalkan diambil dua saham di antaranya sebagai saham i dan saham j . Kovarian antara *return* saham i dan saham j dapat dihitung dengan rumus:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n [(R_{i,t} - E(R_i)) \cdot (R_{j,t} - E(R_j))]}{n-1}, \quad (10)$$

dengan w_i sebagai proporsi saham ke- i , \bar{R}_i sebagai ekspektasi *return* saham ke- i , R_p sebagai *return* portofolio saham, \bar{R}_p sebagai ekspektasi *return* portofolio saham, dan σ_{ij} sebagai kovarian antara *return* saham ke- i dan saham ke- j .

2.5 Model Markowitz

Teori portofolio modern terus meningkat dan berkembang sejak ditemukan cara berinvestasi yang efisien dan optimal melalui model Markowitz yang dikemukakan pada awal tahun 1952 oleh Harry Markowitz (Bai *et al.* 2016). Tujuan pembentukan portofolio optimal pada dasarnya untuk memenuhi prinsip dalam berinvestasi, yaitu memperoleh *return* pada tingkat yang dikehendaki dengan risiko yang paling minimum. Untuk meminimumkan risiko, perlu dilakukan diversifikasi dalam berinvestasi, yaitu menginvestasikan dana tidak hanya pada satu aset saja. Permasalahannya adalah berapa besar proporsi dana yang harus diinvestasikan pada setiap aset saham tersebut.

Teori portofolio Markowitz didasarkan atas pendekatan *mean* (rata-rata) dan *variance* (varian), di mana *mean* merupakan pengukuran tingkat pengembalian dan varian merupakan pengukuran tingkat risiko (Afriyanti *et al.* 2021). Sehingga, teori portofolio ini kerap disebut sebagai *mean-variance model*. Perhitungan portofolio optimal dengan menekan nilai varian *return* sebagai risiko portofolio dapat diselesaikan secara matematis oleh persamaan:

$$\sigma_p^2 = \text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}, \quad (11)$$

dengan σ_p^2 sebagai nilai varian *return* portofolio saham, σ_{ij} kovarian antara *return* saham ke- i dan ke- j , dan w_i sebagai proporsi dana saham ke- i .

2.6 Linear Programming

Linear Programming (LP) adalah metode optimisasi fungsi linear. Menurut Supranto (1991), pemrograman linear termasuk dalam teknik riset operasi dalam memecahkan persoalan optimisasi dengan menggunakan persamaan dan pertaksamaan linear untuk mencari pemecahan optimal dengan mempertimbangkan batasan-batasan yang ada. Menurut Winston (2004), *Linear Programming* (LP) adalah masalah optimasi yang memenuhi hal-hal berikut.

- 1) Fungsi objektif memaksimumkan atau meminimumkan nilai fungsi linear yang berkaitan dengan beberapa variabel keputusan.
- 2) Nilai dari variabel keputusan harus memenuhi kendala yang diberikan. Setiap kendala harus berupa persamaan linear atau pertaksamaan linear.
- 3) Ada pembatas tanda pada setiap variabel. Untuk sebarang variabel x_i , pembatas tanda menentukan x_i harus taknegatif ($x_i \geq 0$) atau tidak dibatasi tandanya (*unrestricted in sign*).



Konsep dasar yang meliputi pemrograman linear adalah fungsi linear, persamaan linear, dan pertaksamaan linear. Berdasarkan Winston (2004), fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dalam variabel-variabel x_1, x_2, \dots, x_n dapat dikatakan fungsi linear jika dan hanya jika untuk suatu himpunan konstanta c_1, c_2, \dots, c_n ditulis sebagai $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$. Untuk sebarang fungsi linear f dan sebarang bilangan c , suatu persamaan $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c$ adalah persamaan linear, sedangkan pertaksamaan $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq c$ atau $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq c$ merupakan pertaksamaan linear.

2.7 Goal Programming

Goal Programming (GP) merupakan pengembangan dari model *Linear Programming* untuk menyelesaikan kasus-kasus yang memiliki lebih dari satu fungsi tujuan yang hendak dicapai. Menurut Siswanto (2007), *Goal Programming* adalah salah satu model matematis yang dipakai sebagai dasar pengambilan keputusan. Tujuan model ini adalah untuk meminimalisasi kehadiran sepasang variabel deviasi terhadap tujuan yang ditetapkan, sehingga tujuan tersebut dapat dicapai semaksimal mungkin dengan kendala yang ada.

Menurut Taha (1996), *Goal Programming* dapat diselesaikan dengan dua metode berdasarkan fungsi objektifnya:

1) Weighted (Nonpreemptive) Method

Fungsi objektif pada metode ini merupakan penjumlahan bobot dari fungsi yang merepresentasikan sasaran dari permasalahan. Sehingga GP dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$\min G_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

sehingga fungsi objektifnya didefinisikan sebagai berikut:

$$\min Z = w_1G_1 + w_2G_2 + \dots + w_nG_n, \quad (13)$$

dengan w_i merupakan bobot bernilai positif yang mencerminkan pilihan pembuat keputusan terkait kepentingan yang wajar pada *IPB University*.

2) Preemptive Method

Fungsi objektif pada metode ini diurutkan berdasarkan prioritas. Diurutkan dari sasaran yang memiliki prioritas tertinggi hingga prioritas terendah. Pengoptimalan sasaran dilakukan satu persatu sesuai dengan urutan prioritas, sehingga fungsi objektif dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \min G_1 &= p_1 && (\text{prioritas tertinggi}) \\ &\vdots && \vdots \\ \min G_n &= p_n && (\text{prioritas terendah}) \end{aligned} \quad (14)$$

dengan G_i, p_i variabel deviasi yang merepresentasikan sasaran ke- i serta nilai $G_i \leq G_i^*$ sebagai kendala tambahan dari nilai yang diharapkan.

2.8 Himpunan Fuzzy

Menurut Pulukadang *et al.* (2018), *fuzzy* dapat diartikan sebagai kabur atau remang-remang, tidak jelas, tidak presisi, dan membungkungkan. Teori atau logika *fuzzy* pertama kali diperkenalkan dan dikembangkan oleh Prof. Lotfi A. Zadeh mulai tahun 1965. Dalam penggunaannya, *fuzzy* dapat menangani ketidakpastian dalam mengambil keputusan dan salah satu alat yang sangat penting dalam teknik kontrol serta kecerdasan buatan. Teori himpunan *fuzzy* adalah perluasan dari himpunan klasik (*crisp*).

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2010), pada himpunan klasik (*crisp*), nilai $\mu_A(x)$ atau nilai keanggotaan x dalam suatu himpunan A adalah

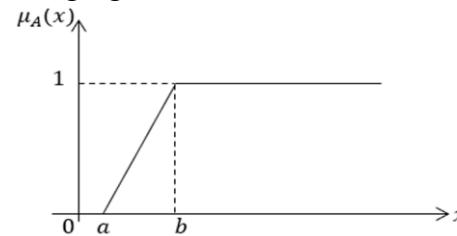
$$\mu_A(x) \rightarrow \{0, 1\}, \quad (15)$$

yaitu bernilai 1 jika suatu unsur merupakan anggota dari himpunan tersebut atau bernilai 0 jika suatu unsur bukan merupakan anggota dari himpunan tersebut. Sedangkan dalam himpunan *fuzzy*, nilai dari fungsi keanggotaan dinyatakan dengan

$$\mu_A(x) \rightarrow [0, 1]. \quad (16)$$

Fungsi keanggotaan dalam himpunan *fuzzy* adalah pemetaan dari suatu objek dalam derajat keanggotaan yang memiliki interval 0 sampai 1. Menurut Nurcahyo dan Setiawan (2022), teori *fuzzy* dapat digunakan untuk merepresentasikan ketidakpastian batas yang dapat dihasilkan oleh adanya penilaian manusia. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai suatu keanggotaan adalah dengan pendekatan fungsi. Kusumadewi dan Purnomo (2010) menjelaskan bahwa terdapat beberapa bentuk pendekatan fungsi tujuan untuk mendapatkan nilai dan fungsi keanggotaan *fuzzy*, yaitu:

1. Fungsi Keanggotaan Segitiga Kiri

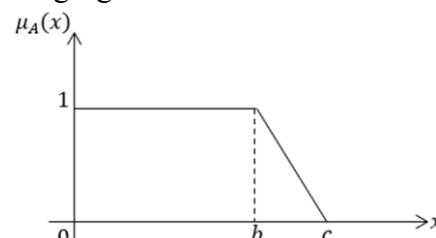


Gambar 2 Kurva segitiga kiri

Fungsi keanggotaan yang memiliki bentuk segitiga kiri dapat direpresentasikan pada Gambar 2, dan fungsi keanggotannya untuk $x \geq 0$ ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \geq b. \end{cases} \quad (17)$$

2. Fungsi Keanggotaan Segitiga Kanan

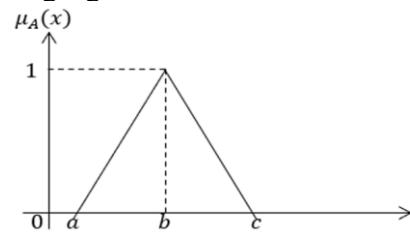


Gambar 3 Kurva segitiga kanan

Fungsi keanggotaan yang memiliki bentuk segitiga kanan dapat direpresentasikan pada Gambar 3, dan fungsi keanggotannya untuk $x \geq 0$ ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & x \geq c. \end{cases} \quad (18)$$

3. Fungsi Keanggotaan Segitiga

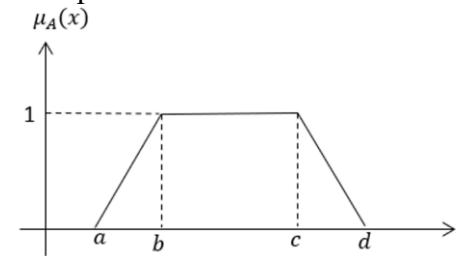


Gambar 4 Kurva segitiga

Fungsi keanggotaan yang memiliki bentuk segitiga seperti yang direpresentasikan pada Gambar 4, fungsi keanggotaannya untuk $x \geq 0$ ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c. \end{cases} \quad (19)$$

4. Fungsi Keanggotaan Trapesium



Gambar 5 Kurva trapesium

Fungsi keanggotaan yang memiliki bentuk trapesium seperti yang direpresentasikan pada Gambar 5 pada dasarnya seperti fungsi keanggotaan segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Fungsi keanggotannya ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d. \end{cases} \quad (20)$$

2.9 Fuzzy Goal Programming

Fuzzy Goal Programming (FGP) menggunakan teori himpunan *fuzzy* untuk menangani ketidaktepatan dalam model *Goal Programming*. Jika pada GP pembuat keputusan perlu menentukan skala prioritas fungsi tujuan atau melakukan pembobotan terlebih dahulu, maka pada FGP tidak perlu melakukan hal tersebut. Metode ini hanya menggunakan preferensi khusus pada tujuan yang ingin dimodelkan dengan menggunakan fungsi keanggotaan *fuzzy* (Kusumadewi dan Purnomo 2010). FGP merupakan aplikasi teori himpunan *fuzzy* pada GP yang memungkinkan pengambil keputusan untuk mendefinisikan nilai tujuan secara



alami dalam masalah pengambilan keputusan seperti “agak lebih besar dari”, “secara substansial lebih kecil dari”, atau “sekitar” nilai tujuan yang hendak dicapai (Kara *et al.* 2009).

Bentuk umum model FGP dituliskan sebagai berikut:

Tentukan X^* yang memenuhi

$$\begin{aligned} f_i(X) &\gtrsim g_i \text{ atau } f_i(X) \lesssim g_i \\ X &\in F \quad (F \text{ adalah himpunan fisibel}) \end{aligned} \quad (21)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} AX &\leq B \\ X &\geq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

dengan X adalah himpunan variabel keputusan x_i , $f_i(X)$ adalah fungsi tujuan ke- i , g_i adalah nilai aspirasi tujuan ke- i , A matriks koefisien untuk menghasilkan suatu nilai variabel keputusan x_i , dan B matriks nilai sisi kanan atau batasan ketersediaan sumber daya yang dimiliki.

Pada simbol $f_i(X) \gtrsim g_i$ menunjukkan fuzzifikasi dari fungsi tujuan yang memiliki makna “kira-kira lebih dari atau sama dengan” nilai tujuan, sedangkan $f_i(X) \lesssim g_i$ bermakna “kira-kira kurang dari atau sama dengan” nilai tujuan. Menurut Bhargava *et al.* (2015), fungsi keanggotaan μ_i untuk fungsi tujuan fuzzy $f_i(X) \gtrsim g_i$ dengan L_i adalah batas toleransi bawah untuk tujuan fuzzy dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_i = \begin{cases} 0, & f_i(X) \leq L_i \\ \frac{f_i(X) - L_i}{g_i - L_i}, & L_i < f_i(X) < g_i \\ 1, & f_i(X) \geq g_i. \end{cases} \quad (23)$$

Dalam hal tujuan $f_i(X) \lesssim g_i$ dengan U_i adalah batas toleransi atas untuk tujuan fuzzy dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & f_i(X) \leq g_i \\ \frac{U_i - f_i(X)}{U_i - g_i}, & g_i < f_i(X) < U_i \\ 0, & f_i(X) \geq U_i, \end{cases} \quad (24)$$

serta kendala $f_i(X) \cong g_i$, fungsi keanggotaannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_i = \begin{cases} 0, & f_i(X) \leq L_i \text{ atau } f_i(X) \geq U_i \\ \frac{f_i(X) - L_i}{g_i - L_i}, & L_i < f_i(X) < g_i \\ 1, & f_i(X) = g_i \\ \frac{U_i - f_i(X)}{U_i - g_i}, & g_i < f_i(X) < U_i. \end{cases} \quad (25)$$

Menurut Zimmermann (1978), model penyelesaian FGP dapat dilakukan dengan mentransformasikannya ke dalam bentuk LP sebagai berikut:

$$\max \lambda \quad (26)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \mu_i, i = 1, 2, \dots, n + 1 \\ 0 &\leq \lambda \leq 1 \\ Ax &\leq b, \quad x \geq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

2.10 Sektor Energi (IDXENERGY)

Sektor Energi (IDXENERGY) adalah indeks perusahaan-perusahaan energi yang diluncurkan pada 25 Januari 2021 dengan jumlah 66 emiten. Menurut Tambunan *et al.* (2023), keberadaan klasifikasi ini dapat dimanfaatkan investor sektor industri energi sebagai acuan dalam berinvestasi. Kini pasar yang berkembang di Indonesia memiliki kondisi yang menguntungkan bagi perusahaan energi untuk mengalami surplus, terutama bagi komoditas yang nilai eksportnya lebih tinggi dari impornya.

2.11 Open-Source Software Package Pyomo

Pyomo (Python Optimization Modeling Objects) adalah *package* dari python untuk membangun dan menyelesaikan model optimasi matematis. *Pyomo* mengintegrasikan fitur bahasa pemrograman modern dengan kemampuan *Algebraic Modeling Language* (AML), sehingga dapat menangani pra-pemrosesan, penyelesaian, dan pasca-pemrosesan model lebih efisien. *Pyomo* didukung berbagai jenis optimasi, seperti pemrograman linier, non-linier, stokastik, dan pemrograman campuran bilangan bulat (Bynum *et al.* 2021). *Pyomo* mendukung berbagai *solver* penyelesaian masalah optimasi, seperti GLPK, CPLEX, Couenne, BARON, Gurobi, IPOPT, CBC, dan Bonmin. IPOPT (*Interior Point OPTimizer*) merupakan *solver* yang dirancang khusus untuk menyelesaikan masalah pada *Quadratic Programming* (QP), *Non-Linear Programming* (NLP), serta *Mixed Integer Non-Linear Programming* (MINLP) (Ims dan Holck 2017).



3.1 Prosedur Kerja

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai masalah pemilihan portofolio optimal dari kombinasi saham beberapa perusahaan sektor energi yang mampu memaksimumkan tingkat *return* dan hasil dividen serta meminimumkan risiko investasinya. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari studi literatur yang berkaitan dengan masalah pemilihan portofolio saham optimal,
2. Mengidentifikasi masalah optimisasi portofolio saham pada sektor energi,
3. Mengumpulkan data sekunder saham sektor energi melalui investing.com,
4. Melakukan analisis deskriptif terhadap data harga penutupan harian saham,
5. Memformulasikan model optimisasi portofolio saham dengan mempertimbangkan lebih dari satu tujuan,
6. Mengonstruksi model *fuzzy goal programming* dengan menetapkan fungsi keanggotaan *fuzzy* pada setiap fungsi tujuan,
7. Mengimplementasikan model tersebut dalam kasus penelitian dengan bantuan *software Pyomo* untuk mendapatkan solusi,
8. Memilih portofolio yang optimal berdasarkan solusi yang diperoleh dari langkah tujuh,
9. Menginterpretasikan hasil yang diperoleh sesuai kebutuhan penelitian.

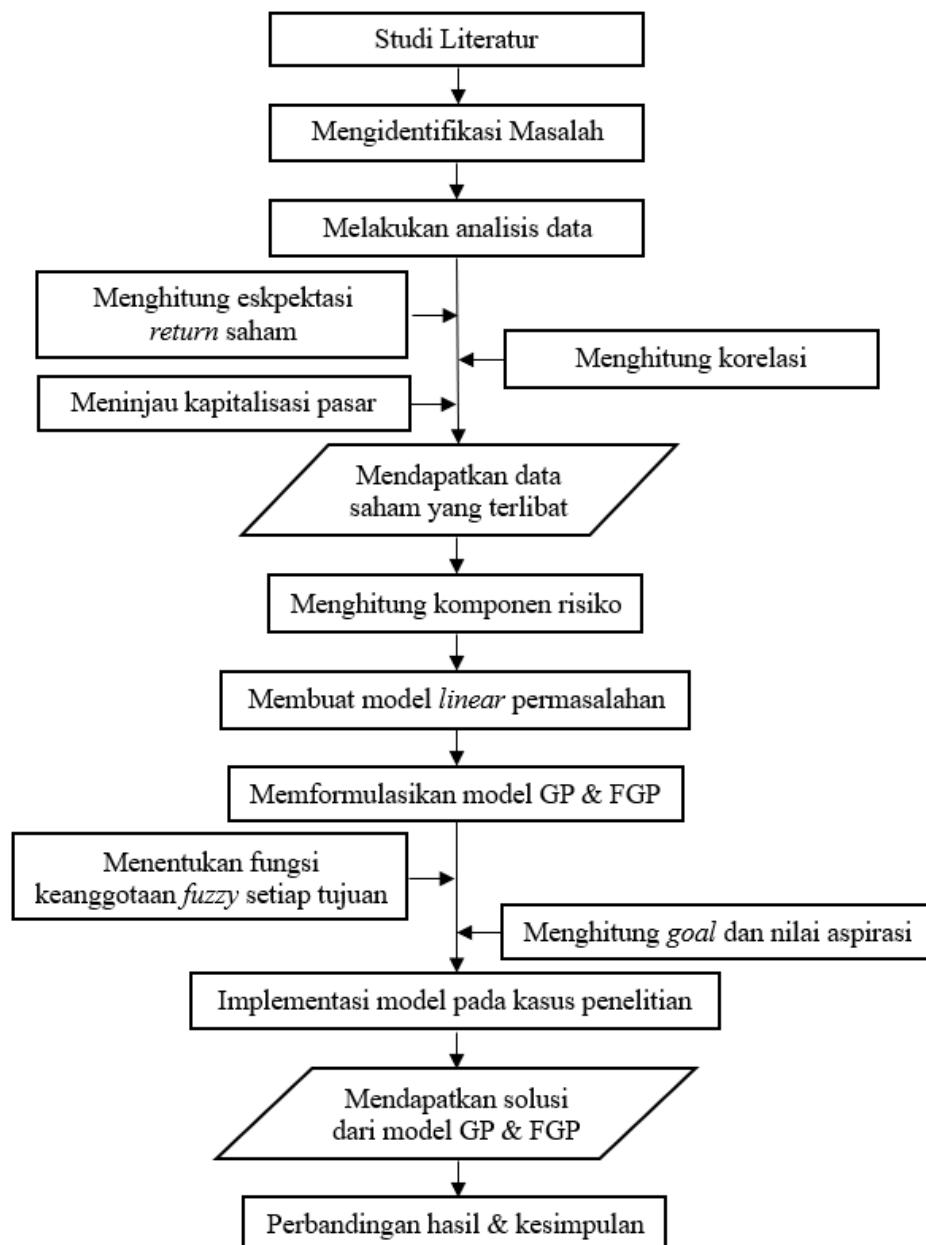
3.2 Deskripsi Masalah

Model *Fuzzy Goal Programming* diaplikasikan untuk membentuk portofolio berbeda dari saham-saham yang terdaftar pada sektor energi, kemudian diselesaikan menggunakan *software Pyomo*. Menurut Bursa Efek Indonesia (BEI) perihal evaluasi indeks per tanggal 31 Desember 2023, tercatat sebanyak 76 emiten yang tidak mengalami suspensi lebih dari dua kuartal. Berdasarkan pendekatan kuantitatif yang dilakukan pada laman web investing.com, variabel yang digunakan adalah data harga penutupan harian seluruh saham pada sektor energi. Data tersebut kemudian diolah untuk memperoleh data *return* realisasian saham, rata-rata *return* saham, korelasi saham, serta varian-kovarian saham.

Dari saham yang telah dipilih, saham yang dapat disertakan dalam portofolio akan diseleksi melalui analisis data. Penentuan tersebut atas dasar nilai rata-rata *return* harian positif, korelasi dua saham berbeda tidak sama dengan +1, serta nilai kapitalisasi pasar (*market cap*) di atas Rp1 Triliun hingga akhir Desember 2024. Dengan demikian, banyaknya saham dari portofolio optimal yang terbentuk akan kurang dari atau sama dengan 76 saham. Saham yang membentuk portofolio optimal tidak hanya diseleksi tapi juga ditentukan proporsi investasinya. Proporsi investasi dari masing-masing saham akan ditentukan melalui model multiobjektif atas tiga preferensi, yaitu tingkat pengembalian, *dividend yield*, dan tingkat risiko yang diselesaikan dengan pendekatan *Fuzzy Goal Programming* untuk membentuk portofolio saham yang optimal.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dalam penulisan karya ilmiah ini disusun dalam diagram alir yang diberikan pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6 Diagram alir tahapan penelitian

Metode penelitian dalam penulisan karya ilmiah ini dilakukan dengan membangun model *Fuzzy Goal Programming* pada masalah optimisasi portofolio saham sektor energi sehingga diperoleh hasil yang sesuai dengan preferensi investor yang berkaitan dengan tingkat pengembalian, hasil dividen, dan risiko investasi dari portofolio efisien yang dipilih.



3.4 Analisis Data

Dari 76 emiten saham, saham yang terpilih untuk dimasukkan ke dalam portofolio merupakan saham-saham dengan *return* harian positif. Sebagai yang dimaksudkan, rata-rata harga jual saham yang terkualifikasi akan lebih besar dibandingkan harga belinya, hal ini mampu memberikan keuntungan bagi investor. Selain itu, dibentuk matriks korelasi untuk memastikan bahwa tidak ada dua saham berbeda dengan nilai korelasi +1. Hal ini dilakukan guna menjamin stabilitas lebih besar melalui diversifikasi atau risikonya dapat dikurangi dengan menggabungkan berbagai jenis saham yang tingkat fluktuasinya tidak terlalu memengaruhi portofolio secara keseluruhan. Terakhir, saham yang terpilih diberikan *screening* terhadap nilai kapitalisasi pasar (*market cap*) di atas Rp 1 Triliun. Hal ini diperlukan guna memberikan kecenderungan saham yang terpilih memiliki likuiditas cukup tinggi dengan volatilitas rendah sebagai acuan kinerja keuangan yang baik.

Harga penutupan saham harian setiap perusahaan cenderung fluktuatif sehingga sebaran datanya memiliki distribusi frekuensi yang tidak merata. Akibatnya, investor perlu cerdik dalam menentukan saham mana saja yang perlu dilibatkan dalam pembentukan portofolio. Untuk memperjelas proses analisis, data harga saham penutupan dari 76 emiten saham yang akan dilibatkan dalam pembentukan portofolio disajikan pada tabel yang tertera dalam link berikut: <https://ipb.link/data-saham-sektorenergi2024>.

Nilai *return* realisasian saham perusahaan dihitung menggunakan Persamaan (2) dengan *input* harga penutupan saham sesuai data yang tertera pada link di atas. Selanjutnya, dihitung rata-rata *return* dari setiap saham berdasarkan Persamaan (3). Nilai *return* dan rata-ratanya dapat dilihat pada tabel dalam link berikut: <https://ipb.link/return-saham-sektorenergi2024>. Berdasarkan hasil perhitungan tersebut, dapat diperkirakan bahwa laju pergerakan imbal hasil saham sektor energi di 2024 berada pada rentang -0.003027 hingga 0.007882 .

Kemudian dihitung juga korelasi antar-saham yang dapat dilihat pada tabel yang tertera dalam link berikut: <https://ipb.link/korelasi-saham-sektorenergi2024>. Dalam perhitungan tersebut, terdapat nilai korelasi negatif terbesar yaitu antara saham CNKO dan SURE sebesar -0.951495 , serta korelasi positif terbesar yaitu antara saham BSSR dan GEMS sebesar 0.949653 . Nilai korelasi ini merepresentasikan hubungan harga antara dua saham berbeda dalam satu periode. Dari tabel korelasi, tidak ada saham berbeda yang memiliki korelasi sempurna, sehingga tidak ada saham yang didiskualifikasi menurut perhitungan korelasi ini.

Terakhir, diberikan penyaring saham (*stock screener*) untuk memfilter saham berdasarkan parameter dan metrik yang penting bagi para investor, yang mana dalam penulisan ini disesuaikan dengan preferensi penulis yaitu berdasarkan besarnya kapitalisasi pasar (*market cap*) setiap saham. Dengan diberlakukannya *screening market cap* di atas Rp 1 Triliun (*medium cap*), data yang diambil pada laman stockbit.com ini dapat diliat pada tabel yang tertera dalam link berikut: <https://ipb.link/marketcap-saham-sektorenergi2024>.

Berdasarkan hasil analisis, dihasilkan sebanyak 34 saham yang terkualifikasi untuk terlibat dalam pembentukan portofolio optimal. Hal ini didasarkan atas nilai rata-rata *return* saham yang bernilai positif, tidak memiliki koefisien korelasi sempurna untuk kedua saham yang berbeda, serta kapitalisasi pasar (*market cap*) di atas Rp 1 Triliun. Dengan demikian, seluruh saham yang terkualifikasi dapat disertakan pada sampel portofolio saham yang dibentuk pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 Daftar saham yang terlibat dalam pembentukan portofolio

Aset ke- <i>i</i>	Nama Perusahaan	Kode Saham	Bidang Usaha Utama
1	Petrosea Tbk.	PTRO	Jasa Konstruksi
2	Bumi Resources Tbk.	BUMI	Tambang Batu Bara
3	Resource Alam Indonesia Tbk.	KKGI	Tambang Batu Bara
4	Medco Energi Internasional Tbk.	MEDC	Produksi Minyak & Gas Bumi
5	Humpuss Intermoda Transportasi Tbk.	HITS	Jasa Pelayaran
6	Delta Dunia Makmur Tbk.	DOID	Tambang Batu Bara
7	Bukit Asam Tbk.	PTBA	Tambang Batu Bara
8	Perusahaan Gas Negara Tbk.	PGAS	Distribusi Gas Bumi
9	Energi Mega Persada Tbk.	ENRG	Produksi Minyak & Gas Bumi
10	Rukun Raharja Tbk.	RAJA	Jasa Konstruksi
11	MNC Energy Investments Tbk.	IATA	Investasi
12	Darma Henwa Tbk.	DEWA	Jasa Pertambangan
13	Indo Tambangraya Megah Tbk.	ITMG	Tambang Batu Bara
14	Elnusa Tbk.	ELSA	Produksi Minyak & Gas Bumi
15	Indika Energy Tbk.	INDY	Tambang Batu Bara
16	Alamtri Resources Indonesia Tbk.	ADRO	Tambang Batu Bara
17	Bayan Resources Tbk.	BYAN	Tambang Batu Bara
18	Dian Swastatika Sentosa Tbk.	DSSA	Pembangkit Listrik
19	Astrindo Nusantara Infrastruktur Tbk.	BIPI	Produksi Minyak & Gas Bumi
20	Wintermar Offshore Marine Tbk.	WINS	Jasa Pelayaran
21	Golden Energy Mines Tbk.	GEMS	Tambang Batu Bara
22	ABM Investama Tbk.	ABMM	Konsultasi Manajemen
23	TBS Energi Utama Tbk.	TOBA	Tambang Batu Bara
24	Baramulti Suksessarana Tbk.	BSSR	Tambang Batu Bara
25	Trans Power Marine Tbk.	TPMA	Distribusi Batu Bara
26	Sillo Maritime Perdana Tbk.	SHIP	Jasa Pelayaran
27	Dwi Guna Laksana Tbk.	DWGL	Distribusi Batu Bara
28	Transcoal Pacific Tbk.	TCPI	Jasa Pelayaran
29	Super Energy Tbk.	SURE	Produksi Minyak, Gas Bumi, & Investasi
30	Batulicin Nusantara Maritim Tbk.	BESS	Distribusi Batu Bara
31	Ulima Nitra Tbk.	UNIQ	Jasa Pertambangan
32	Sunindo Pratama Tbk.	SUNI	Jasa Pertambangan
33	Hillcon Tbk.	HILL	Jasa Pertambangan
34	Petrindo Jaya Kreasi Tbk.	CUAN	Konsultasi Manajemen



Data ekspektasi *return* saham yang terkualifikasi dapat ditinjau melalui tabel *return* harian saham sektor energi 2024 yang telah memenuhi semua syarat dalam analisis data. Oleh karenanya, ekspektasi *return* saham yang terkualifikasi dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Ekspektasi *return* saham yang terkualifikasi

i	Kode Saham	\bar{R}_i	i	Kode Saham	\bar{R}_i
1	PTRO	0.007882	18	DSSA	0.007536
2	BUMI	0.001588	19	BIPI	0.000329
3	KKGI	0.001870	20	WINS	0.000768
4	MEDC	0.000045	21	GEMS	0.003082
5	HITS	0.000749	22	ABMM	0.000280
6	DOID	0.002182	23	TOBA	0.001794
7	PTBA	0.000536	24	BSSR	0.000646
8	PGAS	0.001607	25	TPMA	0.000156
9	ENRG	0.000520	26	SHIP	0.000304
10	RAJA	0.003284	27	DWGL	0.004055
11	IATA	0.000644	28	TCPI	0.000051
12	DEWA	0.002709	29	SURE	0.003658
13	ITMG	0.000152	30	BESS	0.002898
14	ELSA	0.000574	31	UNIQ	0.003646
15	INDY	0.000220	32	SUNI	0.003792
16	ADRO	0.000480	33	HILL	0.000862
17	BYAN	0.000211	34	CUAN	0.000455

Dapat dilihat pada tabel di atas bahwa ekspektasi *return* saham terkualifikasi tidak memiliki nilai negatif atau rata-rata pengembalian yang menurun, sehingga didapat rentang ekspektasi *return* saham terkualifikasi berada pada rentang 0.000045 milik saham MEDC hingga 0.007882 milik saham PTRO. Data *dividend yield* untuk masing-masing saham yang terkualifikasi dapat dihitung secara langsung melalui Persamaan (5) dengan data yang dapat diakses dan diperoleh melalui laman investing.com. Berikut nilai *dividend yield* saham yang terkualifikasi dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 *Dividend yield* saham yang terkualifikasi

i	Kode Saham	D_i	i	Kode Saham	D_i
1	PTRO	0.070974	18	DSSA	0.000000
2	BUMI	0.000000	19	BIPI	0.000000
3	KKGI	0.099480	20	WINS	0.016000
4	MEDC	0.034268	21	GEMS	0.153228
5	HITS	0.000000	22	ABMM	0.082865
6	DOID	0.018345	23	TOBA	0.000000
7	PTBA	0.154751	24	BSSR	0.158574
8	PGAS	0.103352	25	TPMA	0.077187
9	ENRG	0.000000	26	SHIP	0.020942
10	RAJA	0.027737	27	DWGL	0.000000

i	Kode Saham	D_i	i	Kode Saham	D_i
11	IATA	0.000000	28	TCPI	0.001238
12	DEWA	0.000000	29	SURE	0.000000
13	ITMG	0.114632	30	BESS	0.000000
14	ELSA	0.066274	31	UNIQ	0.007107
15	INDY	0.067993	32	SUNI	0.009483
16	ADRO	0.121777	33	HILL	0.014583
17	BYAN	0.015094	34	CUAN	0.000000

Dapat ditinjau pada tabel di atas bahwa nilai *dividend yield* tidak selalu ada pada setiap saham yang terkualifikasi. Penentuan besarnya dividen bergantung pada RUPS serta nilai harga saham pada saat nilai dividen tersebut dibagikan. Dalam saham terkualifikasi penelitian ini, rentang *dividend yield* yang ditawarkan berada pada rentang 0.000000 hingga 0.158574 milik saham BSSR. *Dividend yield* yang bernilai nol mengindikasikan tidak terbaginya dividen kepada pemegang saham, hal ini dapat terjadi akibat kebijakan perusahaan ataupun pemberhentian sementara pembagian dividen. Selain itu, varian-kovarian antara *return* saham yang terkualifikasi perlu dihitung untuk membentuk komponen perhitungan risiko portofolio. Sesuai dengan Persamaan (4) dan (10), perhitungan varian-kovarian saham tersebut dapat dilihat pada tabel yang tertera dalam link berikut: <https://ipb.link/varian-kovarian-sektorenergi2024>.



IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, dibahas permasalahan pemilihan saham yang dapat membentuk portofolio optimal dengan pendekatan *Fuzzy Goal Programming*. Pembahasan diawali dengan pemberian formulasi model secara umum yang selanjutnya dibahas terkait dengan implementasi pada model permasalahan multiobjektif awal. Dalam hal ini, model multiobjektif awal akan diubah menjadi model *Fuzzy Goal Programming* melalui pendekatan *fuzzy*.

4.1 Formulasi Matematis Dasar

Dalam pembentukan portofolio yang optimal, terlebih dahulu dibangun formulasi model secara umum pada saham terkualifikasi berdasarkan hasil analisis. Hal ini meliputi asumsi penelitian, variabel keputusan, fungsi objektif, serta batasan yang dibutuhkan. Adapun empat asumsi yang digunakan dalam masalah optimasi portofolio ini, yaitu:

1. Menggunakan seluruh modal yang tersedia,
2. Hanya memilih saham sektor energi yang terkualifikasi berdasarkan nilai ekspektasi *return* harian, korelasi, serta kapitalisasi pasar yang tercatat hingga 31 Desember 2024,
3. Data saham yang digunakan merupakan data harga penutupan (*closing price*) harian pada investing.com yang ditinjau melalui hari sebelumnya untuk saham yang mengalami suspensi,
4. Semua fungsi tujuan memiliki bobot kepentingan yang sama.

Himpunan:

$M = \{1, 2, \dots, 34\}$ = himpunan saham yang terlibat dalam pembentukan portofolio.

Indeks:

i = indeks saham ke- i , dengan $i \in M$,

j = indeks saham ke- j , dengan $j \in M$.

Variabel Keputusan:

w_i = proporsi dana yang dialokasikan untuk saham ke- i .

Parameter:

\bar{R}_i = ekspektasi *return* saham ke- i , dengan $i \in M$,

D_i = *dividend yield* saham ke- i , dengan $i \in M$,

σ_{ij} = kovarian antara *return* saham ke- i dan saham ke- j , dengan $i \in M, j \in M$,

α_1 = ekspektasi *return* minimum yang nilainya ditetapkan investor,

α_2 = *dividend yield* minimum yang nilainya ditetapkan investor,

α_3 = risiko maksimum yang nilainya ditetapkan investor.

Fungsi Objektif:

1. Memaksimumkan ekspektasi *return* dari portofolio

Maksimumkan:

$$f_1 = E(R_p) = \sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i.$$

Memaksimumkan *dividend yield* dari portofolio

Maksimumkan:

$$f_2 = D_p = \sum_{i=1}^{34} w_i D_i.$$

3. Meminimumkan risiko dari portofolio
Minimumkan:

$$f_3 = \text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij}.$$

Kendala:

1. Ekspektasi *return* yang dihasilkan harus lebih dari atau sama dengan ekspektasi *return* yang diharapkan investor,

$$E(R_p) \geq \alpha_1.$$

2. *Dividend yield* yang dihasilkan harus lebih dari atau sama dengan *dividend yield* yang diharapkan investor,

$$D_p \geq \alpha_2.$$

3. Risiko yang dihasilkan harus kurang dari atau sama dengan risiko yang diharapkan investor,

$$\text{var}(R_p) \leq \alpha_3.$$

4. Total seluruh proporsi dana yang dialokasikan pada setiap saham adalah satu,

$$\sum_{i=1}^{34} w_i = 1.$$

5. Kendala ketaknegatifan,

$$w_i \geq 0, \forall i \in M.$$

Sehingga, model optimasi pembentukan portofolio optimal adalah sebagai berikut:
Optimalkan:

$$f_k, k = 1, 2, 3$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} E(R_p) &\geq \alpha_1 \\ D_p &\geq \alpha_2 \\ \text{var}(R_p) &\leq \alpha_3 \\ \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\ w_i &\geq 0, \forall i \in M. \end{aligned} \tag{28}$$

Mengoptimalkan Persamaan (28) berarti mencari solusi optimal yang mampu memaksimumkan atau meminimumkan semua fungsi tujuan. Model optimasi ini termasuk kategori model multiobjektif *nonlinear programming*, akibat adanya perkalian antara dua variabel keputusan dalam meminimumkan fungsi tujuan risiko dari portofolio. Selanjutnya, model di atas akan diselesaikan dengan menggunakan pendekatan *fuzzy goal programming*.

4.2 Implementasi Model

Pada penelitian ini, dirangkai model optimasi melalui *fuzzy goal programming* dalam menentukan nilai fungsi tujuan yang optimal. Sebagai model dasar pembentuk *fuzzy goal programming*, metode *goal programming* perlu diformulasikan sebagai portofolio pembanding dari hasil implementasi model utama dalam penulisan ini. Secara umum, model *goal programming* dapat dituliskan sebagai berikut:

Minimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^m (d_i^+ + d_i^-),$$





dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- &= z_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j &\leq b \\ d_i^+ \cdot d_i^- &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ d_i^+, d_i^-, x_j &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{29}$$

dengan keterangan:

- c_{ij} = penyimpangan atas ke- i (*overachievement*),
- a_{ij} = penyimpangan bawah ke- i (*underachievement*),
- x_j = variabel keputusan ke- j ,
- d_i^+ , d_i^- = koefisien x_j ,
- b = jumlah sumberdaya yang tersedia,
- z_i = nilai fungsi tujuan ke- i yang diharapkan.

Berdasarkan Persamaan (28), kendala pertaksamaan merupakan fungsi nilai tujuan yang ingin dicari *goal* nya sesuai harapan investor. Dengan mendefinisikan variabel penyimpangan setiap tujuan, pembentukan portofolio dalam model GP dapat dirangkai sebagai berikut:

1. Ekspektasi *return* yang dihasilkan investor diasumsikan lebih dari α_1 . Sehingga, penyimpangan di bawah nilai α_1 harus diperkecil dengan meminimumkan variabel penyimpangan d_1^- pada fungsi tujuan *goal programming*. Fungsi tujuan pertama dituliskan,

$$z_1 = f_1 - d_1^+ + d_1^- = \alpha_1. \tag{30}$$
2. *Dividend yield* yang dihasilkan investor diasumsikan lebih dari α_2 . Sehingga, penyimpangan di bawah nilai α_2 harus diperkecil dengan meminimumkan variabel penyimpangan d_2^- pada fungsi tujuan *goal programming*. Fungsi tujuan kedua dituliskan,

$$z_2 = f_2 - d_2^+ + d_2^- = \alpha_2. \tag{31}$$
3. Tingkat risiko yang dihasilkan investor diasumsikan kurang dari α_3 . Sehingga, penyimpangan di atas nilai α_3 harus diperkecil dengan meminimumkan variabel penyimpangan d_3^+ pada fungsi tujuan *goal programming*. Fungsi tujuan ketiga dituliskan,

$$z_3 = f_3 - d_3^+ + d_3^- = \alpha_3. \tag{32}$$

Dengan demikian, jika disesuaikan dengan Persamaan (29) hingga (32), didapatkan model *goal programming* sebagai berikut:

Minimumkan:

$$d_1^- + d_2^- + d_3^+$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} f_1 - d_1^+ + d_1^- &= \alpha_1 \\ f_2 - d_2^+ + d_2^- &= \alpha_2 \\ f_3 - d_3^+ + d_3^- &= \alpha_3 \\ \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\ d_k^+ \cdot d_k^- &= 0, \quad k = 1, 2, 3 \\ d_k^+, d_k^-, w_i &\geq 0, \quad k = 1, 2, 3, \forall i \in M. \end{aligned} \tag{33}$$



Selanjutnya, dimodelkan masalah optimasi portofolio saham sektor energi dengan pendekatan *fuzzy goal programming* yang terbagi menjadi tiga tahap. Tahap yang pertama adalah mendefinisikan fungsi keanggotaan dari setiap fungsi tujuan *fuzzy*. Tahap kedua adalah mentransformasikan kasus penelitian dari model FGP menjadi model LP. Tahap ketiga membuat skenario tambahan dengan merevisi nilai aspirasi dan batas toleransi serta pengkhususan saham terkualifikasi *blue chip* sebagai nilai perbandingan dan analisis sensitivitas.

Berdasarkan model FGP, ditentukan fungsi keanggotaan untuk mempertimbangkan kepastian tujuan, dalam penulisan ini yaitu memaksimumkan ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta meminimumkan risiko. Fungsi keanggotaan untuk ketiga fungsi tujuan *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut:

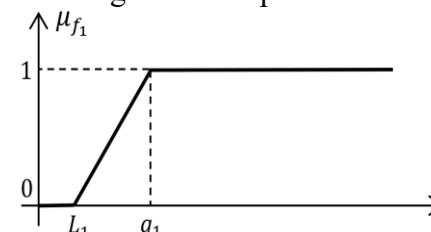
$$\mu_{f_1} = \begin{cases} 0, & f_1 \leq L_1 \\ \frac{f_1 - L_1}{g_1 - L_1}, & L_1 < f_1 < g_1 \\ 1, & f_1 \geq g_1. \end{cases} \quad (34)$$

μ_{f_1} = fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk ekspektasi *return*,

L_1 = batas toleransi bawah ekspektasi *return*,

g_1 = derajat kecukupan ekspektasi *return*.

Sebagai representasi, fungsi keanggotaan pada Persamaan (34) adalah fungsi keanggotaan segitiga kiri dan digambarkan pada Gambar (7) berikut ini.



Gambar 7 Kurva fungsi keanggotaan ekspektasi *return*

Sama halnya dengan nilai ekspektasi *return*, semakin tinggi nilai *dividend yield*, maka portofolio yang dibentuk semakin baik. Oleh karenanya, fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk *dividend yield* didefinisikan sebagai berikut:

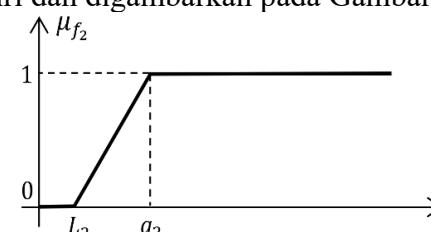
$$\mu_{f_2} = \begin{cases} 0, & f_2 \leq L_2 \\ \frac{f_2 - L_2}{g_2 - L_2}, & L_2 < f_2 < g_2 \\ 1, & f_2 \geq g_2. \end{cases} \quad (35)$$

μ_{f_2} = fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk *dividend yield*,

L_2 = batas toleransi bawah *dividend yield*,

g_2 = derajat kecukupan *dividend yield*.

Sebagai representasi, fungsi keanggotaan pada Persamaan (35) adalah fungsi keanggotaan segitiga kiri dan digambarkan pada Gambar (8) berikut ini.



Gambar 8 Kurva fungsi keanggotaan *dividend yield*

Risiko investasi dihitung berdasarkan varian dari *return* saham. Dengan begitu, semakin kecil nilai risiko, maka portofolio yang dibentuk semakin baik. Fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk risiko didefinisikan sebagai berikut:

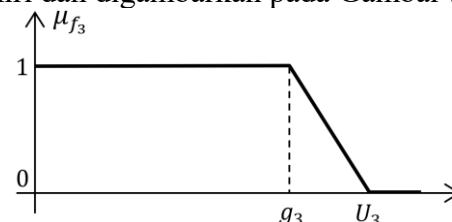
$$\mu_{f_3} = \begin{cases} 1, & f_3 \leq g_3 \\ \frac{U_3 - f_3}{U_3 - g_3}, & g_3 < f_3 < U_3 \\ 0, & f_3 \geq U_3. \end{cases} \quad (36)$$

= fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk risiko,

= batas toleransi atas risiko,

= derajat kecukupan risiko.

Sebagai representasi, fungsi keanggotaan pada Persamaan (36) adalah fungsi keanggotaan segitiga kiri dan digambarkan pada Gambar (9) berikut ini.



Gambar 9 Kurva fungsi keanggotaan risiko

Model multiobjektif awal ditransformasi menjadi *fuzzy goal programming* dengan memerhatikan bentuk keanggotaan *fuzzy* dari Persamaan (34) hingga (36). Pendekatan ini dilakukan sehingga terbentuk formulasi sebagai berikut:

Optimalkan:

A

dengan kendala

$$\begin{aligned} E(R_p) &\gtrsim \alpha_1 \\ D_p &\gtrsim \alpha_2 \\ \text{var}(R_p) &\lesssim \alpha_3 \\ \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\ w_i &\geq 0, \forall i \in M. \end{aligned} \quad (37)$$

Dalam hal ini, *A* adalah tujuan *fuzzy* yang akan dioptimalkan, dengan nilai $A = \{E(R_p), D_p, \text{Var}(R_p)\}$. Dalam menyelesaikan model tersebut, didefinisikan fungsi keanggotaan dari fungsi tujuan *A*. Berdasarkan definisi keputusan *fuzzy*, fungsi keanggotaan untuk himpunan *A*, yakni μ_A memiliki bentuk:

$$\mu_A = \mu_{f_1} \wedge \mu_{f_2} \wedge \mu_{f_3} = \min(\mu_{f_1}, \mu_{f_2}, \mu_{f_3})$$

Pada fungsi keanggotaan *fuzzy* untuk ekspektasi *return* ($E(R_p)$), *dividend yield* (D_p), dan risiko ($\text{var}(R_p)$), semakin besar derajat keanggotaan masing-masing fungsi tujuan, portofolio yang dibentuk akan semakin mendekati optimal. Oleh karenanya, untuk membentuk portofolio optimal, derajat keanggotaan untuk semua fungsi tujuan harus dimaksimumkan. Sehingga, formulasi untuk keputusan yang memaksimumkan adalah sebagai berikut:

$$\max \mu_A = \max \left(\min(\mu_{f_1}, \mu_{f_2}, \mu_{f_3}) \right)$$



Berdasarkan Persamaan (26) dan (27), transformasi model Persamaan (37) ke yang berkorespondensi dalam bentuk LP sebagai berikut:
 Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}\lambda &\leq \mu_{f_1} \\ \lambda &\leq \mu_{f_2} \\ \lambda &\leq \mu_{f_3} \\ 0 &\leq \lambda \leq 1.\end{aligned}\tag{38}$$

di mana:

$$\lambda = \min(\mu_{f_1}, \mu_{f_2}, \mu_{f_3})$$

Transformasi setiap kendala yang dimiliki menjadi bentuk LP dengan mensubstitusikan Persamaan (34) hingga (36) terhadap kendala Persamaan (38), maka kendala tujuan dapat diformulasikan sebagai berikut:

- $\lambda \leq \mu_{f_1}$

Karena $\mu_{f_1} = \frac{f_1 - L_1}{g_1 - L_1}$ untuk $L_1 < f_1 < g_1$, di mana $L_1, g_1 \in \mathbb{R}$, maka:

$$\lambda \leq \frac{f_1 - L_1}{g_1 - L_1}$$

Kalikan kedua ruas dari pertaksamaan di atas dengan $(g_1 - L_1)$, diperoleh:

$$(g_1 - L_1)\lambda \leq f_1 - L_1$$

atau

$$(L_1 - g_1)\lambda \geq L_1 - f_1$$

Tambahkan kedua ruas dengan f_1 , sehingga berlaku:

$$f_1 + (L_1 - g_1)\lambda \geq L_1\tag{39}$$

- $\lambda \leq \mu_{f_2}$

Karena $\mu_{f_2} = \frac{f_2 - L_2}{g_2 - L_2}$ untuk $L_2 < f_2 < g_2$, di mana $L_2, g_2 \in \mathbb{R}$, maka:

$$\lambda \leq \frac{f_2 - L_2}{g_2 - L_2}$$

Kalikan kedua ruas dari pertaksamaan di atas dengan $(g_2 - L_2)$, diperoleh:

$$(g_2 - L_2)\lambda \leq f_2 - L_2$$

atau

$$(L_2 - g_2)\lambda \geq L_2 - f_2$$

Tambahkan kedua ruas dengan f_2 , sehingga berlaku:

$$f_2 + (L_2 - g_2)\lambda \geq L_2\tag{40}$$

- $\lambda \leq \mu_{f_3}$

Karena $\mu_{f_3} = \frac{U_3 - f_3}{U_3 - g_3}$ untuk $g_3 < f_3 < U_3$, di mana $g_3, U_3 \in \mathbb{R}$, maka:

$$\lambda \leq \frac{U_3 - f_3}{U_3 - g_3}$$

Kalikan kedua ruas dari pertaksamaan di atas dengan $(U_3 - g_3)$, diperoleh:

$$(U_3 - g_3)\lambda \leq U_3 - f_3$$

Tambahkan kedua ruas dengan f_3 , sehingga berlaku:

$$f_3 + (U_3 - g_3)\lambda \leq U_3\tag{41}$$



Dengan begitu, masalah multiobjektif dapat disubstitusikan menjadi model berikut:
Maksimumkan:

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 f_1 + (L_1 - g_1)\lambda &\geq L_1 \\
 f_2 + (L_2 - g_2)\lambda &\geq L_2 \\
 f_3 + (U_3 - g_3)\lambda &\leq U_3 \\
 \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\
 0 \leq \lambda &\leq 1 \\
 w_i &\geq 0, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{42}$$

Bentuk *nonlinear* terdapat pada kendala yang ketiga, yaitu $f_3 = \text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij}$ di mana w_i dan w_j dengan $i, j \in M$. Dengan demikian, Persamaan (42) dapat diselesaikan sebagai metode penyelesaian model optimasi *fuzzy nonlinear programming*.

4.3 Penentuan Goal dan Nilai Aspirasi

Didefinisikan juga *goal* serta nilai aspirasi untuk ekspektasi *return*, *dividend yield*, dan risiko yang secara berurutan dilambangkan α_1, α_2 , dan α_3 pada Persamaan (28). Untuk menentukannya, dihitung terlebih dahulu nilai ekspektasi *return*, *dividend yield*, dan risiko saham ketika proporsi dana yang dialokasikan untuk masing-masing saham bernilai sama, yaitu $w_1 = w_2 = w_3 = \dots = w_{34} = \frac{1}{34} = 0.029412$. Hal ini dilakukan untuk menghindari *goal* atau nilai aspirasi yang tidak realistik dalam pengabaian solusi optimal model multiobjektif awal.

Merujuk pada fungsi tujuan awal dalam Persamaan (6), (9), dan (11) serta nilai parameter yang tertera pada Tabel 2, Tabel 3, serta data varian-kovarian saham terkualifikasi, nilai ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko yang akan dijadikan batas toleransi dan derajat kecukupan masing-masing kendala dapat dihitung sebagai berikut:

a. Ekspektasi *return* portofolio

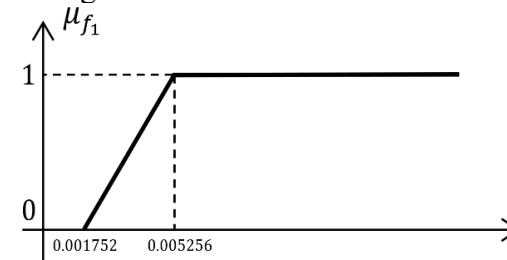
Misalkan dibentuk portofolio 1 (P1) dengan $w_1 = w_2 = w_3 = \dots = w_{34} = \frac{1}{34} = 0.029412$, maka dapat dipastikan proporsi dana awal untuk masing-masing saham pada portofolio 1 bernilai sama, sehingga perhitungan ekspektasi *return* dari portofolio 1 adalah:

$$\begin{aligned}
 f_1 = E(R_p) &= \sum_{i=1}^{34} \frac{\bar{R}_i}{34} \\
 &= \frac{1}{34} (0.007882 + 0.001588 + \dots + 0.000862 + 0.000455) \\
 &= 0.001752.
 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan, serendah-rendahnya ekspektasi *return* yang didapatkan dibatasi oleh *mean expected return* yang dinyatakan dalam bentuk $L_1 = 0.001752$. Selanjutnya, ditetapkan derajat kecukupan ekspektasi *return* berdasarkan preferensi investor dengan nilai sebesar tiga kali ekspektasi *return* minimal, yaitu $g_1 = (3) \times (0.001752) = 0.005256$ sebagai nilai aspirasi atau tingkat kepuasan investasi yang realistik. Sehingga fungsi keanggotaan f_1 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{f_1} = \begin{cases} 0, & f_1 \leq 0.001752 \\ \frac{f_1 - 0.001752}{0.003504}, & 0.001752 < f_1 < 0.005256 \\ 1, & f_1 \geq 0.005256. \end{cases} \quad (43)$$

Sehingga bentuk fungsi keanggotaan fuzzy nya dapat digambarkan pada Gambar 10 sebagai berikut.



Gambar 10 Kurva fungsi keanggotaan ekspektasi *return* pada model

b. *Dividend yield* portofolio

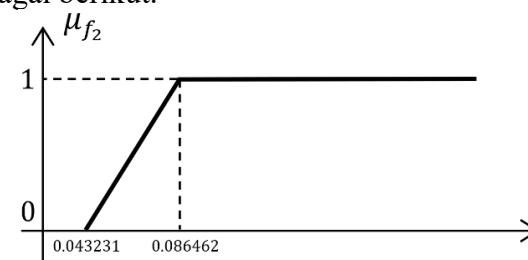
Masih dengan portofolio yang sama, perhitungan *dividend yield* dari portofolio 1 adalah:

$$\begin{aligned} f_2 &= D_p = \sum_{i=1}^{34} \frac{D_i}{34} \\ &= \frac{1}{34} (0.070974 + 0.000000 + \dots + 0.014583 + 0.000000) \\ &= 0.043231. \end{aligned}$$

Selanjutnya, ditetapkan batas toleransi bawah pada fungsi tujuan memaksimumkan *dividend yield*, yaitu sebesar $L_2 = 0.043231$ dengan derajat kecukupan yang diinginkan investor paling tinggi sebesar dua kali *dividend yield* minimal, yaitu $g_2 = (2) \times (0.043231) = 0.086462$. Sehingga fungsi keanggotaan f_2 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mu_{f_2} = \begin{cases} 0, & f_2 \leq 0.043231 \\ \frac{f_2 - 0.043231}{0.043231}, & 0.043231 < f_2 < 0.086462 \\ 1, & f_2 \geq 0.086462. \end{cases} \quad (44)$$

Sehingga fungsi keanggotaan fuzzy nya dapat digambarkan pada Gambar 11 sebagai berikut.



Gambar 11 Kurva fungsi keanggotaan *dividend yield* pada model

c. Risiko portofolio

Berbeda dengan fungsi linear perhitungan nilai aspirasi pada ekspektasi *return* dan *dividend yield*, nilai varian-kovarian *return* saham perlu dibentuk sebagai matriks sebagai komponen perhitungan risiko portofolio. Berkorespondensi dengan hal tersebut, perlu dinyatakan:

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak mengurangi kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

$$f_3 = \text{Var}(R_p) = \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} = W^T Q W$$

dengan

$$W = \begin{bmatrix} 1/34 \\ 1/34 \\ \vdots \\ 1/34 \\ 1/34 \end{bmatrix}$$

dan

$$Q = \begin{bmatrix} 0.002382 & \cdots & 0.001312 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.001312 & \cdots & 0.002520 \end{bmatrix}$$

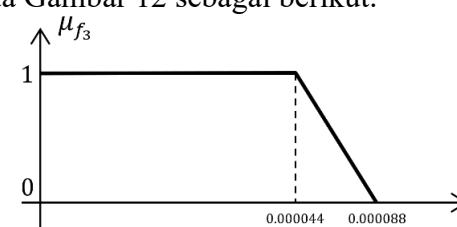
maka

$$f_3 = W^T Q W = \begin{bmatrix} 1/34 \\ 1/34 \\ \vdots \\ 1/34 \\ 1/34 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0.002382 & \cdots & 0.001312 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.001312 & \cdots & 0.002520 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/34 \\ 1/34 \\ \vdots \\ 1/34 \\ 1/34 \end{bmatrix} = 0.00008791.$$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas pada fungsi tujuan memminimumkan risiko, investor perlu membatasi sebanyak-banyaknya risiko yang didapatkan sebesar $U_3 = 0.000088$. Selanjutnya, ditetapkan derajat kecukupan risiko dengan pemenuhan 50% dari batas toleransi atas, yaitu sebesar $g_3 = (0.5) \times (0.000088) = 0.000044$ sebagai nilai aspirasi dalam pembentukan model FGP. Sehingga, fungsi keanggotaan f_3 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{f_3} = \begin{cases} 1, & f_3 \leq 0.000044 \\ \frac{0.000088 - f_3}{0.000044}, & 0.000044 < f_3 < 0.000088 \\ 0, & f_3 \geq 0.000088, \end{cases} \quad (45)$$

sehingga bentuk fungsi keanggotaan fuzzy pada implementasi model dapat digambarkan pada Gambar 12 sebagai berikut.



Gambar 12 Kurva fungsi keanggotaan risiko pada model

Dengan mempertimbangkan batas-batas toleransi sebagai *goal* yang ingin diraih, formulasi model *goal programming* pada pengoptimuman portofolio adalah sebagai berikut,

Minimumkan:

$$d_1^- + d_2^- + d_3^+$$

dengan kendala

$$\sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i - d_1^+ + d_1^- = 0.001752$$



$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{34} w_i D_i - d_2^+ + d_2^- &= 0.043231 \\
 \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} - d_3^+ + d_3^- &= 0.000088 \\
 \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\
 d_k^+ \cdot d_k^- &= 0, \quad k = 1, 2, 3 \\
 d_k^+, d_k^-, w_i &\geq 0, \quad k = 1, 2, 3, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{46}$$

Gambar 10 hingga 12 menunjukkan batas-batas toleransi yang telah dibuat oleh investor. Selanjutnya, dengan mensubstitusikan Persamaan (43) hingga (45) ke model yang telah dibentuk, yaitu Persamaan (42), maka diperoleh model *fuzzy goal programming* yang telah dilinearisasi sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i - 0.003504\lambda &\geq 0.001752 \\
 \sum_{i=1}^{34} w_i D_i - 0.043231\lambda &\geq 0.043231 \\
 \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} + 0.000044\lambda &\leq 0.000088 \\
 \sum_{i=1}^{34} w_i &= 1 \\
 0 \leq \lambda &\leq 1 \\
 w_i &\geq 0, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{47}$$

Selanjutnya, kedua model yang telah ditransformasi tersebut di input ke *software Pyomo*. Model kemudian dikembangkan dengan memberikan skenario tambahan serta uji efektivitas kedua model.

4.4 Hasil Optimasi

Model *goal programming* pada Persamaan (46) dapat diselesaikan dengan metode *nonlinear programming* menggunakan *software Pyomo* yang sintaks dan hasil programnya dicantumkan pada Lampiran 1. Dengan memisalkan Portofolio 2 (P2) sebagai implementasi Persamaan (46), hasil optimasinya dapat dilihat pada Tabel 4 berikut ini.

Tabel 4 Hasil optimasi Portofolio 2 (P2)

No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
1	BSSR*	0.057276	18	BYAN*	0.028148
2	DSSA*	0.045981	19	HITS	0.027378
3	GEMS*	0.042302	20	ABMM	0.026463
4	PTRO*	0.040584	21	WINS	0.025610
5	SURE	0.039884	22	DOID	0.025566
6	UNIQ	0.037575	23	SHIP	0.025443
7	PGAS*	0.036111	24	MEDC*	0.024245
8	PTBA*	0.035982	25	HILL	0.023709

No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
9	DWGL	0.034258	26	INDY	0.023689
10	ITMG*	0.034004	27	TCPI*	0.022681
11	KKGI	0.032925	28	IATA	0.020962
12	SUNI	0.030290	29	DEWA	0.020341
13	BESS	0.030094	30	TOBA	0.019081
14	TPMA	0.029933	31	BUMI*	0.018964
15	RAJA*	0.029765	32	ENRG	0.018764
16	ELSA	0.028241	33	BIPI	0.018750
17	ADRO*	0.028223	34	CUAN*	0.016777
$d_1^+ = 0.0002834$		$d_2^+ = 0.0075311$	$d_3^+ = 0.0000000$		
$d_1^- = 0.0000000$		$d_2^- = 0.0000000$	$d_3^- = 0.0000123$		

*Saham-saham dengan kategori *blue chip*

Berdasarkan hasil implementasi, diperoleh bahwa Portofolio 2 (P2) yang terbentuk pada Tabel 4 menghasilkan penjumlahan proporsi dana sama dengan satu. Jumlah proporsi dana yang dialokasikan pada portofolio ini memiliki cukup keberpihakan terhadap saham yang termasuk kategori *blue chip*. Secara manual, nilai fungsi tujuan dapat diperoleh dengan mensubstitusikan seluruh nilai deviasi serta *goal* yang diharapkan terhadap Persamaan (33). Sehingga didapat nilai tujuan melalui perhitungan berikut:

- Substitusi $d_1^+ = 0.0002834$, $d_1^- = 0.000000$, dan $\alpha_1 = 0.001752$ ke kendala, diperoleh

$$f_1 - (0.0002834) + (0.000000) = 0.001752$$

Tambahkan kedua ruas dengan 0.000283, didapat:

$$f_1 = E(R_p) = 0.0020354.$$

- Substitusi $d_2^+ = 0.0075311$, $d_2^- = 0.000000$, dan $\alpha_2 = 0.043231$ ke kendala, diperoleh

$$f_2 - (0.0075311) + (0.000000) = 0.043231$$

Tambahkan kedua ruas dengan 0.0075311, didapat:

$$f_2 = D_p = 0.0507621.$$

- Substitusi $d_3^+ = 0.000000$, $d_3^- = 0.0000123$, dan $\alpha_3 = 0.000088$ ke kendala, diperoleh

$$f_3 - (0.000000) + (0.0000123) = 0.000088$$

Kurangi kedua ruas dengan 0.0000123, didapat:

$$f_3 = \text{var}(R_p) = 0.0000757.$$

Berdasarkan hasil yang didapatkan, metode *Goal Programming* (GP) mampu menyelesaikan permasalahan optimasi portofolio saham dengan lebih dari satu fungsi tujuan. Solusi f_1 dan f_2 dengan metode GP menghasilkan nilai yang lebih besar dibandingkan kondisi proporsi dana yang bernilai sama. Sedangkan, solusi f_3 dengan metode GP menghasilkan nilai yang lebih kecil dibandingkan kondisi proporsi dana yang bernilai sama. Sehingga, solusi yang dihasilkan merupakan solusi yang optimal untuk ketiga fungsi tujuan. Selanjutnya, model FGP pada Persamaan (47) juga diselesaikan menggunakan *software Pyomo* yang sintaks programnya dicantumkan pada Lampiran 2. Dengan memisalkan Portofolio 3 (P3) sebagai implementasi Persamaan (47), hasil optimasi untuk proporsi dana serta nilai fungsi objektif λ dapat dilihat pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5 Hasil optimasi Portofolio 3 (P3)

No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
1	BSSR*	0.252695	18	PTBA*	0.000000
2	SURE	0.117785	19	BUMI*	0.000000
3	DSSA*	0.091061	20	MEDC*	0.000000
4	PTRO*	0.074046	21	ITMG*	0.000000
5	DWGL	0.071212	22	ADRO*	0.000000
6	BESS	0.059174	23	TCPI*	0.000000
7	UNIQ	0.057090	24	CUAN*	0.000000
8	PGAS*	0.055223	25	HITS	0.000000
9	SUNI	0.050627	26	ENRG	0.000000
10	RAJA*	0.032433	27	IATA	0.000000
11	DOID	0.032293	28	DEWA	0.000000
12	GEMS*	0.029371	29	ELSA	0.000000
13	BYAN*	0.026204	30	INDY	0.000000
14	SHIP	0.016117	31	BIP	0.000000
15	WINS	0.013942	32	ABMM	0.000000
16	KKGI	0.012908	33	TOBA	0.000000
17	HILL	0.007818	34	TPMA	0.000000
λ		0.394049			

*Saham-saham dengan kategori *blue chip*

Dari tabel di atas, nilai fungsi tujuan dapat diperoleh secara manual dengan mensubstitusikan nilai $\lambda = 0.394049$ pada fungsi objektif ke Persamaan (43) hingga (45). Berikut merupakan tahapan untuk memperoleh nilai ekspektasi *return* $E(R_p)$, *dividend yield* D_p , dan risiko $\text{var}(R_p)$:

- Substitusi $\mu_{f_1} = 0.394049$ ke Persamaan (43), diperoleh:

$$\frac{f_1 - 0.001752}{0.003504} = 0.394049$$

Kemudian kalikan kedua ruas dengan 0.003504, didapat:

$$f_1 - 0.001752 = 0.0013807$$

Tambahkan kedua ruas dengan 0.001752, sehingga menjadi:

$$f_1 = E(R_p) = 0.0031327.$$

- Substitusi $\mu_{f_2} = 0.394049$ ke Persamaan (44), diperoleh:

$$\frac{f_2 - 0.043231}{0.043231} = 0.394049$$

Kemudian kalikan kedua ruas dengan 0.043231, didapat:

$$f_2 - 0.043231 = 0.0170351$$

Tambahkan kedua ruas dengan 0.043231, sehingga menjadi:

$$f_2 = D_p = 0.0602661.$$

- Substitusi $\mu_{f_3} = 0.394049$ ke Persamaan (45), diperoleh:

$$0.394049 = \frac{0.000088 - f_3}{0.000044}$$

Kemudian kalikan kedua ruas dengan 0.000044, didapat:

$$0.0000173 = 0.000088 - f_3$$

Pindahruaskan nilai f_3 , lalu kurangi kedua ruas dengan 0.0000173, sehingga:

$$f_3 = \text{var}(R_p) = 0.0000707.$$

Berdasarkan hasil perhitungan dengan proporsi dana pada Tabel 5, dihasilkan ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko yang memenuhi fungsi kendala atau nilai aspirasi dengan masing-masing sebesar $f_1 = 0.0031327$, $f_2 = 0.0602661$, dan $f_3 = 0.0000707$. Pada portofolio melalui model FGP, tidak semua saham yang dipertimbangkan ada proporsi dananya dan juga tidak lagi didominasi oleh saham-saham dengan kategori *blue chip*, meski begitu hasil yang diperoleh tetap optimal. Dengan pemberian nilai aspirasi sesuai preferensi investor, hasil Portofolio 3 (P3) menghasilkan nilai ekspektasi *return* dan *dividend yield* yang lebih besar, serta mampu mengurangi risiko portofolio yang didapatkan dari Portofolio 2 (P2) menggunakan metode GP.

4.5 Analisis Sensitivitas

Setelah mendapatkan solusi optimal dari metode FGP, analisis sensitivitas diperlukan untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter terhadap hasil yang diperoleh. Dalam hal ini, diberikan analisis sensitivitas pada nilai aspirasi pengambil keputusan dalam fungsi tujuan, proporsi dana awal, serta saham terkualifikasi *blue chip* dengan kapitalisasi pasar (*market cap*) di atas Rp 10 Triliun. Pada fungsi tujuan untuk memaksimumkan ekspektasi *return*, berdasarkan preferensi investor diperoleh bahwa *return* yang diharapkan adalah tiga kali ekspektasi *return* minimal. Sehingga berdasarkan hasil tersebut dibuat skenario untuk dilakukan analisis sensitivitas pada nilai aspirasi sebanyak dua kali ekspektasi *return* minimal. Kemudian, pada fungsi tujuan memaksimumkan *dividend yield*, diberikan nilai aspirasi sebanyak 1.5 kali *dividend yield* awal. Terakhir, pada fungsi tujuan meminimumkan risiko, dinyatakan nilai aspirasi sebanyak 0.75 kali dari risiko maksimum yang mampu diperoleh.

Selanjutnya, perlu ada skenario tambahan dengan mengadopsi sejumlah proporsi dana awal dari hasil optimasi portofolio model FGP dengan pemberian nilai aspirasi sesuai preferensi investor. Adapun skenario yang terakhir, yaitu peninjauan khusus pada saham berkategori *blue chip* dengan proporsi dana awal bernilai sama (sesuai jumlah saham *blue chip*) dengan pemberian nilai aspirasi sesuai preferensi investor. Dalam sektor energi, terdapat 14 saham *blue chip* yang memiliki *return* harian positif. Keempat belas saham tersebut antara lain PTRO, BUMI, MEDC, PTBA, PGAS, RAJA, ITMG, ADRO, BYAN, DSSA, GEMS, BSSR, TCPI, dan CUAN. Data ekspektasi *return* saham *blue chip* dapat dilihat pada Lampiran 6. Data *dividend yield* saham *blue chip* dapat dilihat pada Lampiran 7, serta data varian-kovarian saham *blue chip* sebagai komponen perhitungan risiko dapat dilihat pada Lampiran 8. Berikut merupakan nilai aspirasi serta batas toleransi ketiga skenario untuk dilakukan analisis sensitivitasnya:

Tabel 6 Nilai aspirasi dan batas toleransi setiap skenario

Skenario	g_1	L_1	g_2	L_2	g_3	U_3
1	0.003504	0.001752	0.064846	0.043231	0.000066	0.000088
2	0.009399	0.003133	0.120532	0.060266	0.000035	0.000071
3	0.005904	0.001968	0.136518	0.068259	0.000068	0.000137

Dari setiap skenario yang telah dibentuk, akan dibandingkan hasilnya terhadap solusi optimal model GP dan FGP untuk mengetahui seberapa besar

pengaruh perubahan parameter terhadap hasil yang diharapkan oleh investor. Model persamaan untuk Skenario 1 (S1) dapat dituliskan sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i - 0.001752\lambda \geq 0.001752 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i D_i - 0.021615\lambda \geq 0.043231 \\
 & \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} + 0.000022\lambda \leq 0.000088 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i = 1 \\
 & 0 \leq \lambda \leq 1 \\
 & w_i \geq 0, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{48}$$

Hasil optimasi serta nilai λ pada model ini dapat dilihat pada Tabel 7

Tabel 7 Hasil optimasi proporsi dana Skenario 1 (S1)

No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
1	BSSR*	0.252693	18	PTBA*	0.000000
2	SURE	0.117785	19	BUMI*	0.000000
3	DSSA*	0.091061	20	MEDC*	0.000000
4	PTRO*	0.074046	21	ITMG*	0.000000
5	DWGL	0.071212	22	ADRO*	0.000000
6	BESS	0.059175	23	TCPI*	0.000000
7	UNIQ	0.057090	24	CUAN*	0.000000
8	PGAS*	0.055223	25	HITS	0.000000
9	SUNI	0.050627	26	ENRG	0.000000
10	RAJA*	0.032433	27	IATA	0.000000
11	DOID	0.032294	28	DEWA	0.000000
12	GEMS*	0.029371	29	ELSA	0.000000
13	BYAN*	0.026204	30	INDY	0.000000
14	SHIP	0.016117	31	BIPI	0.000000
15	WINS	0.013942	32	ABMM	0.000000
16	KKGI	0.012908	33	TOBA	0.000000
17	HILL	0.007818	34	TPMA	0.000000
λ			0.788099		

*Saham-saham dengan kategori *blue chip*

Meninjau hasil pada tabel di atas, proporsi dana optimal pada Skenario 1 (S1) tidak jauh berbeda nilainya dengan proporsi dana pada Portofolio 3 (P3). Hal ini mengindikasikan bahwa perubahan nilai aspirasi yang diberikan pada skenario 1 memiliki dampak yang tidak signifikan terhadap fungsi tujuan yang hendak dicapai. Untuk menentukan besarnya fungsi tujuan, lakukan substitusi nilai $\lambda = 0.788099$ ke Persamaan (48) seperti langkah pada perhitungan manual Portofolio 3 (P3). Didapatkan masing-masing sebesar $E(R_p) = 0.0031327$, $D_p = 0.0602658$, dan $\text{var}(R_p) = 0.0000707$.

Berikutnya, dimodelkan persamaan untuk Skenario 2 (S2) dengan nilai aspirasi serta batas toleransi yang dapat dilihat sebagai berikut:
Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i - 0.006266\lambda \geq 0.003133 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i D_i - 0.060266\lambda \geq 0.060266 \\
 & \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} + 0.000036\lambda \leq 0.000071 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i = 1 \\
 & 0 \leq \lambda \leq 1 \\
 & w_i \geq 0, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{49}$$

Tabel 8 Hasil optimasi proporsi dana Skenario 2 (S2)

No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
1	BSSR*	0.252739	18	PTBA*	0.000000
2	SURE	0.117913	19	BUMI*	0.000000
3	DSSA*	0.091351	20	MEDC*	0.000000
4	PTRO*	0.074354	21	ITMG*	0.000000
5	DWGL	0.071338	22	ADRO*	0.000000
6	BESS	0.059186	23	TCPI*	0.000000
7	UNIQ	0.057192	24	CUAN*	0.000000
8	PGAS*	0.055443	25	HITS	0.000000
9	SUNI	0.050682	26	ENRG	0.000000
10	RAJA*	0.032521	27	IATA	0.000000
11	DOID	0.032190	28	DEWA	0.000000
12	GEMS*	0.029550	29	ELSA	0.000000
13	BYAN*	0.025218	30	INDY	0.000000
14	SHIP	0.015867	31	BIPI	0.000000
15	WINS	0.013754	32	ABMM	0.000000
16	KKGI	0.012976	33	TOBA	0.000000
17	HILL	0.007725	34	TPMA	0.000000
λ		0.001049			

*Saham-saham dengan kategori *blue chip*

Alokasi proporsi dana pada masing-masing saham di Skenario 2 (S2) tidak jauh berbeda nilainya dengan saham pada Portofolio 3 (P3). Sesuai dengan skenario sebelumnya, dilakukan substitusi nilai λ pada fungsi objektif pada model skenario sehingga dihasilkan nilai ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko skenario ini. Pada skenario 2 didapatkan $E(R_p) = 0.0031396$, $D_p = 0.0603292$, dan $\text{var}(R_p) = 0.0000710$. Jika dibandingkan dengan Portofolio 3 (P3), hasil skenario 2 memberikan ekspektasi *return* dan *dividend yield* yang lebih besar, namun juga meningkatkan risiko yang perlu dihadapi oleh investor.



Berdasarkan data ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta varian-kovarian saham *blue chip* pada Lampiran 6 hingga Lampiran 8, dibentuk model persamaan dalam menentukan nilai optimasi fungsi tujuan sebagai Skenario 3 (S3). Untuk memperoleh nilai aspirasi serta batas toleransi pada model ini, dilakukan hal serupa seperti Portofolio 3 (P3) dengan mengalokasikan proporsi dana yang bernilai sama pada masing-masing saham, yaitu $w_1 = w_2 = w_3 = \dots = w_{14} = \frac{1}{14} = 0.0714286$. Sehingga diperoleh model persamaannya sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\lambda$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{34} w_i \bar{R}_i - 0.003936\lambda \geq 0.001968 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i D_i - 0.063839\lambda \geq 0.063839 \\
 & \sum_{i=1}^{34} \sum_{j=1}^{34} w_i w_j \sigma_{ij} + 0.000069\lambda \leq 0.000137 \\
 & \sum_{i=1}^{34} w_i = 1 \\
 & 0 \leq \lambda \leq 1 \\
 & w_i \geq 0, \forall i \in M.
 \end{aligned} \tag{50}$$

Strategi optimasi untuk Skenario 3 (S3) dapat dilakukan dengan mengkategorikan saham-saham dengan kapitalisasi pasar di bawah Rp 10 Triliun sebagai saham yang tidak terkualifikasi, maka dari itu tidak dipertimbangkan untuk diberikan alokasi dana sedikitpun. Hasil dari strategi investasi ini dapat dilihat pada Tabel 9 berikut ini.

Tabel 9 Hasil optimasi proporsi dana Skenario 3 (S3)

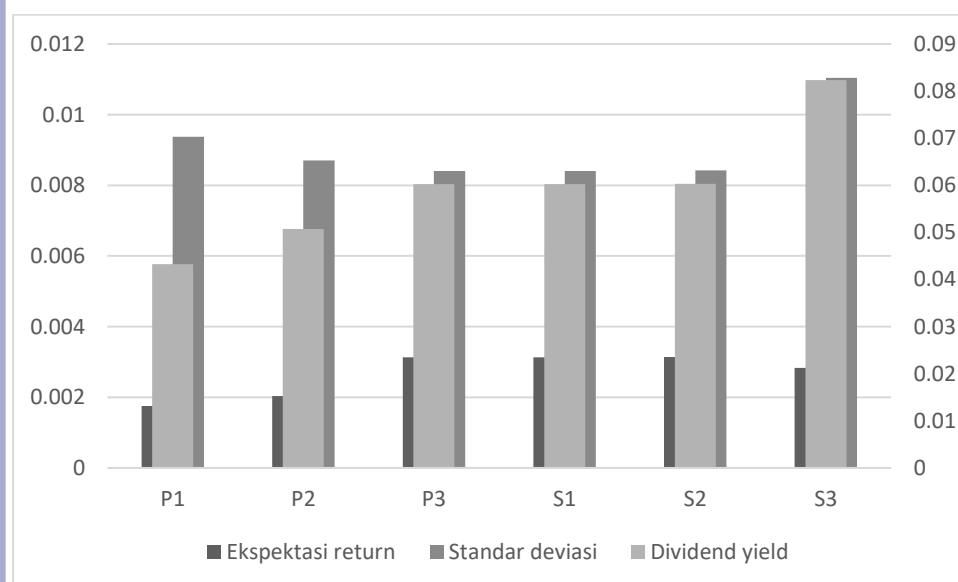
No	Kode Saham	w	No	Kode Saham	w
1	BSSR	0.306489	8	BUMI	0.039318
2	PGAS	0.154007	9	TCPI	0.014802
3	DSSA	0.145310	10	MEDC	0.000003
4	BYAN	0.132213	11	PTBA	0.000000
5	PTRO	0.114179	12	ADRO	0.000000
6	RAJA	0.053084	13	ITMG	0.000000
7	GEMS	0.040596	14	CUAN	0.000000
		λ			
		0.219289			

Dengan melakukan substitusi nilai $\lambda = 0.219289$ pada fungsi objektif ke Persamaan (50) seperti langkah pada perhitungan manual skenario sebelumnya, dihasilkan ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko yang memenuhi fungsi kendala atau nilai aspirasi dengan masing-masing sebesar $E(R_p) = 0.0028311$, $D_p = 0.0823286$, dan $\text{var}(R_p) = 0.0001219$. Meskipun skenario 3 menghasilkan *dividend yield* yang lebih besar, akan ada risiko yang besar juga untuk dipertimbangkan bagi investor. Perbandingan ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko portofolio dengan model *goal programming*, *fuzzy goal programming*, serta skenario tambahan diberikan pada Tabel 10 berikut.

Tabel 10 Ekspektasi *return*, *dividend yield*, dan risiko portofolio GP & FGP

Portfolio	Batas toleransi			Hasil optimasi		
	$E(R_p)$	D_p	$\text{var}(R_p)$	$E(R_p)$	D_p	$\text{var}(R_p)$
P2	$\alpha_1 = 0.001752$ $g_1 = 0.005256$	$\alpha_2 = 0.043231$ $g_2 = 0.086462$	$\alpha_3 = 0.000088$ $g_3 = 0.000044$	0.0020354	0.0507621	0.0000757
P3	$L_1 = 0.001752$ $g_1 = 0.003504$	$L_2 = 0.043231$ $g_2 = 0.064846$	$L_3 = 0.000088$ $g_3 = 0.000066$	0.0031327	0.0602661	0.0000707
S1	$L_1 = 0.001752$ $g_1 = 0.009399$	$L_2 = 0.043231$ $g_2 = 0.120532$	$L_3 = 0.000088$ $g_3 = 0.000035$	0.0031327	0.0602658	0.0000707
S2	$L_1 = 0.003133$ $g_1 = 0.005904$	$L_2 = 0.060266$ $g_2 = 0.136518$	$L_3 = 0.000071$ $g_3 = 0.000068$	0.0031396	0.0603292	0.0000710
S3	$L_1 = 0.001968$ $g_1 = 0.005904$	$L_2 = 0.068259$ $g_2 = 0.136518$	$L_3 = 0.000137$ $g_3 = 0.000137$	0.0028311	0.0823286	0.0001219

Dalam teori portofolio, risiko portofolio diukur menggunakan volatilitas *return* yang dapat distandarisasi untuk membandingkannya dengan *return* melalui standar deviasi. Standar deviasi diperoleh melalui akar kuadrat varians portofolio. Dengan satuan yang sama dengan *return*, nilai standar deviasi, ekspektasi *return*, dan *dividend yield* dari Portofolio 1 (P1), portofolio yang diperoleh ketika proporsi dana masing-masing saham bernilai sama, dengan kumpulan portofolio yang telah diselesaikan dengan kedua model serta masing-masing skenario terdapat pada Gambar 13 berikut ini.

Gambar 13 Perbandingan hasil ekspektasi *return*, *dividend yield*, serta risiko seluruh portofolio

Nilai ekspektasi *return* dan standar deviasi *return* dapat ditinjau pada angka di sebelah kiri (*primary axis*), sedangkan nilai *dividend yield* yang sangat besar dapat dilihat pada angka di sebelah kanan (*secondary axis*). Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa setiap portofolio menghasilkan tingkat ekspektasi *return*, *dividend yield*, dan standar deviasi yang berbeda-beda. Dapat dilihat pada Portofolio 2 (P2) yang menggunakan model GP atau Portofolio 3 (P3) dengan model FGP mampu menghasilkan ekspektasi *return* dan *dividend yield* yang lebih tinggi daripada portofolio 1 dengan standar deviasi yang lebih rendah. Sehingga dapat disimpulkan



bawa portofolio 1 tidaklah optimal. Selanjutnya, berdasarkan model *goal programming* pada portofolio 2, dihasilkan standar deviasi yang lebih tinggi dari portofolio 3 namun memberikan ekspektasi *return* dan *dividend yield* yang jauh lebih kecil. Artinya, portofolio 2 belum dikatakan optimal.

Secara keseluruhan, penambahan skenario mampu menghasilkan solusi yang sama dengan solusi optimal melalui model FGP, kecuali Skenario 3 (S3). Dengan demikian, investor dapat memilih portofolio 3 maupun skenario 2 yang paling sesuai dengan nilai aspirasi yang telah ditentukan investor. Untuk investor yang lebih mementingkan *dividend yield* serta berani menghadapi risiko investasi, investor dapat memilih skenario 3 dengan saham kategori *blue chip*. Sedangkan, jika investor lebih mempertimbangkan tingkat risiko sekecil mungkin, investor dapat memilih skenario 1 dibandingkan dengan portofolio/skenario lainnya.

4.6 Efektivitas Model

Proporsi investasi masing-masing saham pada setiap portofolio dan skenario telah diketahui nilainya, berikutnya perlu diberikan uji efektivitas model dengan menghitung ekspektasi *return* dengan standar deviasi melalui indeks sharpe. Pengambil keputusan yaitu investor mampu menggunakan portofolio optimal dengan meninjau nilai indeks sharpe tertinggi. Indeks sharpe untuk aset berisiko dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$S_p = \frac{E(R_p)}{\sigma_p}. \quad (51)$$

Melalui nilai ekspektasi *return* dan standar deviasi yang telah diperoleh, indeks sharpe dari masing-masing skenario dengan model GP dan FGP dapat dirangkum sebagai berikut:

Tabel 11 Indeks sharpe skenario saham

Skenario	Fungsi tujuan	GP	FGP	Indeks sharpe GP	Indeks sharpe FGP
S1	$E(R_p)$	0.0020354	0.0031327	0.233938	0.372572
	σ_p	0.0087006	0.0084083		
S2	$E(R_p)$	0.0031330	0.0031396	0.371816	0.372572
	σ_p	0.0084262	0.0084262		
S3	$E(R_p)$	0.0022665	0.0028311	0.208119	0.256422
	σ_p	0.0108904	0.0110408		

Berdasarkan Tabel 11 dapat terlihat bahwa semua portofolio model *fuzzy goal programming* memberikan indeks sharpe yang lebih besar dibandingkan model *goal programming*. Pada Skenario 3 (S3), nilai indeks sharpe untuk kedua model menghasilkan nilai yang lebih kecil dibandingkan skenario lainnya, karena pada skenario yang hanya melibatkan saham *blue chip* menghasilkan nilai investasi pasif (*dividend yield*) yang lebih diperhitungkan dibandingkan nilai tujuan lainnya. Skenario 3 yang diperoleh dari hasil keterlibatan saham berkategori khusus boleh diambil atau diabaikan sesuai dengan profil risiko yang diinginkan oleh investor. Secara keseluruhan, portofolio saham dengan model *fuzzy goal programming* dengan indeks sharpe sebagai acuan lebih baik daripada *goal programming* dalam pembentukan portofolio saham sektor energi di Indonesia periode 2024.



5.1 Simpulan

Dalam penulisan karya ilmiah ini telah dibahas penyelesaian masalah pengoptimuman portofolio saham dengan pendekatan *Fuzzy Goal Programming* dalam model Markowitz untuk memodelkan portofolio saham optimal. Penyelesaian dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk model multiobjektif awal, fungsi keanggotaan *fuzzy*, serta mentransformasikan model tersebut menjadi model *fuzzy goal programming*. Preferensi investor dalam menentukan nilai aspirasi yang sejalan dalam konsep *mean* (rata-rata) dari masing-masing nilai tujuan mampu memberikan ketercapaian yang sesuai dengan keadaan nilai saham sektor energi tahun 2024. Dalam penyelesaiannya, model FGP dapat diselesaikan dengan metode *nonlinear programming* menggunakan *solver IPOPT* pada *software Pyomo*. Investor dapat memperoleh portofolio optimal sesuai dengan preferensi yang diinginkan, melalui uji nilai indeks sharpe ratio sebagai rujukan.

5.2 Saran

Untuk kelanjutan karya ilmiah ini dapat dilakukan:

1. Penambahan kriteria likuiditas dan diversifikasi secara kuantitatif sebagai kendala, serta melibatkan model portofolio lain dalam permasalahan,
2. Menyertakan metode *Analytical Hierarchy Process* (AHP) pada penentuan preferensi kepentingan dan nilai aspirasi yang lebih *considerate* dengan membentuk *Fuzzy Extended Lexicographic Goal Programming*,
3. Menggunakan data prediksi saham sebagai bahan penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriyanti, Binangkit DI, Hardilawati WL. 2021. Analisis portofolio saham optimal model markowitz pada Jakarta Islamic Indeks (JII) tahun 2016-2020. *ECOUNTBIS: Econ, Account and Business J.* 1(1):46–56.
- Afriyeni, Marlius D. 2019. Analisis tingkat pengembalian dan risiko investasi (studi pada industri manufaktur yang terdaftar di bursa efek Indonesia). OSF Preprints. doi:10.31219/osf.io/cfb92.
- Alfares HK, Al-Marhoun MA. 2020. Stock market portfolio selection by linear programming. *51ST Annual Conference of the Decision Sciences Institute*; Nov 2020. hlm 1096–1104.
- Andriani S. 2019. Minat investasi saham pada mahasiswa. *J Ekon dan Bisn Indones.* 4(1):37-44. doi:10.37673/jebi.v4i1.285.
- Arrazy V, Mulyantini S. 2024. Analisis pembentukan portofolio optimal dalam pengambilan keputusan investasi saham teknologi. *Management Studies and Entrepreneurship Journ.* 5(1):635–648. doi:10.37385/msej.v5i1.4150.
- Aulina R, Novianingsih K, Agustina F. 2023. Optimasi portofolio saham syariah dengan pendekatan fuzzy goal programming. *INTERVAL: Jurnal Ilmiah Matematika.* 3(2):81–91. doi:10.33751/interval.v3i2.7746.
- Bai Z, Liu H, Wong W-K. 2016. Making markowitz's portfolio optimization theory practically useful. *SSRN Electron J.* doi:10.2139/ssrn.900972.
- Bani P, Wahyoedi S, Tecalo M. 2024. Penggunaan metode analisis risiko dalam proses optimasi profit untuk mengelola ketidakpastian bisnis. *Syntax Idea.* 6(3):1223–1231. doi:10.46799/syntax-idea.v6i3.3106.
- Bhargava AK, Singh SR, Bansal D. 2015. Fuzzy goal programming techniques for production planning in industry. *Intern J of Comp Appli Tech and Research.* 4(2):92–96. doi:10.7753/IJCCTR0402.1002.
- Fadilah N, Subartini B, Sukono F. 2020. Optimasi portofolio expected shortfall pada saham sektor energi dan pertambangan. *KUBIK: J Publ Ilm Mat.* 5(1):1-9. doi:10.15575/kubik.v5i1.7455.
- Gao J, Liu H. 2017. A risk-free protection index model for portfolio selection with entropy constraint under an uncertainty framework. *Entropy.* 19(2). doi:10.3390/E19020080.
- Ims JB, Holck HE. 2017. *Optimization Software: Dakota and Pyomo*. Norway: Norwegian University of Science and Technology.
- Kara Y, Paksoy T, Chang C Ter. 2009. Binary fuzzy goal programming approach to single model straight and U-shaped assembly line balancing. *Eur J Oper Res.* 195(2):335–347. doi:10.1016/j.ejor.2008.01.003.
- Kazemi A, Shakourloo A, Alinezhad A. 2017. A fuzzy goal programming model for efficient portfolio selection. *J of Opt in Indust Engineer.* 10(22):61–71. doi:10.22094/joie.2017.277.
- Kusumadewi S, Purnomo H. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Ed ke-2. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Markowitz H. 1952. Portfolio selection. *J Fin.* 7(1):77–91.doi:10.2307/2975974.
- Nurcahyo, Setiawan TH. 2022. Penentuan strategi pemasaran kartu GSM menggunakan teori permainan fuzzy. *Lebesgue: J Ilmiah Pend Mat, Mat, dan Stat.* 3(1):90–107. doi:10.46306/lb.v3i1.



- Pulukadang MI, Langi YA, Rindengan AJ. 2018. Optimasi perencanaan produksi pada CV. Meubel Karya Nyata Gorontalo menggunakan model program linear fuzzy. *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi.* 7(2):78–83. doi:10.35799/dc.7.2.2018.20629.
- Reilly FK, Brown KC. 2006. *Investment Analysis & Portfolio Management*. Ed ke-8. Ohio (OH): Thomson South-Western.
- Siswanto. 2007. *Operations Research Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Sudirman. 2015. *Pasar Modal dan Manajemen Portofolio*. Ed ke-1. Gorontalo (ID): Sultan Amai Press.
- Supranto J. 1991. *Teknik Pengambilan Keputusan*. Jakarta: PT Rineka Cipta.
- Taha H. 1996. *Riset Operasi*. Jakarta: Binarua Aksara.
- Tambunan AM, Saerang IS, Wenas RS. 2023. Reaksi pasar modal Indonesia terhadap invasi Rusia ke Ukraina pada perusahaan yang terdaftar dalam sektor energi bursa efek Indonesia. *Jurnal EMBA.* 11(1):902–909. doi:10.35794/emba.v11i1.46574.
- Tandelilin E. 2001. *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio*. Ed ke-1. PT.BPPE, Yogyakarta.
- Trisnaningati ND. 2018. Optimasi distribusi pupuk petrogenik dengan menggunakan metode Fuzzy Goal Programming (FGP) (studi kasus : PT.Pupuk Sriwidjaja Palembang) [tugas akhir]. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Wahyudi S. 2020. Pengoptimuman portofolio saham pada ISSI di bursa efek Indonesia dengan pendekatan lexicographic goal programming [skripsi]. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Winston WL. 2004. *Operations Research Applications and Algorithms*. Ed ke-4. Belmont: Thomson.
- Zimmermann HJ. 1978. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions*. *Fuzzy Sets Syst.* 1(1):45–55. doi:10.1016/0165-0114(78)90031-3.