

STRATEGI KONTROL OPTIMUM DENGAN ANALISIS EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN KOINFEKSI SIFILIS DAN HIV/AIDS

DWIZANI VINOMA CAHYONA



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**





PERNYATAAN MENGENAI TESIS DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Saya menyatakan bahwa tesis dengan judul “Strategi Kontrol Optimum dengan Analisis Efektivitas Biaya pada Model Matematika Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Dengan ini, saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Mei 2025

Dwizani Vinoma Cahyona
NIM G5501222010

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



RINGKASAN

DWIZANI VINOMA CAHYONA. Strategi Kontrol Optimum dengan Analisis Efektivitas Biaya pada Model Matematika Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan JAHARUDDIN.

Peningkatan kasus sifilis dan HIV/AIDS menjadi tantangan serius dalam pengendalian infeksi menular seksual karena keduanya menimbulkan dampak klinis yang parah dan potensi koinfeksi yang memperburuk prognosis pasien. Interaksi antara kedua infeksi ini dapat mempercepat progresi penyakit, meningkatkan risiko penularan secara signifikan, dan menambah beban ekonomi pada sistem kesehatan. Kompleksitas yang ditimbulkan oleh koinfeksi tersebut mendorong perlunya pemilihan strategi pengendalian yang tidak hanya efektif secara epidemiologis, tetapi juga efisien dalam hal pembiayaan. Pendekatan yang mengintegrasikan efektivitas dan efisiensi menjadi landasan penting untuk memastikan bahwa upaya pengendalian penyebaran koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS dapat memberikan dampak yang optimum sekaligus mendukung keberlanjutan program kesehatan masyarakat dalam jangka panjang.

Dalam penelitian ini, dikembangkan model matematika yang dapat merepresentasikan dinamika penyebaran koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS. Sistem persamaan diferensial digunakan untuk menggambarkan transisi proporsi individu dalam berbagai status infeksi, meliputi individu rentan (s), terinfeksi sifilis atau HIV/AIDS (i_e, i_l, i_h , dan i_a), koinfeksi (i_{eh}, i_{lh}, i_{ea} , dan i_{la}), terinfeksi HIV/AIDS dalam tahap pengobatan (p_h dan p_{sh}), serta sembuh dari sifilis (r_s). Analisis yang dilakukan terhadap model tersebut terdiri atas dua tahapan utama, yaitu analisis dinamika model dan analisis kontrol optimum.

Tahap pertama adalah analisis dinamika model untuk mengidentifikasi karakteristik sistem tanpa adanya upaya pengendalian (variabel kontrol). Analisis ini menghasilkan titik tetap bebas penyakit, titik tetap endemik penyakit, serta bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) sebagai indikator penyebaran infeksi dalam populasi. Melalui analisis stabilitas, ditemukan bahwa titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal apabila $\mathcal{R}_0 < 1$. Kestabilan ini dibuktikan dengan matriks Jacobi dan kriteria Routh-Hurwitz yang memastikan bahwa seluruh bagian *real* dari nilai eigen bernilai negatif. Sebaliknya, berdasarkan hasil simulasi numerik, sistem akan bergerak menuju titik tetap endemik ketika $\mathcal{R}_0 > 1$, dengan seluruh subpopulasi mencapai keadaan stabil yang menggambarkan situasi endemik.

Tahap selanjutnya difokuskan pada analisis kontrol optimum untuk menentukan strategi pengendalian terbaik dalam meminimalkan proporsi individu yang terinfeksi dan biaya kontrol. Dalam kerangka ini, model kontrol dirumuskan dengan menerapkan tiga variabel kontrol dinamis, yakni upaya pengobatan HIV/AIDS, pengobatan sifilis, dan tindakan pencegahan infeksi melalui penggunaan kondom. Prinsip maksimum Pontryagin diterapkan untuk mendapatkan kondisi optimalitas. Untuk menyelidiki secara teoritis dampak dari tindakan pengendalian, studi ini menganalisis lima strategi yang berkaitan dengan penerapan kontrol tersebut dengan menggunakan *software* Scilab-2024.0.0 untuk simulasi dan evaluasi efektivitasnya. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kombinasi tiga upaya pengendalian memberikan hasil paling efektif dalam mengurangi



prevalensi koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS dibandingkan dengan penerapan satu jenis pengendalian saja. Strategi kombinasi tersebut secara signifikan menurunkan tingkat infeksi hingga 86,26%. Temuan ini menekankan pentingnya pendekatan multifaset dalam menangani penyebaran koinfeksi daripada hanya menerapkan satu tindakan pengendalian.

Penentuan strategi terbaik mempertimbangkan kinerja optimum sekaligus efisiensi biaya. Dalam merancang strategi tersebut, analisis efektivitas biaya dilakukan guna menemukan strategi pengendalian yang paling efektif dan layak secara ekonomi dengan menggunakan *average cost-effectiveness ratio* (ACER) dan *incremental cost-effectiveness ratio* (ICER). Hasil perbandingan antara biaya dan efektivitas dari berbagai strategi mengindikasikan bahwa meskipun upaya pengendalian yang terintegrasi merupakan strategi paling efektif dalam meminimalkan proporsi individu yang terinfeksi, strategi yang hanya berfokus pada tindakan pencegahan melalui penggunaan kondom menjadi pilihan yang lebih efisien ketika mempertimbangkan keseimbangan antara keterbatasan anggaran dan efektivitas pengendalian.

Kata kunci: analisis efektivitas biaya, analisis stabilitas, koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS, kontrol optimum, strategi

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



SUMMARY

DWIZANI VINOMA CAHYONA. Optimal Control Strategies with Cost-Effectiveness Analysis for the Mathematical Model of Syphilis and HIV/AIDS Coinfection Spread. Supervised by TONI BAKHTIAR and JAHARUDDIN.

The increase in syphilis and HIV/AIDS cases has become a serious challenge in the control of sexually transmitted infections because both have severe clinical impacts and the potential for coinfection which worsens the prognosis of patients. The interaction between these two infections can accelerate the progression of the disease, significantly increase the risk of transmission, and add an economic burden to the health system. The complexity caused by this coinfection encourages the need to choose an control strategy that is not only epidemiologically effective, but also efficient in terms of financing. An approach that integrates effectiveness and efficiency is an important foundation for ensuring that efforts to control the spread of syphilis and HIV/AIDS coinfection can have an optimal impact while supporting the long-term sustainability of public health programs.

In this study, a mathematical model was developed to represent the dynamics of the spread of syphilis and HIV/AIDS coinfection. A system of differential equations was used to describe the transition of the proportion of individuals in various infection statuses, including vulnerable individuals (s), those infected with syphilis or HIV/AIDS (i_e, i_l, i_h , dan i_a), coinfecting individuals (i_{eh}, i_{lh}, i_{ea} , dan i_{la}), those infected with HIV/AIDS in the treatment stage (p_h dan p_{sh}), and those recovered from syphilis (r_s). The analysis carried out on the model consists of two main stages, namely model dynamics analysis and optimal control analysis.

The first stage is model dynamics analysis to identify the characteristics of the system without any control efforts (control variables). This analysis produces the disease-free fixed point, the endemic disease fixed point, and the basic reproduction number as an indicator of the spread of infection in the population. Through stability analysis, it was found that the disease-free fixed point is locally asymptotically stable if $\mathcal{R}_0 < 1$. This stability is proven by the Jacobi matrix and the Routh-Hurwitz criterion which ensures that all real parts of the eigenvalues are negative. On the other hand, based on the results of numerical simulations, the system will move towards the endemic fixed point when $\mathcal{R}_0 > 1$, with all subpopulations reaching a stable state that describes the endemic situation.

The next stage focused on an optimal control analysis to determine the best control strategy to minimize the proportion of infected individuals and the cost of control. In this framework, the control model was formulated by applying three dynamic control variables, namely efforts to HIV/AIDS treatment, syphilis treatment, and infection prevention measures through condom use. Pontryagin's maximum principle was applied to obtain optimal conditions. To investigate the theoretical impact of control measures, this study analyzes five strategies related to the implementation of these controls using Scilab-2024.0.0 software for simulation and evaluation of their effectiveness. The simulation results showed that the combination of three control measures provided the most effective in reducing the prevalence of syphilis and HIV/AIDS coinfection compared to the implementation of a single type of control. The combination strategy significantly reduced the infection rate by up to 86.26%. This finding emphasizes the importance of a



multifaceted approach in managing the spread of coinfection rather than implementing only one control measure.

Determining the best strategy considers optimal performance as well as cost efficiency. In designing the strategy, a cost-effectiveness analysis was carried out to find the most effective and economically feasible control strategy using the average cost-effectiveness ratio (ACER) and the incremental cost-effectiveness ratio (ICER). The results of the comparison between the costs and effectiveness of various strategies indicate that although integrated control efforts were the most effective strategy in minimizing the proportion of infected individuals, a strategy that focuses only on preventive measures through the use of condoms is a more efficient option when considering the balance between limitations of budget and control effectiveness.

Keywords: coinfection, cost-effectiveness analysis, optimal control, stability analysis, strategy, syphilis and HIV/AIDS

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian dan seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

STRATEGI KONTROL OPTIMUM DENGAN ANALISIS EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN KOINFEKSI SIFILIS DAN HIV/AIDS

DWIZANI VINOMA CAHYONA

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Matematika pada
Program Studi Matematika Terapan

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Tesis : Strategi Kontrol Optimum dengan Analisis Efektivitas Biaya pada Model Matematika Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS

Nama : Dwizani Vinoma Cahyona

NIM : G5501222010

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.



Digitally signed by:
Toni Bakhtiar

Date: 14 Mei 2025 11:15:55 WIB
Verify at design.ipb.ac.id

Pembimbing 2:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.



digitally signed

design.ipb.ac.id

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

NIP 196511021993021001



digitally signed

design.ipb.ac.id

Dekan Sekolah Sains Data, Matematika, dan Informatika

Prof. Dr. Ir. Agus Buono, M.Si., M.Kom.

NIP 196607021993021001



digitally signed

design.ipb.ac.id

Tanggal Ujian: 30 April 2025

Tanggal Lulus: 14 MAY 2025



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan dengan baik. Tema yang dipilih dalam penelitian ini ialah pemodelan matematika dengan judul “Strategi Kontrol Optimum dengan Analisis Efektivitas Biaya pada Model Matematika Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS”.

Dalam proses penyusunan karya ilmiah ini, penulis memperoleh dukungan, bimbingan, dan masukan yang sangat berharga dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian karya ilmiah ini, khususnya kepada bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc. dan Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku komisi pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu dan memberikan arahan selama penyusunan tesis ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada bapak Dr. Ir. Hadi Sumarno, M.S. selaku pembahas pada kolokium, Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M.Kom. selaku moderator pada kolokium dan ujian tesis, Prof. Dr. Ika Amalia Kartika, S.TP., M.T. selaku dosen seminar hasil, serta bapak Prof. Dr. Ir. I Wayan Mangku, M.Sc. selaku penguji luar komisi pembimbing atas kritik dan saran yang sangat membantu dalam penyempurnaan karya ilmiah ini. Selain itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua, kakak, seluruh anggota keluarga, dan teman-teman atas segala doa, dukungan moral, serta motivasi yang tiada henti.

Penulis berharap karya ilmiah ini dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, terutama bidang pemodelan matematika dan epidemiologi, serta menjadi referensi yang berguna bagi akademisi, praktisi kesehatan, dan pihak-pihak yang berkepentingan dalam upaya pengendalian penyakit menular.

Bogor, Mei 2025

Dwizani Vinoma Cahyona

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xi
I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	3
1.3 Kebaruan	3
II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Infeksi Sifilis	4
2.2 Infeksi HIV/AIDS	5
2.3 Stabilitas Titik Tetap	6
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	7
2.5 Kontrol Optimum	7
2.6 Prinsip Maksimum Pontryagin	8
2.7 Metode Runge-Kutta Orde Empat	9
2.8 Metode <i>Forward-Backward Sweep</i>	9
2.9 Analisis Efektivitas Biaya	10
III METODE	
3.1 Langkah-Langkah Penelitian	11
3.2 Diagram Alir Penelitian	12
3.3 Formulasi Model Matematika	13
3.4 Model Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS	15
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Pencarian Titik Tetap	22
4.2 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	25
4.3 Analisis Kestabilan Titik Tetap Bebas Penyakit	29
4.4 Simulasi Numerik Dinamika Populasi berdasarkan Kondisi Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$, $\mathcal{R}_{0S}$, dan $\mathcal{R}_{0H}$	32
4.5 Model Kontrol Penyebaran Koinfeksi Sifilis dan HIV/AIDS	39
4.6 Analisis Kontrol Optimum	42
4.7 Simulasi Numerik dari Sistem Optimalitas	47
4.8 Analisis Sensitivitas	54
4.9 Analisis Efektivitas Biaya	59
V SIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Simpulan	61
5.2 Saran	61
DAFTAR PUSTAKA	62
LAMPIRAN	67
RIWAYAT HIDUP	95



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi variabel dan parameter	19
2	Nilai parameter beserta referensinya	32
3	Variasi laju penularan untuk kondisi $\mathcal{R}_0 < 1$ dan $\mathcal{R}_0 > 1$	33
4	Strategi pemberian kontrol beserta deskripsinya	48
5	Indeks sensitivitas dari $\mathcal{R}_{0Si}$	55
6	Indeks sensitivitas dari $\mathcal{R}_{0Hi}$	55
7	Hasil perhitungan nilai ACER	59
8	Hasil perhitungan nilai ICER	60

DAFTAR GAMBAR

1	Ringkasan epidemi HIV secara global pada tahun 2023	5
2	Diagram alir tahapan penelitian	12
3	Diagram kompartemen penyebaran koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS	17
4	Dinamika populasi pada saat tidak ada infeksi sifilis dan HIV/AIDS untuk kondisi $\mathcal{R}_0 < 1$	33
5	Dinamika populasi pada saat hanya infeksi sifilis yang tetap bertahan untuk kondisi $\mathcal{R}_{0S} > 1$ dan $\mathcal{R}_{0H} < 1$	35
6	Dinamika populasi pada saat hanya infeksi HIV/AIDS yang tetap bertahan untuk kondisi $\mathcal{R}_{0S} < 1$ dan $\mathcal{R}_{0H} > 1$	36
7	Dinamika subpopulasi tanpa adanya upaya pengendalian untuk kondisi $\mathcal{R}_0 > 1$	39
8	Diagram kompartemen koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS dengan variabel kontrol	41
9	Dampak dari strategi pengendalian terhadap individu yang terinfeksi sifilis tahap awal (i_e) dan akhir (i_l)	50
10	Dampak dari strategi pengendalian terhadap individu yang terinfeksi HIV tanpa gejala AIDS (i_h) dan HIV dengan gejala AIDS (i_a)	51
11	Dampak dari strategi pengendalian terhadap individu yang koinfeksi sifilis dan HIV/AIDS	53
12	Grafik perubahan kontrol optimum pada strategi pengendalian I, II, dan III	57
13	Grafik perubahan kontrol optimum pada strategi pengendalian IV dan V	58

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap bebas penyakit dan endemik dengan bantuan <i>software</i> Wolfram Mathematica 12.3	68
2	Perhitungan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dengan bantuan <i>software</i> Wolfram Mathematica 12.3	72



3	Perhitungan bilangan reproduksi dasar untuk sifilis ($\mathcal{R}_{0_S}$) dan bilangan reproduksi dasar untuk HIV/AIDS ($\mathcal{R}_{0_H}$)	73
4	Pembuktian stabilitas titik tetap bebas penyakit dengan kriteria Routh-Hurwitz	78
5	Plot model matematika dengan <i>software</i> Wolfram Mathematica 12.3	84
6	Penyelesaian syarat perlu optimalitas dengan prinsip maksimum Pontryagin	86
7	Penyelesaian numerik dari masalah kontrol optimum dengan bantuan <i>software</i> Scilab 2024.0.0	92
8	Analisis efektivitas biaya berdasarkan estimasi biaya yang berbeda	93



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.