



## **MASALAH PERUTEAN ARMADA KENDARAAN CAMPURAN DENGAN *TIME WINDOWS* DAN *BATTERY SWAPPING STATION***

**AUFALONISYA ELHADJNA HUTAMA**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2025**

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.





## **PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Masalah Perutean Armada Kendaraan Campuran dengan *Time Windows* dan *Battery Swapping Station*” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, April 2025

Aufalonisya Elhadjna Hutama  
G5401201052



## ABSTRAK

AUFALONISYA ELHADJNA HUTAMA. Masalah Perutean Kendaraan Armada Campuran dengan *Time Windows* dan *Battery Swapping Station*. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan BIB PARUHUM SILALAHI.

Transportasi merupakan kebutuhan utama masyarakat perkotaan namun berkontribusi signifikan terhadap produksi CO<sub>2</sub>. Sebagian besar pemerintah dari negara maju sudah mulai mempromosikan penggunaan kendaraan listrik dengan tujuan untuk mengurangi polusi udara, emisi CO<sub>2</sub>, dan Gas Rumah Kaca (GRK). 2 Echelon Electric Vehicle Routing Problem with *Time Window* and *Battery Swapping Station* diperlukan untuk memodelkan penyelesaian penggabungan kedua armada, yaitu kendaraan listrik dan konvensional. Tujuan dari penelitian ini untuk menentukan solusi optimum untuk dua armada campuran, yaitu kendaraan listrik dan konvensional, dengan metode eksak dalam bentuk *Mixed Integer Linear Programming*. Dalam implementasi model, terdapat lima kasus perutean dengan variasi jumlah kendaraan listrik dan konvensional, kapasitas baterai, kapasitas muatan, dan aturan *time windows*. Masalah ini diselesaikan dengan bantuan software Lingo 20.0 menghasilkan hasil yang optimal pada setiap kasusnya sesuai dengan permintaan dan *time windows* yang telah disepakati.

Kata kunci: *battery swapping station*, kendaraan listrik, optimisasi, *time window*

## ABSTRACT

AUFALONISYA ELHADJNA HUTAMA. Mixed Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Stations. Supervised by TONI BAKHTIAR and BIB PARUHUM SILALAHI.

Transportation is an essential need for urban communities but significantly contributes to CO<sub>2</sub> emissions. Many governments in developed countries are promoting the use of electric vehicles to reduce air pollution, CO<sub>2</sub> emissions, and greenhouse gases (GHG). The 2 Echelon Electric Vehicle Routing Problem with Time Window and Battery Swapping Station is used to model the combination of two types of fleets: electric and conventional vehicles. This study aims to find the best solution for a mixed fleet using an exact method called Mixed Integer Linear Programming (MILP). The model is tested on five routing cases with different numbers of electric and conventional vehicles, battery capacities, load capacities, and time window rules. The problem is solved using Lingo 20.0 software, which provides the best results for each case based on demand and agreed time windows.

*Keywords:* *battery swapping station*, *electric vehicle*, *optimization*, *time window*



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kjalurik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.*



## **MASALAH PERUTEAN ARMADA KENDARAAN CAMPURAN DENGAN *TIME WINDOWS* DAN *BATTERY SWAPPING STATION***

**AUFALONISYA ELHADJNA HUTAMA**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada  
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2025**



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:  
Hidayatul Mayyani, S.Si., M.Si.



Judul Skripsi : Masalah Perutean Armada Kendaraan Campuran dengan *Time Windows* dan *Battery Swapping Station*

Nama : Aufalonisya Elhadjna Hutama  
NIM : G5401201052

Disetujui oleh

Pembimbing 1:  
Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.

Pembimbing 2:  
Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M.Kom.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi Matematika:  
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.  
NIP 197902272005011001

Tanggal Ujian: 21 Januari 2025

Tanggal Lulus:



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak mengugurkan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan November 2023 sampai bulan Februari 2025 ini ialah Riset Operasi Matematika , dengan judul “Masalah Perutean Armada Kendaraan Campuran dengan *Time Windows* dan *Battery Swapping Station*”. Terima kasih penulis ucapkan kepada:

1. Bapak Leo Dirgahutama dan Ibu Nita Kus Endang selaku orang tua penulis, Audyva Zahwa Hutama dan Auqsanio Athallah Hutama selaku saudara kandung penulis yang telah memberikan banyak sekali cinta dan kasih sayang, doa, motivasi, serta semangat kepada penulis,
2. Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing 1, Bapak Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M. Kom. selaku pembimbing 2 dan Ibu Hidayatul Mayyani, S.Si., M.Si. yang telah membimbing dan memberi saran kepada penulis selama penyusunan karya ilmiah,
3. Seluruh dosen dan staf Departemen Matematika IPB yang telah memberikan ilmu dan memfasilitasi penulis selama masa studi,
4. Seluruh mahasiswa Matematika dan Aktuaria IPB Angkatan 57 yang telah memberikan motivasi, saran, dukungan, dan kerja sama kepada penulis.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, April 2025

*Aufalonisya Elhadjna Hutama*



DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xi
PENDAHULUAN	2
1.1 Latar Belakang	2
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan	4
TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 <i>Integer Linear Programming</i>	5
2.2 <i>Mixed Integer Linear Programming</i>	5
2.3 <i>Vehicle Routing Problem</i>	5
2.4 <i>Electric Vehicle Routing Problem</i>	7
2.5 <i>2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem</i>	8
2.6 <i>Time Windows</i>	9
2.7 Stasiun Penukaran Baterai Kendaraan Listrik Umum (SPBCLU)	9
2.8 <i>2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Station</i>	10
III METODE	11
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	12
4.1 Deskripsi Masalah	12
4.2 Formulasi Masalah	13
4.3 Aplikasi Masalah	17
V SIMPULAN DAN SARAN	44
5.1 Simpulan	44
5.2 Saran	44
DAFTAR PUSTAKA	45
LAMPIRAN	47
RIWAYAT HIDUP	48



## **DAFTAR TABEL**

1	Kondisi setiap kasus	18
2	Data parameter yang digunakan	19
3	Jarak antarlokasi	20
4	Koordinat dan jumlah permintaan barang setiap lokasi pada kasus 1	21
5	<i>Time Windows</i> , waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 1	22
6	Rute optimal pada kasus 1	22
7	Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 1	23
8	Sisa muatan dan baterai pada kendaraan di setiap lokasi pada kasus 1	24
9	<i>Time windows</i> , waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 2	26
10	Rute optimal pada kasus 2	27
11	Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi kasus 2	27
12	Sisa muatan dan baterai pada kendaraan di setiap lokasi pada kasus 2	28
13	<i>Time windows</i> , waktu awal dan akhir mulai pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 3	30
14	Rute optimal pada kasus 3	31
15	Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 3	32
16	Jumlah permintaan pada kasus 4	35
17	<i>Time windows</i> , waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 4	35
18	Rute optimal pada kasus 4	36
19	Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 4	37
20	Sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi pada kasus 4	38
21	<i>Time windows</i> , waktu mulai dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 5	40
22	Rute optimal kasus 5	41
23	Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 5	41
24	Sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi pada kasus 5	42

## **DAFTAR GAMBAR**

1	Ilustrasi 2E-EVRP	8
2	Proses penukaran baterai	9
3	Rute kasus 1	25
4	Rute kasus 2	29
5	Rute kasus 3	34
6	Rute kasus 4	39
7	Rute kasus 5	43



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.





Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.





# I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Transportasi merupakan kebutuhan pokok masyarakat perkotaan, namun memiliki dampak pada produksi CO<sub>2</sub> di udara (Permadi *et al.* 2017). Sektor transportasi mewakili hampir 25% emisi Gas Rumah Kaca (GRK) dan dianggap sebagai penyebab utama polusi di perkotaan (Skiriene 2021). Pencemaran udara akibat sektor transportasi telah memberikan kontribusi sebesar 80% diikuti oleh emisi dari industri, kebakaran hutan, dan aktivitas rumah tangga (Haryanto 2018). Laporan pada tahun 2020 dari *European Environmental Agency* (EEA) menyebutkan bahwa sektor transportasi menyumbang sekitar 47% nitrogen oksida dan 13% emisi partikel yang tercatat di 33 negara EEA. Pada tahun 2018, rata-rata emisi CO<sub>2</sub> dari kendaraan meningkat mencapai 120,8 gCO<sub>2</sub>/km. Faktor utama yang menyebabkan peningkatan emisi tersebut, yaitu mobil berbahan bakar bensin. Dengan keadaan polusi yang terus meningkat dan mengancam perubahan iklim, masyarakat, lembaga, dan pemerintah terus mencari cara untuk melakukan transisi menuju sistem energi yang lebih ramah lingkungan dengan menggunakan sumber dan teknologi baru.

Pembangunan berkelanjutan menjadi salah satu gagasan yang penting untuk kondisi saat ini. Transportasi yang berkelanjutan adalah salah satu hal penting dari pembangunan berkelanjutan karena emisi CO<sub>2</sub> yang disebabkan transportasi merupakan penyebab utama dari polusi udara (Pamucar *et al.* 2021). Sebagian besar pemerintah negara maju sudah mulai mempromosikan penggunaan kendaraan listrik dengan tujuan untuk mengurangi polusi udara, emisi CO<sub>2</sub> dan GRK. Promosi penggunaan kendaraan listrik dilakukan dengan memberikan insentif pajak, bantuan keuangan untuk pembelian kendaraan listrik, penyediaan parkir khusus, jalan gratis dan inisiatif unik lainnya (Gelmanova *et al.* 2018). Lebih dari 275.000 *Plug-in Electric Vehicle* (PEV) telah dipasang di seluruh negara Amerika Serikat, data tersebut tercatat sejak tahun 2011 dan terus meningkat (Egbue *et al.* 2017). Penjualan kendaraan listrik dilakukan pertama kali pada tahun 2010. Penjualannya meningkat sebanyak empat kali lipat setiap tahunnya di Eropa dan sekitar 60.000 kendaraan listrik telah terjual pada tahun 2013. Tercatat pada September 2021, lebih dari 2 juta kendaraan listrik telah terjual di Eropa. Dikutip dari China Briefing (2023), Tiongkok yang merupakan negara dengan pertumbuhan kendaraan listrik tercepat telah menargetkan penjualan mobil listrik mencapai 20% dari penjualan mobil baru pada tahun 2025. Pemerintahan Tiongkok juga telah menetapkan target pada tahun 2035 untuk semua kendaraan yang terjual menggunakan *New Energy Vehicles* (NEVs) yang termasuk kendaraan listrik dan *hybrid*.

Beberapa negara di dunia telah mengumumkan rencana untuk melarang penjualan kendaraan berbahan bakar bensin atau *Internal Combustion Engine Vehicle* (ICEV) setelah tahun 2040 sebagai kebijakan utama untuk mengurangi polusi udara dan emisi GRK. Prancis, Inggris, India, dan Tiongkok telah mengumumkan pembatasan penjualan ICEV pada tahun 2040 atau lebih cepat. Pengurangan atau pelarangan total ICEV di pusat kota juga mulai terjadi di banyak lokasi (Garfield 2018). Dalam jangka panjang, Menteri Energi dan Sumber Daya Mineral (ESDM) telah memberikan komitmen berkaitan dengan program



percepatan kendaraan listrik. Pada tahun 2060 atau lebih cepat, Menteri ESDM menargetkan Indonesia mencapai bebas emisi atau *net zero emission* (NZE). Rencana kerja tersebut akan dituangkan dalam peta jalan yang sedang disusun (Pribadi 2021). Pemerintah Indonesia telah berkomitmen untuk mengembangkan kendaraan listrik dalam negeri. Berdasarkan Peraturan Presiden 55/2019, percepatan pengembangan kendaraan bermotor listrik berbasis baterai (KBLBB) dilakukan mengikuti peta jalan yang dikeluarkan oleh Kementerian Perindustrian. Dengan demikian maka diperlukan suatu perencanaan yang mampu mengatasi masalah perutean yang menggabungkan kendaraan listrik dan konvensional agar seluruh perutean dapat diselesaikan dengan efisien.

Dikarenakan penggabungan dua armada adalah hal baru dan kedua armada tersebut memiliki karakteristik yang unik maka diperlukan model matematika untuk menyelesaikan perutean tersebut. Masalah perutean kendaraan dapat diselesaikan dengan *Vehicle Routing Problem* (VRP). VRP adalah jenis masalah optimasi kombinatorial yang sering terjadi dalam kehidupan nyata, seperti transportasi, logistik, dan penjadwalan. Dalam penentuan rute kendaraan, jarak tempuh perjalanan menjadi ukuran yang rasional. Jarak tempuh memiliki dampak ekonomi yang lebih tinggi karena ketergantungan bahan bakar yang merupakan biaya paling mahal (Baños 2013). Untuk menghadapi permasalahan yang mungkin ada pada bidang transportasi, maka dikembangkanlah konsep VRP. Konsep VRP pertama kali diusulkan pada tahun 1959 dan masih terus dikembangkan dengan berbagai varian dan fokus. Berbagai varian VRP ini telah dikembangkan untuk aplikasi yang berbeda. Pengurangan emisi karbon dapat dilakukan dengan merancang varian baru VRP yang kemudian dikenal dengan nama *Green Vehicle Routing Problem* (GVRP). Dalam GVRP dikembangkan konsep perancangan rute kendaraan dengan mempertimbangkan masalah lingkungan (Normasari *et al.* 2019). Masalah perutean kendaraan untuk dua armada campuran yaitu kendaraan listrik dan konvensional dengan jendela waktu (*time windows*), termasuk satu depot, beberapa *warehouse* dan pelanggan, serta beberapa Stasiun Penukaran Baterai Kendaraan Listrik Umum (SPBCLU) disebut sebagai *2-Echelon Electric Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Station* (2E-EVRPTW-BSS). Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan, ada beberapa ciri baru dari masalah ini yaitu, mengingat terbatasnya kapasitas baterai *Electric Vehicle* (EV), kurangnya ketersediaan SPBCLU untuk transportasi jarak jauh, serta efisiensi baterai untuk kendaraan listrik.

Pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan masalah perutean kendaraan diantaranya, yaitu metode eksak. Salah satu contoh dari penyelesaian metode eksak adalah *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). Solusi numerik dari perutean kendaraan untuk dua armada campuran, yaitu kendaraan listrik dan konvensional dengan *time windows* diselesaikan dengan *Mixed Integer Linear Programming* dengan menggunakan *software Lingo 20.0*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dari penelitian mengenai masalah perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan *Battery Swapping Station* (BSS) sebagai berikut:

1. Bagaimana memodelkan perutean armada kendaraan campuran dengan *time windows* dan BSS menggunakan *Mixed Integer Linear Programming* (MILP)?  
2. Bagaimana menentukan solusi optimum untuk masalah perutean kendaraan dengan dua armada campuran yang mempertimbangkan *time windows* dan BSS menggunakan metode eksak?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian mengenai masalah perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan BSS adalah :

1. Memodelkan masalah perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan *Battery Swapping Station* (BSS) menggunakan *Mixed Integer Linear Programming* (MILP),
2. Menentukan solusi optimum masalah perutean kendaraan untuk dua armada campuran yaitu kendaraan listrik dan konvensional dengan *time windows* dan BSS menggunakan metode eksak.



## 2.1 Integer Linear Programming

*Integer Linear Programming* (ILP) adalah program liniear dengan variabel berupa nilai bilangan bulat. Model matematika untuk ILP adalah model program linear dengan ditambahkan batasan bahwa variabel yang digunakan harus berupa bilangan bulat. Terdapat tiga jenis ILP, yaitu *Pure Integer Linear Programming*, *Mixed Integer Linear Programming*, dan *Binary Integer Linear Programming*. *Pure Integer Linear Programming* merupakan model *Integer Programming* dengan seluruh variabel berupa bilangan bulat. *Mixed Integer Linear Programming* (MILP) merupakan model *Integer Linear Programming* yang hanya menggunakan beberapa variabel bilangan bulat, sedangkan *Binary Integer Linear Programming* (BILP) merupakan model *Integer Linear Programming* yang hanya memuat variabel biner. Variabel biner hanya mempunyai dua nilai, yaitu 0 dan 1. BILP digunakan sebagai variabel keputusan pada permasalahan *yes-or-no decisions* (Taha 2004).

## 2.2 Mixed Integer Linear Programming

*Mixed Integer Linear Programming* (MILP) merupakan model pemrograman linear bilangan bulat yang dapat mengoptimasi tujuan tertentu. Pada proses MILP, fungsi tujuan ditentukan terlebih dahulu. Kelebihan dari MILP terletak pada variabel keputusan yang sebagian dapat berupa bilangan bulat dan boolean serta sebagian lainnya berupa pecahan. Batasan-batasan yang tersedia dapat menentukan nilai dari variabel keputusan tersebut, sehingga nilai optimal dari fungsi tujuan dapat ditemukan (Haksever dan Mousourakis 2005).

Menurut Salvagnin (2009) MILP didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z &= \min c_x^T \\ A_x &\leq b \\ 1 &\leq x \leq u \\ x &\in R \\ x_j &\in Z \\ \forall j &\in I \end{aligned}$$

$c_x^T$  adalah *objective function*,  $A_x \leq b$  adalah linear constraints, 1 dan  $u$  adalah batas bawah dan batas atas dari variable  $x$ ,  $x$  bersifat bilangan rill dan  $Z$  adalah bilangan integer (0 dan 1).

## 2.3 Vehicle Routing Problem

VRP pertama kali dikenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 dalam permasalahan rute pengiriman truk serta diaplikasikan pada pendistribusian bensin. Menurut Toth dan Vigo (2002), VRP memiliki tujuan utama untuk meminimalkan total jarak yang ditempuh kendaraan dengan urutan titik pelanggan yang diatur sehingga dapat meminimalkan biaya transportasi. Berdasarkan variasi

permasalahan utama yang terjadi pada VRP maka VRP dapat dibedakan menjadi beberapa kelas antara lain *Capacitated VRP* (CVRP), *Distance Constrained VRP* (DCVRP), *VRP with Backhauls* (VRPB), *VRP with Time Windows* (VRPTW), dan *VRP with Pickup and Delivery* (VRPPD). CVRP adalah endala yang ada ditambah dengan kapasitas kendaraan yang terbatas, DCVRP adalah VRP dengan kendala batasan panjang rute, VRPB adalah VRP dengan proses pengambilan baru dapat dilakukan setelah semua pengiriman selesai, VRPTW adalah VRP dengan kendala setiap konsumen memiliki batasan waktu, VRPPD adalah VRP dengan aktivitas pengambilan dan pengantaran barang dilakukan dalam saat yang bersamaan.

Model matematis dasar VRP menurut Toth dan Vigo (2002) adalah sebagai berikut:

### Himpunan

$V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  adalah himpunan lokasi dengan 0 merupakan depot

$\subseteq V - \{0\}$  adalah himpunan lokasi pelanggan

$K = \{1, \dots, m\}$  adalah himpunan kendaraan

### Indeks

$i, j, h =$  indeks menyatakan *node* atau lokasi

$k =$  indeks menyatakan kendaraan

### Parameter

$C$  = kapasitas kendaraan

$c_{ij}$  = jarak *node*  $i$  ke *node*  $j$

$d_i$  = banyak permintaan di *node*  $i$

### Variabel Keputusan

$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ mengunjungi } node j \text{ setelah } node i \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$

$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ digunakan untuk melayani } node i \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$

### Fungsi Objektif

Fungsi objektif dari masalah ini adalah meminimalkan jarak distribusi yang dinotasikan sebagai berikut:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in S} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ijk}.$$

### Kendala

1. Semua *node* hanya dikunjungi tepat satu kali oleh kendaraan  $k$

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V - \{0\}.$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

2. Semua kendaraan yang digunakan harus berangkat dari depot

$$\sum_{k \in K} y_{0k} = m.$$

3. Kendala kekontinuan rute yang berarti bahwa kendaraan yang telah mengunjungi suatu *node* harus meninggalkan *node* tersebut dan mengunjungi *node* yang lain

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \quad \forall i \in V - \{0\}.$$

4. Kendala permintaan pelanggan yang dibawa kendaraan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan

$$\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C, \quad \forall k \in K.$$

5. Kendala koneksi rute kendaraan  $K$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ijk} \geq y_{hk}, \quad \forall S \subseteq V - \{0\}, \forall h \in S, \forall k \in K.$$

6. Kendala eliminasi *subtour*, artinya tidak ada subrute yang terbentuk antara *node* di mana perjalanan tidak dimulai dari depot

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V - \{0\}, |S| \geq 2, \forall k \in K.$$

7. Kendala biner

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in V, k \in K,$$

$$y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in V, k \in K.$$

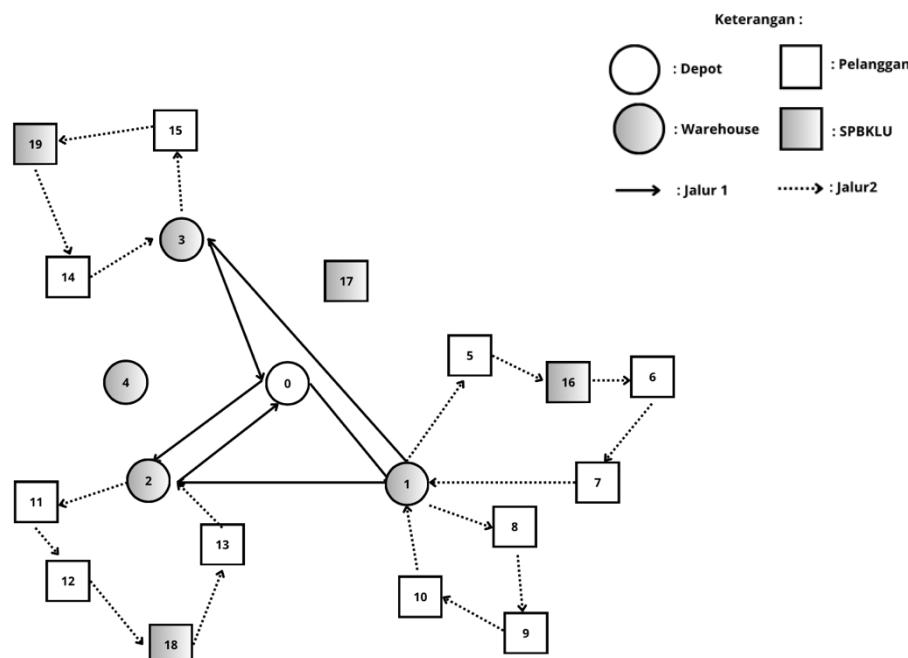
## 2.4 Electric Vehicle Routing Problem

*Electric Vehicle Routing Problem* (EVRP) merupakan varian dari VRP yang merupakan masalah kombinatorial yang dikenal sebagai versi umum dari masalah *travelling salesman* (Junior *et al.* 2019). Hal ini bertujuan untuk meminimalkan total biaya operasional sekaligus menentukan rute kendaraan yang optimal untuk mengirimkan produk ke pelanggan. EVRP dapat dilihat sebagai varian dari GVRP di mana mereka menganggap VRP yang melibatkan kendaraan berbahan bakar alternatif (termasuk *Electric Vehicles*) mempunyai jarak perjalanan terbatas dan harus mengisi ulang daya selama perjalanan (Erdogan dan Miller 2012). EVRP

mempunyai dua fungsi objektif utama, yaitu meminimalkan total kendaraan yang digunakan dan meminimalkan biaya perjalanan termasuk jarak tempuh, waktu servis, dan waktu pengisian ulang daya (Afrodit *et al.* 2014).

## 2.5 2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem

2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem (2E-EVRP) yang didasarkan pada 2EVPR klasik. Beberapa pelanggan meminta produk homogen dalam jumlah yang diketahui. Ada dua jenis kendaraan berbeda yang terlibat dalam sistem distribusi. Gambar 1 mengilustrasikan ilustrasi untuk 2E-EVRP yang didefinisikan oleh Breunig *et al.* (2020).



Gambar 1 Ilustrasi 2E-EVRP

Formulasi model 2E-EVRP: Diberikan graf campuran  $G = (N, E, A)$ , dengan himpunan titik  $N$  dipartisi menjadi  $N = \{0\} \cup N_s \cup N_c \cup N_R$ . Simpul 0 melambangkan depot,  $N_s = \{1, 2, \dots, n_s\}$  melambangkan  $n_s$  warehouse,  $N_c = \{n_s + 1, \dots, n_s + n_c\}$  melambangkan  $n_c$  pelanggan, dan  $N_R = \{n_s + n_c + 1, \dots, n_s + n_c + n_r\}$  melambangkan stasiun pengisian daya  $n_r$ . Edge set  $E$  didefinisikan sebagai  $E = \{\{0, j\} : j \in N_s\} \cup \{(i, j) : i, j \in N_s, i < j\}$  dan the arc set sebagai  $A = \{(i, j) \in N_s \cup N_c \cup N_R, i \neq j\} \setminus \{(i, j) : i, j \in N_s\} \setminus \{(i, j) : i, j \in N_R\}$ . Biaya perjalanan atau

route  $d_{ij}$  dikaitkan dengan setiap sisi  $\{i, j\} \in E$  dan dengan masing-masing busur  $(i, j) \in A$

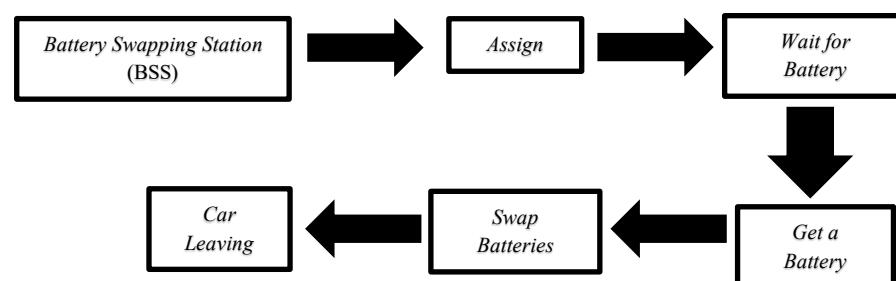
Setiap pelanggan  $i \in N_C$  memerlukan persediaan barang sebesar  $n$  kilogram untuk dikirim dari depo dengan menggunakan dua jenis kendaraan berikut. Armada kendaraan konvensional dengan kapasitas  $Q_1$  terletak di depo 0 dan armada kendaraan listrik dengan kapasitas  $Q_2 < Q_1$  terletak di *warehouse*  $k \in N_S$ .

## 2.6 Time Windows

*Time windows* pada depot didefinisikan sebagai selang waktu kendaraan berangkat dan kembali lagi ke depot. *Time windows* pada depot disebut juga *scheduling horizon*, yang berarti bahwa setiap kendaraan tidak boleh meninggalkan depo sebelum waktu awal depot dimulai dan harus kembali ke depo sebelum waktu akhir depot selesai. *Time windows* pada setiap konsumen didefinisikan sebagai selang waktu sehingga kendaraan dapat memulai pelayanan setelah waktu awal konsumen dimulai dan sebelum waktu akhir konsumen selesai. Jika kendaraan datang waktu awal konsumen maka kendaraan harus menunggu sampai tiba waktu awal konsumen dapat dilayani dan kendaraan yang menunggu tidak dikenai biaya tambahan.

## 2.7 Stasiun Penukaran Baterai Kendaraan Listrik Umum (SPBCLU)

Metode SPBCLU atau biasa disebut dengan BSS merupakan cara yang cepat dan efisien jika dibandingkan dengan berbagai metode pengisian baterai kendaraan listrik yang ada, sehingga memungkinkan pengguna untuk melanjutkan perjalanan tanpa banyak penundaan. SPBCLU juga dapat memperpanjang umur baterai karena baterai diisi dengan tegangan yang sesuai selama waktu yang sudah ditentukan. Kapasitas baterai pada mobil listrik yang beroperasi antara 21,3 hingga 123,0 kWh. BSS menawarkan teknik pengisian baterai tanpa pengecasan, dengan ini waktu yang dibutuhkan untuk proses SPBCLU tidak lebih dari 20 menit (Banerjee *et al.* 2020). Bahkan proses SPBCLU jauh lebih cepat dibandingkan dengan pengisian cepat (dengan *rating* hingga 240 kW, 200A, 480 V) yang akan menghabiskan waktu cukup lama dan mengganggu operasi sistem transportasi. Proses penukaran baterai dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Proses penukaran baterai

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## **2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Station**

**2-Echelon Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Station** (2E-EVRPTW-BSS) mempertimbangkan depot, beberapa *warehouse*, sejumlah pelanggan dengan permintaan deterministik, dan sekelompok BSS yang tidak memiliki batasan pada kapasitas *Electric Vehicle* (EV). Selain itu, posisi semua *node* ini telah diberikan dan diperbaiki. ICEV digunakan di jalur pertama untuk mengangkut permintaan dari depot ke masing-masing *warehouse*, sementara EV dipertimbangkan di jalur kedua untuk mengangkut permintaan dari *warehouse* ke setiap pelanggan. EV seharusnya memiliki jangkauan mengemudi terbatas dan harus mengunjungi BSS untuk menukar baterainya sebelum kehabisan daya baterai. Selain itu, untuk menjamin ketepatan waktu pengiriman, pekerjaan ini juga mempertimbangkan rentang waktu pelanggan, yang pada gilirannya memerlukan waktu kedatangan ICEV terbaru di *warehouse*. 2E-EVRPTW-BSS bertujuan untuk meminimalkan total biaya, termasuk biaya transportasi dua armada, biaya tetap kendaraan, dan biaya pertukaran baterai.



### **III METODE**

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai perutean kendaraan listrik dua jalur dengan *time windows* dan *battery swapping station* (2E-EVRPTW-BSS) menggunakan metode eksak. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Melakukan studi literatur terkait perutean kendaraan untuk armada campuran dengan *time windows* dan BSS (2E-EVRPTW-BSS).
2. Membangun model perutean kendaraan untuk dua armada campuran, yaitu kendaraan listrik dan konvensional jalur dengan *time windows* dan BSS berdasarkan MILP.
3. Menyusun berbagai skenario masalah perutean kendaraan untuk armada campuran dengan *time windows* dan BSS dan menerapkan model yang sudah diformulasikan menggunakan metode eksak dengan bantuan *software Lingo 20.0*.
4. Penentuan rute kendaraan yang optimal berdasarkan *output* pada langkah tiga.

## 4.1 Deskripsi Masalah

Suatu perusahaan logistik atau kurir menyediakan layanan pengiriman barang yang dilakukan di sejumlah lokasi pelanggan menggunakan  $k$  kendaraan. Karena adanya pembatasan rute untuk menggunakan kendaraan konvensional, perusahaan memutuskan untuk menggunakan armada campuran, yakni kendaraan listrik dan konvensional, secara bersamaan. Armada konvensional yang digunakan bersifat heterogen dengan kapasitas muatan yang berbeda dan hanya dapat melakukan pengantaran sampai ke *warehouse*. Selanjutnya, pengiriman dilanjutkan oleh armada listrik heterogen hingga mencapai pelanggan dengan kapasitas muatan dan baterai yang berbeda.

Hanya terdapat satu depot yang dapat dikunjungi oleh kendaraan konvensional, serta  $s$  *warehouse* yang bergantung pada jumlah kendaraan listrik yang digunakan selama perjalanan. Setiap kendaraan listrik memiliki *warehouse*-nya masing-masing. Kendaraan konvensional harus berangkat dan berakhir di depot, sementara kendaraan listrik harus berangkat dan berakhir di *warehouse*-nya masing-masing.

Dalam proses pendistribusianya, perusahaan logistik berupaya untuk mengoptimalkan rute pengiriman mereka agar dapat mengurangi total biaya perjalanan yang meliputi biaya tetap dan biaya perjalanan seluruh armada. Perusahaan harus memenuhi permintaan pengiriman di setiap lokasi yang dikunjungi dengan memperhatikan *time windows* setiap lokasi. Kendaraan listrik memiliki kapasitas daya terbatas sehingga perlu mengunjungi SPBKLU untuk mengganti baterai apabila sisa daya tidak mencukupi untuk melanjutkan perjalanan ke lokasi berikutnya. Dalam penelitian ini, beberapa asumsi digunakan pada model masalah perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan BSS untuk memastikan bahwa setiap permintaan pelanggan dipenuhi dengan efisien dan sesuai waktu yang ditentukan. Asumsi-asumsi tersebut adalah:

1. Setiap rute perjalanan kendaraan konvensional selalu diawali dan diakhiri di depot.
2. Pengantaran langsung dari depot ke pelanggan tidak diperbolehkan, harus melalui *warehouse* terlebih dahulu.
3. Kendaraan listrik tidak diperbolehkan melakukan perjalanan langsung dari *warehouse* satu ke *warehouse* lain.
4. Total barang yang akan dikirim ke pelanggan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan.
5. Setiap lokasi dilayani sesuai dengan *time windows* yang ditentukan.
6. Saat meninggalkan *warehouse* dan SPBKLU, kendaraan listrik memiliki daya baterai yang penuh.
7. Kunjungan ke SPBKLU dilakukan jika memerlukan penggantian baterai.
8. Biaya pergantian baterai pada SPBKLU diabaikan.
9. Tingkat konsumsi kapasitas baterai paling dipengaruhi oleh jarak antarlokasi.
10. Kendaraan konvensional memiliki kapasitas muatan yang berbeda.
11. Kendaraan listrik memiliki kapasitas muatan dan kapasitas baterai yang berbeda.

## 4.2 Formulasi Masalah

Masalah pendistribusian di atas dapat diformulasikan sebagai suatu *Mixed Integer Linear Programming*. Model matematis untuk permasalahan perutean kendaraan konvensional dan listrik dengan *time windows* adalah sebagai berikut:

### Himpunan

$V_0$	= himpunan depot awal & akhir
$V_s$	= himpunan <i>warehouse</i>
$V_c$	= himpunan pelanggan
$V_b$	= himpunan SPBCLU
$V_1$	= $V_0 \cup V_s$
$V_2$	= $V_s \cup V_c \cup V_b$
$V$	= $V_0 \cup V_s \cup V_c \cup V_b$
$K_1$	= himpunan kendaraan konvensional di jalur 1
$K_2$	= himpunan kendaraan listrik di jalur 2
$K$	= himpunan kendaraan

### Indeks

$i, j$	= indeks yang menyatakan lokasi, dengan $i \neq j$
$k$	= indeks yang menyatakan kendaraan
$a$	= indeks yang menyatakan kendaraan konvensional
$b$	= indeks yang menyatakan kendaraan listrik
$1, 2$	= indeks yang menyatakan jalur 1 dan 2
$s$	= indeks yang menyatakan <i>warehouse</i>

### Parameter

$dis_{ij}$	= jarak antarpelanggan $i$ dan $j$ (km)
$kec$	= asumsi kecepatan (km/jam)
$B_k$	= kapasitas baterai kendaraan listrik $k$ (kWh)
$Q_k$	= kapasitas kendaraan konvensional dan listrik $k$ (kg)
$d_i$	= permintaan lokasi pada <i>node</i> $i$ (kg)
$h$	= tingkat konsumsi baterai (kWh/km)
$c_k^a, c_k^b$	= biaya perjalanan kendaraan konvensional dan listrik per unit (rupiah)
$t_{ij}$	= waktu perjalanan dari <i>node</i> $i$ ke <i>node</i> $j$ (menit)
$p$	= waktu tercepat mulai pelayanan lokasi $i$ (menit)
$q$	= waktu terlambat mulai pelayanan lokasi $i$ (menit)
$g_i$	= durasi pelayanan di lokasi $i$ (menit)

### Variabel Keputusan

$t_i^{(1)}, t_i^{(2)}$	= waktu kedatangan pada <i>node</i> $i$ di jalur 1 dan 2
$bm_{ik}$	= sisa baterai kendaraan listrik $k$ saat tiba di <i>node</i> $i$ jalur 2
$bn_{ik}$	= sisa baterai kendaraan listrik $k$ saat meninggalkan <i>node</i> $i$ jalur 2
$u_{ik}$	= sisa permintaan kendaraan $k$ di <i>node</i> $i$
$x_{ijk}$	= $\begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan konvensional } k \text{ mengunjungi lokasi } j \text{ setelah } i \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$

$$= \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan listrik } k \text{ mengunjungi lokasi } j \text{ setelah } i \text{ dari} \\ & \text{warehouse } s \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan listrik } k \text{ digunakan di area warehouse } s \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

### Fungsi Objektif

Fungsi objektif pada permasalahan ini adalah untuk meminimalkan biaya perjalanan. Fungsi objektif dimodelkan sebagai berikut:

$$f_1 = c_k^a \sum_{k \in K_1} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_1, i \neq j} \left( \frac{dis_{ij} \cdot 60}{kec} \right) \cdot x_{ijk}$$

$$f_2 = c_k^b \sum_{k \in K_2} \sum_{s \in V_s} \sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_2, i \neq j} \left( \frac{dis_{ij} \cdot 60}{kec} \right) \cdot z_{ijkl}$$

Model ini disajikan sebagai berikut:

$$\min f = f_1 + f_2$$

### Kendala

1. Kekontinuan rute jalur 1, di mana apabila kendaraan konvensional  $k$  mengunjungi node  $i$  maka kendaraan tersebut harus meninggalkan node  $i$  untuk mengunjungi node  $j$  :

$$\sum_{i \in V_1} x_{ijk} - \sum_{i \in V_1} x_{jik} = 0, \quad \forall j \in V_1, i \neq j, k \in K_1$$

2. Setiap warehouse dapat dikunjungi lebih dari satu kali:

$$\sum_{k \in K_1} \sum_{i \in V_1} x_{ijk} \geq 1, \quad \forall j \in V_s, i \neq j$$

3. Setiap kendaraan jalur 1 tidak dapat melebihi kapasitas muatan:

$$\sum_{i \in V_s} u_{ik} \leq Q_k, \quad \forall k \in K_1$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

4. Kekontinuan rute jalur 2, di mana apabila kendaraan listrik  $k$  mengunjungi  $node i$  maka kendaraan tersebut harus meninggalkan  $node i$  untuk mengunjungi  $node j$ :

$$\sum_{i \in V_2} z_{ijsk} - \sum_{i \in V_2} z_{jisk} = 0, \quad \forall j \in V_2, i \neq j, k \in K_2, s \in V_s$$

5. Setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali oleh kendaraan listrik:

$$\sum_{k \in K_2} \sum_{s \in V_s} \sum_{i \in V_2} z_{ijsk} = 1, \quad \forall j \in V_c, i \neq j$$

6. Setiap kendaraan jalur 2 tidak dapat melebihi kapasitas muatan:

$$\sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_2, i \neq j} d_j z_{ijsk} \leq Q_k, \quad \forall s \in V_s \quad \forall k \in K_2$$

7. Menjamin semua permintaan pelanggan terpenuhi:

$$\sum_{k \in K_1} u_{sk} \geq \sum_{k \in K_2} \sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_2, i \neq j} d_j z_{ijsk}, \quad \forall s \in V_s$$

8. Memastikan kendaraan listrik tidak menggunakan baterai saat melayani pelanggan:

$$bn_{ik} = bm_{ik}, \quad \forall i \in V_c, k \in K_2$$

9. Memastikan baterai kendaraan listrik maksimal setelah mengunjungi *warehouse* atau SPBKLU:

$$bn_{ik} = B_k \sum_{j \in V_c \cup V_b} \sum_{s \in V_s} z_{ijsk}, \quad \forall i \in V_0 \cup V_s \cup V_b, k \in K_2$$

10. Batas atas sisa baterai pada jalur 2:

$$bm_{jk} \leq bn_{ik} - h \cdot dis_{ij} \cdot z_{ijsk} + B_k (1 - z_{ijsk}), \quad \forall i \in V_2, j \in V_2, s \in V_s, i \neq j, k \in K_2$$

11. Batas bawah sisa baterai pada jalur 2:

$$bm_{jk} \geq bn_{ik} - h \cdot dis_{ij} \cdot z_{ijsk} - B_k (1 - z_{ijsk}), \quad \forall i \in V_2, j \in V_2, s \in V_s, i \neq j, k \in K_2$$

Pembatasan bilangan:

$$\begin{aligned}
 bm_{ik} &\geq 0, & \forall i \in V, k \in K \\
 bn_{ik} &\geq 0, & \forall i \in V, k \in K \\
 x_{ijk} &\in \{0,1\}, & \forall i \in V, j \in V, k \in K \\
 z_{ijsk} &\in \{0,1\}, & \forall i \in V, j \in V, s \in V, k \in K \\
 u_{ik} &\geq 0, & \forall i \in V, k \in K \\
 t_i^1 &\geq 0, & \forall i \in V \\
 t_i^2 &\geq 0, & \forall i \in V \\
 a_{sk} &\in \{0,1\}, & \forall s \in V, k \in K
 \end{aligned}$$

Memastikan tidak ada perjalanan jalur 2 yang melintasi *warehouse*:

$$z_{ijsk} = 0, \quad \forall i \in V_s, j \in V, i \neq s, s \in V_s, k \in K$$

Memastikan perjalanan jalur 2 dimulai dari *warehouse*:

$$\sum_{j \in V_c \cup V_b} \sum_{k \in K_2} z_{ijsk} = 1, \quad \forall s \in V_s$$

Variabel penggunaan kendaraan listrik:

$$\sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_2} z_{ijsk} \leq m \cdot a_{sk}, \quad \forall s \in V_s, k \in K_2$$

Memastikan setiap mobil listrik hanya bisa dipakai di satu *warehouse*:

$$\sum_{s \in V_s} a_{sk} \leq 1, \quad \forall k \in K_2$$

Memastikan tidak ada perjalanan dari dan ke titik yang sama:

$$z_{iisk} = 0, \quad \forall i \in V_2, s \in V_s, k \in K_2$$

Memastikan waktu perjalanan jalur 1 tidak melebihi batas waktu operasional:

$$\sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_s, i \neq j} \left( \frac{dis_{ij} \cdot 60}{kec} \right) x_{ijk} \leq q - p, \quad \forall k \in K_1.$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

- Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



19. Memastikan waktu perjalanan jalur 2 tidak melebihi batas waktu operasional:

$$\sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_c \cup V_b, i \neq j} \left( \frac{dis_{ij} \cdot 60}{kec} \right) z_{ijsk} \leq q - p, \quad \forall k \in K_2, s \in V_s.$$

20. Memastikan tidak ada subtur di perjalanan jalur 1:

$$t_j^1 + m \cdot \left( 1 - \sum_{k \in K_1} x_{ijk} \right) > t_i^1 + 1, \quad \forall i \in V_s, j \in V_s.$$

21. Memastikan tidak ada subtur di perjalanan jalur 2:

$$t_j^2 + m \cdot \left( 1 - \sum_{s \in V_s} \sum_{k \in K_2} z_{ijsk} \right) > t_i^2 + 1, \quad \forall i \in V_c \cup V_b, j \in V_c \cup V_b.$$

22. Kendala hubungan muatan dan rute jalur 1:

$$u_{sk} \leq Q_k \cdot \sum_{i \in V_1} x_{isk}, \quad \forall k \in K_1, s \in V_s.$$

### 4.3 Aplikasi Masalah

Masalah perutean kendaraan konvensional dan listrik dibagi menjadi beberapa kasus yang berbeda dengan kapasitas muatan dan baterai yang heterogen untuk membuktikan bahwa model yang dibuat dapat diimplementasikan dalam berbagai kasus yang serupa. Terdapat 5 kasus berbeda, yang akan dibahas pada penelitian ini, yaitu:

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

Tabel 1 Kondisi setiap kasus

Kasus	Jumlah kendaraan konvensional	Jumlah kendaraan Listrik	Kapasitas muatan kendaraan konvensional (kg)	Kapasitas muatan kendaraan listrik (kg)	Kapasitas baterai (kWh)	Jumlah SPBKLU	Time Windows
1	1	3	300	115	49	3	08.00 – 14.00
				100	39		
				90	25		
2	2	3	300	115	39	3	08.00 – 14.00
				100	36		
				50	25		
3	2	3	200	115	39	3	08.00 – 13.00
				100	36		
				50	25		
4	1	2	320	180	64	3	08.00 – 14.00
				140	52		
5	1	2	320	180	42	3	08.00 – 13.00
				140	39		



Penyelesaian kasus dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* Lingo 20.0. Penyelesaian permasalahan perutean kendaraan konvensional dan listrik dengan *time windows* dilakukan menggunakan data hipotetik dan data sekunder berdasarkan penelitian Shao *et al.* 2017. Data sekunder yang digunakan disajikan pada Tabel 2 berikut

Tabel 2 Data parameter yang digunakan

Parameter	Nilai
$c_{ak}$ (biaya perjalanan kendaraan konvensional)	Rp 2246/km
$c_{bk}$ (biaya perjalanan kendaraan listrik)	Rp 990/km
$h$ (tingkat konsumsi baterai)	0,3 kWh/km

Tabel 1 memperlihatkan kondisi setiap kasus dengan detail jumlah *node* pelanggan, kendaraan, kapasitas kendaraan dan *time windows*. Di sisi lain, Tabel 2 berisi rincian biaya yang terlibat dalam distribusi. Setelahnya, data dari kedua tabel tersebut disertakan ke dalam model yang telah dibuat.

### Kasus 1 Perutean 1 kendaraan konvensional dan 3 kendaraan listrik

Data untuk kasus 1 tertera dalam Tabel 3 yang berisi informasi mengenai jarak antar lokasi, sedangkan permintaan dari setiap lokasi tercantum dalam Tabel 4 seperti yang disajikan sebagai berikut.

Tabel 3 Jarak antarlokasi

Lokasi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 (Depot)	0	33	36	25	52	74	58	73	60	22	47	69	57	85	76	45
2 (Warehouse)	33	0	38	57	29	56	62	40	30	51	73	100	90	73	44	77
3 (Warehouse)	36	38	0	44	31	42	25	62	68	58	43	77	81	50	75	75
4 (Warehouse)	25	57	44	0	69	86	58	95	84	27	28	44	37	93	100	32
5	52	29	31	69	0	27	46	31	48	73	74	107	106	45	47	96
6	74	56	42	86	27	0	42	46	73	96	82	116	123	19	66	116
7	58	62	25	58	46	42	0	77	90	78	44	78	92	39	93	90
8	73	40	62	95	31	46	77	0	35	91	104	135	130	65	20	117
9	60	30	68	84	48	73	90	35	0	71	103	128	114	92	23	98
10	22	51	58	27	73	96	78	91	71	0	55	65	44	107	91	27
11	47	73	43	28	74	82	44	104	103	55	0	34	50	83	115	55
12	69	100	77	44	107	116	78	135	128	65	34	0	34	117	143	49
13	57	90	81	37	106	123	92	130	114	44	50	34	0	129	133	19
14 (SPBCLU)	85	73	50	93	45	19	39	65	92	107	83	117	129	0	85	124
15 (SPBCLU)	76	44	75	100	47	66	93	20	23	91	115	143	133	85	0	118
16 (SPBCLU)	45	77	75	32	96	116	90	117	98	27	55	49	19	124	118	0



Data dalam Tabel 3 mencatat jarak antarlokasi yang harus dilalui kendaraan konvensional dan kendaraan listrik saat melakukan rute untuk pengiriman barang. Lokasi 1 berperan sebagai depot, sementara lokasi 14 hingga 16 adalah SPBCLU, lokasi 2 hingga 4 adalah *warehouse* yang berguna untuk pertukaran antara kendaraan konvensional ke kendaraan listrik. Informasi dari tabel tersebut akan diimplementasikan ke dalam formulasi model yang telah dibuat.

Tabel 4 Koordinat dan jumlah permintaan barang setiap lokasi pada kasus 1

<b>Lokasi</b>	<b>Koordinat (x, y)</b>	<b>Jumlah Permintaan (Kg)</b>
1 (Depot)	(90,90)	0
2 (Warehouse)	(59,102)	0
3 (Warehouse)	(65,64)	0
4 (Warehouse)	(108,73)	0
5	(39,81)	15
6	(23,59)	20
7	(60,40)	20
8	(19,105)	30
9	(45,129)	45
10	(110,100)	20
11	(104,45)	25
12	(138,41)	35
13	(145,74)	35
14 (SPBCLU)	(21,40)	0
15 (SPBCLU)	(22,125)	0
16 (SPBCLU)	(135,90)	0

Tabel 4 berisi koordinat tiap lokasi beserta jumlah permintaan barang di masing-masing lokasi yang telah ditetapkan sebelumnya. Jumlah total permintaan untuk kasus ini adalah 245 kg. Informasi dari Tabel 4 akan dimasukkan ke dalam formulasi model yang telah disiapkan.

Tabel 5 *Time Windows*, waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 1

Lokasi	<i>Time Windows</i>	Waktu awal dan akhir pelayanan [ $a_i, b_i$ ]	Lama waktu layanan
1(Depot)	08.00-11.00	[480,660]	0
2(Warehouse)	08.00-14.00	[480,840]	38
3(Warehouse)	09.00-14.00	[550,840]	18
4(Warehouse)	10.00-14.00	[600,840]	25
5	08.00-13.00	[480,780]	5
6	10.00-12.00	[600,720]	7
7	10.30-13.00	[630,780]	7
8	08.00-13.00	[480,780]	10
9	09.00-10.30	[540,630]	15
10	12.30-13.30	[650,750]	7
11	10.00-11.30	[600,690]	8
12	10.30-12.00	[630,720]	12
13	11.30-12.30	[690,650]	13
14(SPBKLU)	10.00-11.00	[6000,660]	2
15(SPBKLU)	09.30-11.00	[570,660]	2
16(SPBKLU)	12.00-13.00	[720,780]	2

Tabel 5 menyajikan data *time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, serta durasi pelayanan di setiap lokasi untuk kasus 1. Waktu mulai pelayanan dan akhir menunjukkan batas bawah dan atas waktu yang telah disepakati dan harus diikuti oleh kendaraan. Setiap pelanggan memiliki batasan waktu mulai pelayanan dan akhir serta durasi pelayanan yang berbeda-beda.

Pada kasus 1, diperoleh nilai fungsi objektif sebesar Rp1.076.055,00. Fungsi objektif ini memenuhi semua kendala yang ada, dengan waktu yang dibutuhkan untuk menemukan solusi adalah 74 detik menggunakan *software* Lingo 20.0. Sintaks pemrograman dan hasil numerik dapat dilihat pada Lampiran. Berikut ini disajikan Tabel 6, Tabel 7, dan Tabel 8 untuk memperjelas hasil yang diperoleh. Tabel 6 berisi rute optimal yang terbentuk, Tabel 7 berisi *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pelanggan dan Tabel 8 berisi sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik di setiap lokasi pelanggan.

Tabel 6 Rute optimal pada kasus 1

Kendaraan	Rute yang terbentuk	Total jarak tempuh (km)	Total muatan (kg)
1 (Konvensional)	1-2-3-4-1	140	245
2 (Listrik)	4-11-12-13-16-10-4	169	115
3 (Listrik)	3-5-6-7-3	124	55
4 (Listrik)	2-9-15-8-2	114	75

Berdasarkan Tabel 6, terlihat bahwa rute optimal untuk kendaraan konvensional adalah 1-2-3-4-1 dengan total jarak tempuh 140 km dan total muatan 245 kg. Untuk kendaraan 2 (Listrik), rute optimal adalah 4-11-12-13-16-10-4 dengan total jarak tempuh 169 km dan total muatan 115 kg. Kendaraan 3 (Listrik) mempunyai rute optimal 3-5-6-7-3 dengan total jarak tempuh 124 km dan total muatan 55 kg. Sedangkan untuk kendaraan 4 (Listrik) mempunyai rute optimal 2-9-15-8-2 dengan total jarak tempuh 45 km dan total muatan 80 kg. Kendaraan 2 dan 4 mengunjungi SPBKLU untuk mengisi daya dikarenakan akumulasi jarak tempuh lebih besar dari kapasitas kendaraan listrik.

Tabel 7 Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 1

Kendaraan	Rute distribusi	Time Windows	Menit mulai pelayanan	Waktu mulai pelayanan
1 (Konvensional)	1	08.00-11.00	480	08.00
	2	08.00-14.00	502	08.22
	3	09.00-14.00	566	09.26
	4	10.00-14.00	613	10.13
	1	08.00-11.00	655	10.55
2 (Listrik)	4	10.00-14.00	638	10.38
	11	10.00-11.30	657	10.57
	12	10.30-12.00	688	11.28
	13	11.30-12.30	718	11.58
	16	12.00-13.00	743	12.23
	10	12.30-13.30	763	12.43
	4	10.00-14.00	788	13.08
3 (Listrik)	3	09.00-14.00	544	09.44
	5	08.00-13.00	605	10.05
	6	10.00-12.00	628	10.28
	7	10.30-13.00	663	11.03
	3	09.00-14.00	686	11.26
4 (Listrik)	2	08.00-14.00	540	09.00
	9	09.00-10.30	560	09.20
	15	09.30-11.00	590	09.51
	8	08.00-13.00	604	10.06
	2	08.00-14.00	643	10.43

Tabel 7 menunjukkan waktu mulai pelayanan di setiap lokasi. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 10.55. Kendaraan 2 (Listrik) pertama kali tiba dan mulai melakukan pelayanan pada pukul 10.38 dan kemudian kembali ke *warehouse* pada pukul 13.08. Kendaraan 3 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 09.44 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 11.26. Kendaraan 4 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 09.00 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 10.43.

Tabel 8 Sisa muatan dan baterai pada kendaraan di setiap lokasi pada kasus 1

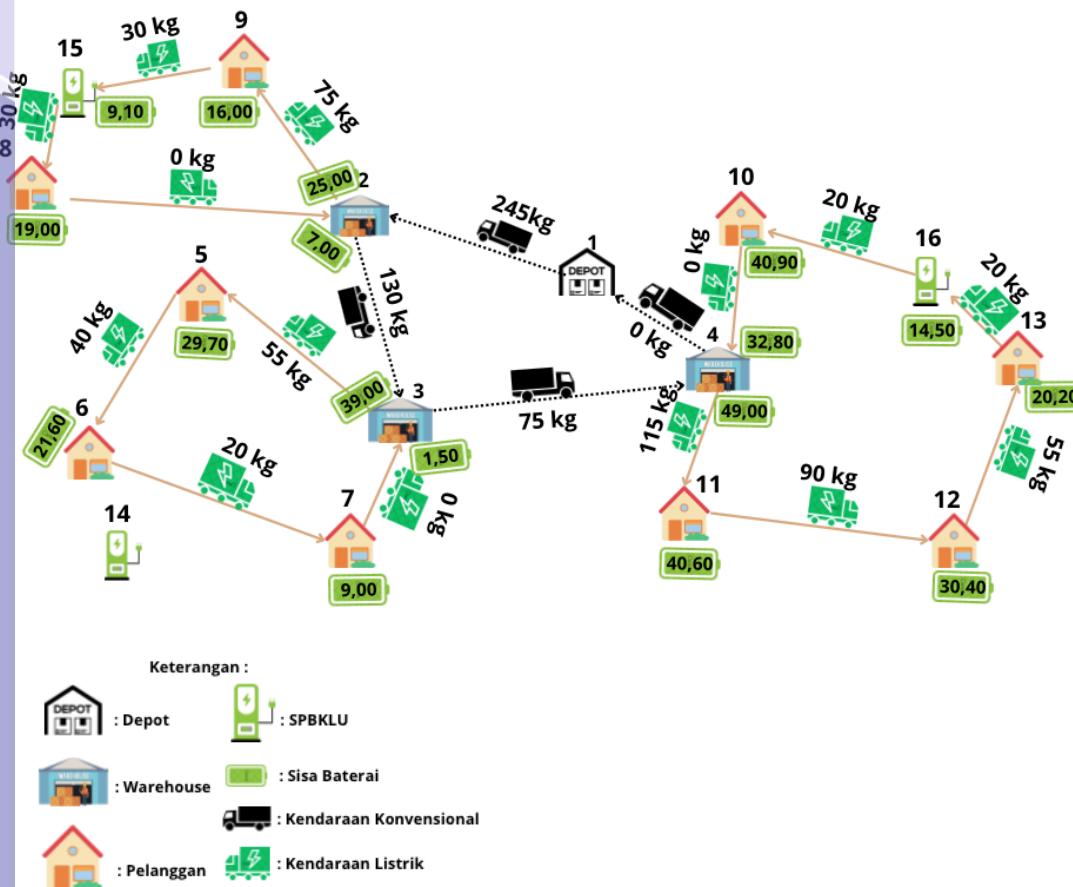
Kendaraan	Rute distribusi	Sisa Muatan (kg)	Sisa Baterai
1 (Konvensional)	1	245	
	2	130	
	3	75	
	4	0	
	1	0	
2 (Listrik)	4	115	49,00
	11	90	40,60
	12	55	30,40
	13	20	20,20
	16	20	14,50
	10	0	40,90
	4	0	32,80
3 (Listrik)	3	55	39,00
	5	40	29,70
	6	20	21,60
	7	0	9,00
	3	0	1,50
4 (Listrik)	2	75	25,00
	9	30	16,00
	15	30	9,10
	8	0	19,00
	2	0	7,00

Tabel 8 memperlihatkan sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi. Tabel 8 menunjukkan bahwa muatan berkurang seiring perutean. Selain itu, daya baterai juga menurun selama perjalanan dan meningkat ketika diisi ulang di SPBKLU. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 245 kg menuju *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 2 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 115 kg dan kapasitas baterai 49,00 kWh, kendaraan mengganti baterai pada SPBKLU 16, lalu kembali dengan sisa muatan 0 kg dan sisa baterai 32,80 kWh. Kendaraan 3 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 55 kg dan kapasitas baterai 39,00 kWh, kendaraan tidak melakukan penggantian baterai dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 1,53 kWh dan sisa muatan 0 kg. Sedangkan, kendaraan 4 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan kapasitas muatan 75 kg dan kapasitas baterai 25,00 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKLU 15 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 7,00 kWh dan sisa muatan 0 kg.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau s

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

  1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Gambar 3 Rute kasus

Berdasarkan Gambar 3, depot dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “DEPOT”, setiap lokasi pelanggan dilambangkan dengan rumah berwarna oranye, SPBKLU dilambangkan dengan bangunan berwarna hijau, *warehouse* dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “WAREHOUSE”, sisa baterai kendaraan listrik pada saat kendaraan listrik tiba di lokasi dilambangkan dengan persegi panjang berwarna hijau muda, panah oranye melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan listrik dan panah hitam melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan konvensional.

## Kasus 2 perutean 1 kendaraan konvensional dan 3 kendaraan listrik

Pada kasus kedua, disediakan satu kendaraan konvensional dengan kapasitas muatan 300 kg yang menuju ke 3 *warehouse*. Dalam kasus ini, terdapat 3 kendaraan listrik dengan kapasitas muatan dan baterai yang berbeda dan terdapat 3 SPBKLUs yang dapat dikunjungi kendaraan listrik jika diperlukan untuk mengganti baterai. Kendaraan 1 (Konvensional) memiliki kapasitas kendaraan 300 kg. Kendaraan 2 (Listrik) memiliki kapasitas muatan 100 kg dengan kapasitas baterai 36,00 kWh. Kendaraan 3 (Listrik) memiliki kapasitas muatan 115 kg dengan kapasitas baterai 39,00 kWh. Sedangkan kendaraan 4 (Listrik) memiliki kapasitas muatan yang lebih kecil yaitu 50 kg dengan kapasitas baterai 25,00 kWh. Keempat kendaraan

memiliki kecepatan kendaraan 40 km/jam dengan laju konsumsi baterai 0,3 kWh/km. Proses perutean harus dilakukan di dalam *time windows* yang dimulai dari pukul 08.00 sampai pukul 14.00. Koordinat lokasi, banyaknya permintaan, dan jarak antar lokasi pada kasus ini sama dengan Kasus 1 yang dimuat pada Tabel 3 dan Tabel 4. Berikut *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pada kasus 2 yang akan ditunjukkan pada Tabel 9.

Tabel 9 *Time windows*, waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan

Lokasi	Time Windows	Waktu awal dan akhir pelayanan [ $a_i, b_i$ ]	Lama Waktu Pelayanan (menit)
1 (Depot)	08.00-11.00	[480,660]	0
2 (Warehouse)	08.00-14.00	[480,840]	30
3 (Warehouse)	09.00-14.00	[540,840]	13
4 (Warehouse)	10.00-14.00	[600,840]	38
5	10.00-12.00	[600,720]	5
6	12.00-13.00	[720,780]	7
7	10.30-11.30	[630,690]	7
8	10.00-13.00	[600,780]	10
9	10.00-11.30	[600,690]	15
10	12.30-14.00	[750,840]	7
11	10.30-11.00	[630,660]	8
12	11.00-12.00	[660,720]	12
13	12.00-12.30	[720,750]	13
14 (SPBKLU)	11.00-11.30	[660,630]	2
15 (SPBKLU)	09.30-12.00	[570,720]	2
16 (SPBKLU)	12.00-13.00	[720,780]	2

Tabel menyajikan data *time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, serta durasi pelayanan di setiap lokasi untuk kasus 2. Waktu mulai dan akhir pelayanan menunjukkan batas bawah dan atas waktu yang telah disepakati dan harus diikuti oleh kendaraan. Setiap pelanggan memiliki batasan waktu mulai pelayanan dan akhir serta durasi pelayanan yang berbeda-beda.

Pada kasus 2, diperoleh nilai fungsi objektif sebesar Rp 1.105.755,00. Fungsi objektif ini memenuhi semua kendala yang ada, dengan waktu yang dibutuhkan untuk menemukan solusi adalah 210 detik menggunakan *software* Lingo 20.0. Sintaks pemrograman dan hasil numerik dapat dilihat pada Lampiran. Berikut ini disajikan Tabel 10, Tabel 11, dan Tabel 12 untuk memperjelas hasil yang diperoleh. Tabel 10 berisi rute optimal yang terbentuk, Tabel 11 berisi *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pelanggan, dan Tabel 12 berisi sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik di setiap lokasi pelanggan.

Tabel 10 Rute optimal pada kasus 2

Kendaraan	Rute yang terbentuk	Total jarak tempuh (km)	Total muatan (kg)
1 (Konvensional)	1-2-3-4-1	140	245
2 (Listrik)	4-11-12-13-16-10-4	169	115
3 (Listrik)	2-9-15-8-5-2	134	90
4 (Listrik)	3-7-14-6-3	125	40

Berdasarkan Tabel 10, terlihat bahwa rute optimal untuk kendaraan konvensional adalah 1-2-3-4-1 dengan total jarak tempuh 140 km dan total muatan sebesar 245 kg. Untuk kendaraan 2 (Listrik), rute optimal adalah 2-9-15-8-5-2 dengan total jarak tempuh 134 km dan total muatan 90 kg. Kendaraan 3 (Listrik) mempunyai rute optimal 4-11-12-13-16-10-4 dengan total jarak tempuh 184 km dan total muatan 115 kg. Sedangkan untuk kendaraan 4 (Listrik) mempunyai rute optimal 3-7-14-6-3 dengan total jarak tempuh 125 km dan total muatan 40 kg. Pada kasus ini semua kendaraan listrik mengunjungi SPBKLU.

Tabel 11 Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi kasus 2

Kendaraan	Rute distribusi	Time Windows	Menit mulai pelayanan	Waktu mulai pelayanan
1 (Konvensional)	1	08.00-11.00	480	08.00
	2	08.00-14.00	502	08.22
	3	09.00-14.00	558	09.18
	4	10.00-14.00	600	10.00
	1	08.00-11.00	657	10.57
2 (Listrik)	4	10.00-14.00	638	10.38
	11	10.30-11.00	657	10.57
	12	11.00-12.00	688	11.28
	13	12.00-12.30	722	12.02
	16	12.00-13.00	747	12.27
	10	12.30-14.00	767	12.47
	4	10.00-14.00	792	13.12
3 (Listrik)	2	09.00-14.00	532	08.52
	9	10.00-11.30	552	09.12
	15	09.30-12.00	593	09.43
	8	10.00-13.00	600	10.00
	5	10.00-12.00	631	10.31
	2	09.00-14.00	655	10.55
4 (Listrik)	3	08.00-14.00	571	09.31
	7	10.30-11.30	630	10.30
	14	11.00-11.30	663	11.03
	6	12.00-13.00	720	12.00
	3	08.00-14.00	755	12.35

Tabel 11 menunjukkan waktu mulai pelayanan di setiap lokasi. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 10.57. Kendaraan 2 (Listrik) berangkat dari depot pada pukul 08.52 dan kembali ke depot pada pukul 10.55. Kendaraan 3 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 10.38 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 13.12. Kendaraan 4 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 09.31 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 12.35.

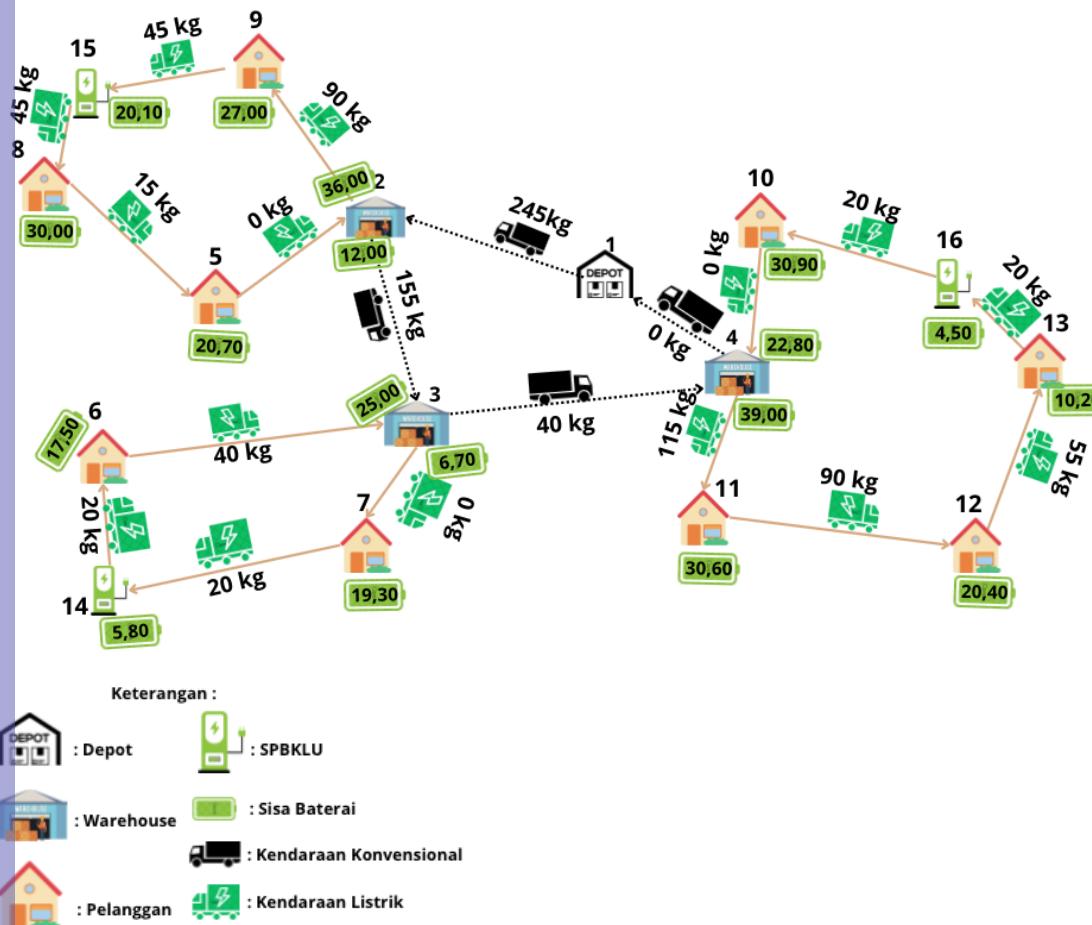
Tabel 12 Sisa muatan dan baterai pada kendaraan di setiap lokasi pada kasus 2

Kendaraan	Rute distribusi	Sisa Muatan (kg)	Sisa Baterai (kWh)
1 (Konvensional)	1	245	
	2	155	
	3	40	
	4	0	
	1	0	
2 (Listrik)	4	115	39,00
	11	90	30,60
	12	55	20,40
	13	20	10,20
	16	20	4,50
	10	0	30,90
	4	0	22,80
3 (Listrik)	2	90	36,00
	9	45	27,00
	15	45	20,10
	8	15	30,00
	5	0	20,70
	2	0	12,00
4 (Listrik)	3	40	25,00
	7	20	17,50
	14	20	5,80
	6	0	19,30
	3	0	6,70

Tabel 12 memperlihatkan sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi. Tabel tersebut menunjukkan bahwa muatan berkurang seiring perutean. Selain itu, daya baterai juga menurun selama perjalanan dan meningkat ketika diisi ulang di SPBKL. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 245 kg menuju *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 2 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 90 kg dan kapasitas baterai 36,00 kWh, kendaraan mengganti baterai pada SPBKL 15, lalu kembali ke *warehouse* dengan sisa muatan 0 kg dan sisa baterai 12,00 kWh. Kendaraan 3 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 115 kg dan

kapasitas baterai 39,00 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKLU 16 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 22,80 kWh dan sisa muatan 0 kg. Sedangkan, kendaraan 4 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan kapasitas muatan 40 kg dan kapasitas baterai 25,00 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKLU 14 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 6,70 kWh dan sisa muatan 0 kg. Ilustrasi untuk kasus 1 dapat dilihat di Gambar 4.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh



Gambar 4 Rute kasus 2

Berdasarkan Gambar 4, depot dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “DEPOT”, setiap lokasi pelanggan dilambangkan dengan rumah berwarna oranye, SPBCLU dilambangkan dengan bangunan berwarna hijau, *warehouse* dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “WAREHOUSE”, sisa baterai kendaraan listrik pada saat kendaraan listrik tiba di lokasi dilambangkan dengan persegi panjang berwarna hijau muda, panah oranye melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan listrik dan panah hitam melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan konvensional.

### Kasus 3 Perutean 2 kendaraan konvensional dan 3 kendaraan listrik

Pada kasus kedua, disediakan dua kendaraan konvensional dengan kapasitas muatan 200 kg dan 100 kg yang menuju ke 3 *warehouse*. Dalam kasus ini, terdapat 3 kendaraan listrik dengan kapasitas muatan dan baterai yang berbeda dan terdapat 3 SPBKLU yang dapat dikunjungi kendaraan listrik jika diperlukan untuk mengganti baterai. Kendaraan 1 (Konvensional) memiliki kapasitas kendaraan 200 kg. Kendaraan 2 (Konvensional) memiliki kapasitas muatan 100 kg. Kendaraan 3 (Listrik) memiliki kapasitas muatan 100 kg dengan kapasitas baterai 36,00 kWh. Sedangkan kendaraan 4 (Listrik) memiliki kapasitas muatan yang lebih besar yaitu 115 kg dengan kapasitas baterai 39,00 kWh. Kendaraan 5 (Listrik) memiliki kapasitas muatan lebih kecil yaitu 50 kg dan kapasitas baterai 25,00 kWh. Kelima kendaraan memiliki kecepatan kendaraan 40km/jam dengan laju konsumsi baterai untuk kendaraan listrik sebesar 0.3 kWh/km. Proses perutean harus dilakukan di dalam time windows yang dimulai dari pukul 08.00 sampai pukul 13.00. Koordinat lokasi, banyaknya permintaan, dan jarak antar lokasi pada kasus ini sama dengan Kasus 1 yang dimuat pada Tabel 3 dan Tabel 4. Berikut time windows, dan waktu pelayanan setiap lokasi pada kasus 2 yang akan ditunjukan pada Tabel 13.

Tabel 13 *Time windows*, waktu awal dan akhir mulai pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 3

Lokasi	Time Windows	Waktu awal dan akhir mulai pelayanan $[a_i, b_i]$	Lama waktu pelayanan (menit)
1 (Depot)	08.00-10.30	[480,630]	0
2 ( <i>Warehouse</i> )	08.30-13.00	[510,780]	30
3 ( <i>Warehouse</i> )	08.30-13.00	[510,780]	38
4 ( <i>Warehouse</i> )	09.00-13.00	[540,780]	13
5	10.00-11.30	[600,690]	5
6	10.00-12.30	[600,750]	7
7	09.00-10.30	[540,630]	7
8	09.30-12.00	[570,720]	10
9	10.00-12.00	[600,720]	15
10	09.30-10.00	[570,600]	7
11	11.30-12.30	[690,750]	8
12	11.00-12.00	[660,720]	12
13	10.30-13.00	[630,780]	13
14 (SPBKLU)	09.30-11.00	[570,660]	2
15 (SPBKLU)	10.00-13.00	[600,780]	2
16 (SPBKLU)	10.00-12.00	[600,720]	2

Tabel 13 menyajikan data *time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, serta durasi pelayanan di setiap lokasi untuk kasus 3. Waktu mulai pelayanan dan akhir menunjukkan batas bawah dan atas waktu yang telah disepakati dan harus diikuti oleh kendaraan. Setiap pelanggan memiliki batasan waktu mulai pelayanan dan akhir serta durasi pelayanan yang berbeda-beda.



Pada kasus 3, diperoleh nilai fungsi objektif sebesar Rp1.210.194 ,00. Fungsi objektif ini memenuhi semua kendala yang ada, dengan waktu yang dibutuhkan untuk menemukan solusi adalah 1038 detik menggunakan *software* Lingo 20.0. Sintaks pemrograman dan hasil numerik dapat dilihat pada Lampiran. Berikut ini disajikan Tabel 14, Tabel 15, dan Tabel 16 untuk memperjelas hasil yang diperoleh. Tabel 14 berisi rute optimal yang terbentuk, Tabel 15 berisi *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pelanggan, dan Tabel 16 berisi sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik di setiap lokasi pelanggan.

Tabel 14 Rute optimal pada kasus 3

Kendaraan	Rute yang terbentuk	Total jarak tempuh (km)	Total muatan (kg)
1 (Konvensional)	1-3-4-1	105	155
2 (Konvensional)	1-2-1	66	90
3 (Listrik)	4-10-16-13-12-11-4	169	115
4 (Listrik)	2-5-8-15-9-2	134	90
5(Listrik)	3-7-14-6-3	125	40

Berdasarkan Tabel 14, terlihat bahwa rute optimal untuk kendaraan konvensional adalah 1-3-4-1 dan 1-2-1 dengan total jarak tempuh 105 km dan 66 km dan total muatan sebesar 155 kg dan 90 kg. Untuk kendaraan 3 (Listrik), rute optimal adalah 2-5-8-15-9-2 dengan total jarak tempuh 248 km dan total muatan 90 kg. Kendaraan 4 (Listrik) mempunyai rute optimal 4-10-16-13-12-11-4 dengan total jarak tempuh 169 km dan total muatan 115 kg. Sedangkan untuk kendaraan 5 (Listrik) mempunyai rute optimal 3-7-14-6-3 dengan total jarak tempuh 125 km dan total muatan 40 kg.

Tabel 15 Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 3

Kendaraan	Rute distribusi	Time Windows	Menit mulai pelayanan	Waktu mulai pelayanan
1 (Konvensional)	1	08.00-10.30	480	08.00
	3	08.30-13.00	504	08.24
	4	09.00-13.00	571	09.31
	1	08.00-10.30	601	10.01
2 (Konvensional)	1	08.00-10.30	480	08.00
	2	08.30-13.00	502	08.22
	1	08.00-10.30	554	09.14
3 (Listrik)	4	09.00-13.00	584	09.44
	10	09.30-10.00	602	10.02
	16	10.00-12.00	627	10.27
	13	10.30-13.00	642	10.42
	12	11.00-12.00	678	11.18
	11	11.30-12.30	713	11.53
	4	09.00-13.00	740	12.20
	2	08.30-13.00	532	08.52
4 (Listrik)	5	10.00-11.30	600	10.00
	8	09.30-12.00	626	10.26
	15	10.00-13.00	649	10.49
	9	10.00-12.00	667	11.07
	2	08.30-13.00	702	11.42
5 (Listrik)	3	08.30-13.00	542	09.02
	7	09.00-10.30	558	09.18
	14	09.30-11.00	591	09.51
	6	10.00-12.30	606	10.06
	3	08.30-13.00	641	10.41

Tabel 15 menunjukkan waktu mulai pelayanan di setiap lokasi. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot 1 pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 10.01. Kendaraan 2 (Konvensional) berangkat dari depot pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 09.14. Kendaraan 3 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 08.52 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 11.42. Kendaraan 4 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 09.44 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 2.20. Kendaraan 5 (Listrik) berangkat dari *warehouse* pada pukul 9.02 dan kembali pada pukul 10.41.

Tabel 16 Sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik pada kasus 3

Kendaraan	Rute distribusi	Sisa Muatan (Kg)	Sisa Baterai (kWh)
1 (Konvensional)	1	155	
	3	115	
	4	0	
	1	0	
2 (Konvensional)	1	90	
	2	0	
	1	0	
3 (Listrik)	2	90	36,00
	5	75	27,30
	8	45	18,00
	15	45	12,00
	9	0	29,10
	2	0	20,10
4 (Listrik)	4	115	39,00
	10	95	30,90
	16	95	22,80
	13	60	33,30
	12	25	23,10
	11	0	12,90
5 (Listrik)	4	0	4,50
	3	40	25,00
	7	20	17,50
	14	20	5,80
	6	0	19,30
	3	0	6,70

Tabel 16 memperlihatkan sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi. Tabel tersebut menunjukkan bahwa muatan berkurang seiring perutean. Selain itu, daya baterai juga menurun selama perjalanan dan meningkat ketika diisi ulang di SPBKLU. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 155 kg menuju *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 2 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 90 kg menuju ke *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 3 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 90 kg dan kapasitas baterai 36,00 kWh, kendaraan mengganti baterai pada SPBKLU 15, lalu kembali dengan sisa muatan 0 kg dan sisa baterai 20,10 kWh. Kendaraan 4 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 115 kg dan kapasitas baterai 39,00 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKLU 16 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 4,50 kWh dan sisa muatan 0 kg. Sedangkan, kendaraan 5 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan kapasitas muatan 40 kg dan kapasitas baterai 25,00 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKLU 14 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 6,70 kWh dan sisa muatan 0 kg.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

- Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber
- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah



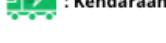
**Keterangan :**



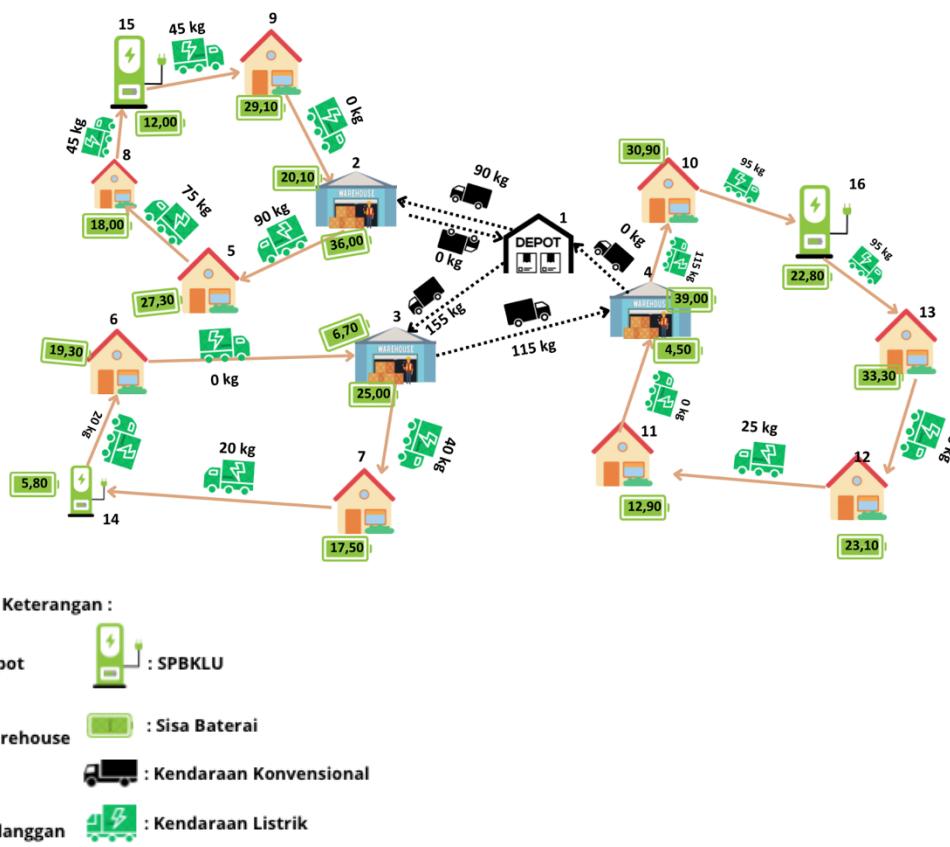
: SPBKLU



: Kendaraan Konvensional



: Pelanggan



Gambar 5 Rute kasus 3

Berdasarkan Gambar 5, depot dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “DEPOT”, setiap lokasi pelanggan dilambangkan dengan rumah berwarna oranye, SPBKLU dilambangkan dengan bangunan berwarna hijau, warehouse dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “WAREHOUSE”, sisa baterai kendaraan listrik pada saat kendaraan listrik tiba di lokasi dilambangkan dengan persegi panjang berwarna hijau muda, panah oranye melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan listrik dan panah hitam melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan konvensional.

#### Kasus 4 Perutean 1 kendaraan konvensional dan 2 kendaraan listrik

Pada kasus kempat, disediakan satu kendaraan konvensional dengan kapasitas muatan 320 kg yang menuju ke 2 warehouse. Dalam kasus ini, terdapat 2 kendaraan listrik dengan kapasitas muatan dan baterai yang berbeda dan terdapat 3 SPBKLU yang dapat dikunjungi kendaraan listrik jika diperlukan untuk mengganti baterai. Kendaraan 1 (Konvensional) memiliki kapasitas kendaraan 320 kg. Kendaraan 2 (Listrik) memiliki kapasitas muatan 180 kg dengan kapasitas baterai 64,00 kWh. Sedangkan kendaraan 3 (Listrik) memiliki kapasitas muatan yang lebih besar yaitu 115 kg dengan kapasitas baterai 52,00 kWh. Ketiga kendaraan memiliki kecepatan kendaraan 40 km/jam dengan laju konsumsi baterai untuk kendaraan listrik sebesar 0.3 kWh/km. Proses perutean harus dilakukan di dalam *time windows* yang dimulai dari pukul 08.00 sampai pukul 13.00. Koordinat lokasi dan jarak antar lokasi pada kasus ini sama dengan Kasus 1 yang dimuat pada

Tabel 3 dan Tabel 4. Berikut jumlah permintaan pada kasus 4 yang akan ditunjukkan pada Tabel 17.

Tabel 17 Jumlah permintaan pada kasus 4

<b>Lokasi</b>	<b>Jumlah Permintaan (Kg)</b>
1 (Depot)	0
2 (Warehouse)	0
3 (Warehouse)	0
4	25
5	20
6	35
7	30
8	45
9	15
10	25
11	35
12	40
13 (SPBCLU)	0
14 (SPBCLU)	0
15 (SPBCLU)	0

Tabel 17 menyajikan jumlah permintaan barang di setiap lokasi yang telah ditentukan sebelumnya. Data dalam Tabel 17 akan digunakan dalam formulasi model yang telah dibuat.

Tabel 18 *Time windows*, waktu awal dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan

<b>Lokasi</b>	<b>Time Windows</b>	<b>Waktu awal dan akhir mulai pelayanan <math>[a_i, b_i]</math></b>	<b>Lama waktu pelayanan (menit)</b>
1 (Depot)	08.00-10.30	[480,630]	0
2 (Warehouse)	08.00-13.00	[480,780]	52
3 (Warehouse)	09.00-13.00	[540,780]	38
4	10.30-12.00	[630,720]	8
5	10.00-12.00	[600,720]	7
6	09.00-11.30	[540,630]	12
7	11.00-12.30	[660,750]	10
8	11.00-13.30	[660,810]	15
9	08.00-13.00	[480,780]	5
10	08.30-13.00	[510,780]	8
11	10.30-13.00	[630,660]	12
12	10.00-12.00	[600,720]	13
13 (SPBCLU)	10.00-11.30	[600,690]	2
14 (SPBCLU)	11.30-13.00	[690,780]	2
15 (SPBCLU)	09.00-11.00	[540,660]	2

Tabel 18 menyajikan data *time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, serta durasi pelayanan di setiap lokasi untuk kasus 4. Waktu mulai pelayanan dan akhir menunjukkan batas bawah dan atas waktu yang telah disepakati dan harus diikuti oleh kendaraan. Setiap pelanggan memiliki batasan waktu mulai pelayanan dan akhir serta durasi pelayanan yang berbeda-beda.

Pada kasus 4, diperoleh nilai fungsi objektif sebesar Rp952.200,00. Fungsi objektif ini memenuhi semua kendala yang ada, dengan waktu yang dibutuhkan untuk menemukan solusi adalah 27 detik menggunakan *software* Lingo 20.0. Sintaks pemrograman dan hasil numerik dapat dilihat pada Lampiran. Berikut ini disajikan Tabel 19, Tabel 20, dan Tabel 21 untuk memperjelas hasil yang diperoleh. Tabel 19 berisi rute optimal yang terbentuk, Tabel 20 berisi *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pelanggan, dan Tabel 21 berisi sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik di setiap lokasi pelanggan.

Tabel 19 Rute optimal pada kasus 4

Kendaraan	Rute yang terbentuk	Total jarak tempuh (km)	Total muatan (kg)
1 (Konvensional)	1-2-3-1	105	270
2 (Listrik)	2-6-5-4-7-14-8-2	236	155
4 (Listrik)	3-9-12-11-10-3	167	115

Berdasarkan Tabel 19, terlihat bahwa rute optimal untuk kendaraan konvensional adalah 1-2-3-1 dengan total jarak tempuh 105 km dan total muatan sebesar 270 kg. Untuk kendaraan 2 (Listrik), rute optimal adalah 2-6-5-4-7-14-8-2 dengan total jarak tempuh 236 km dan total muatan 155 kg. Kendaraan 4 (Listrik) mempunyai rute optimal 3-9-12-11-10-3 dengan total jarak tempuh 167 km dan total muatan 115 kg.

Tabel 20 Waktu mulai pelayanan di setiap lokasi pada kasus 4

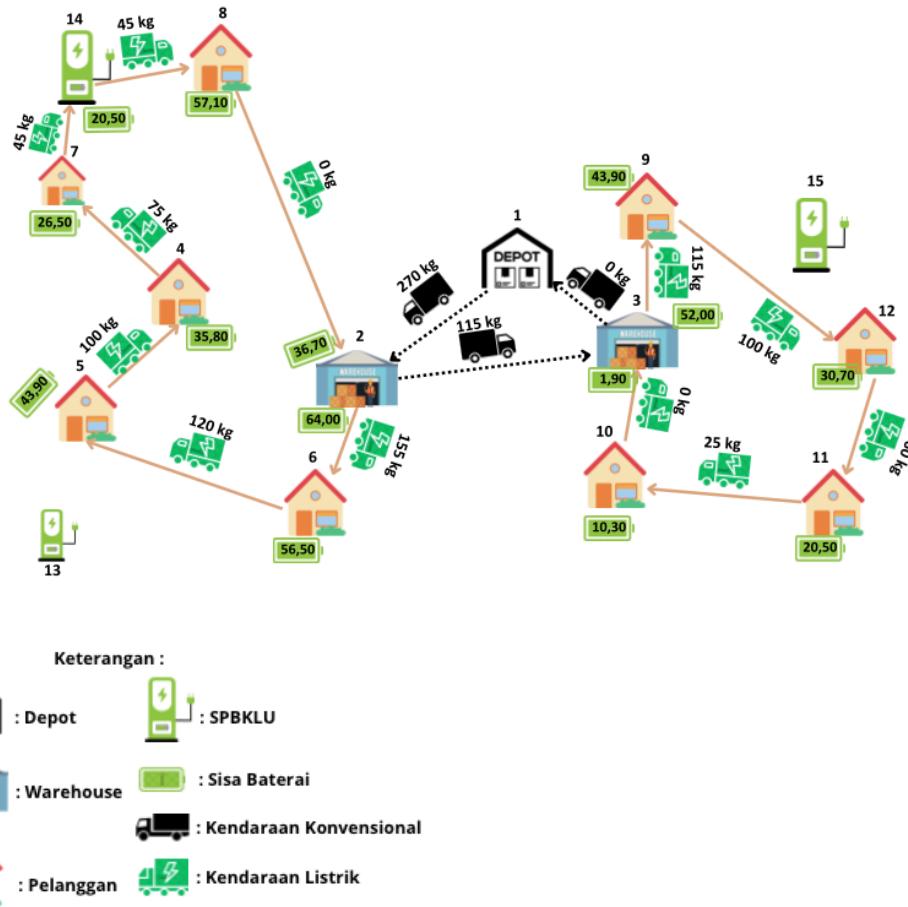
Kendaraan	Rute distribusi	Time Windows	Menit mulai pelayanan	Waktu mulai pelayanan
1 (Konvensional)	1	08.00-11.00	480	08.00
	2	08.00-13.00	504	08.24
	3	09.00-13.00	585	09.45
	1	08.00-11.00	640	10.40
2 (Listrik)	2	08.00-13.00	556	09.16
	6	09.00-11.30	572	09.32
	5	10.00-12.00	612	10.12
	4	10.30-12.00	637	10.37
	7	11.00-12.30	666	11.06
	14	11.30-13.00	690	11.30
	8	11.00-13.30	718	11.48
	2	08.00-13.00	768	12.48
3 (Listrik)	3	09.00-13.00	623	10.23
	9	08.00-13.00	641	10.41
	12	10.00-12.00	675	11.15
	11	10.30-13.00	715	11.50
	10	08.30-13.00	745	12.25
	3	09.00-13.00	772	12.52

Tabel 20 menunjukkan waktu mulai pelayanan di setiap lokasi. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 10.40. Kendaraan 2 (Listrik) memulai pelayanan pada pukul 09.16 dan kembali ke depot pada pukul 12.48. Kendaraan 3 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 10.23 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 12.52.

Tabel 21 Sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi pada kasus 4

Kendaraan	Rute distribusi	Sisa Muatan (Kg)	Sisa Baterai (kWh)
1 (Konvensional)	1	270	
	2	115	
	3	0	
	1	0	
2 (Listrik)	2	155	64,00
	6	120	56,50
	5	100	43,90
	4	75	35,80
	7	45	26,50
	14	45	20,50
	8	0	57,10
	2	0	36,70
	3	115	52,00
3 (Listrik)	9	100	43,90
	12	60	30,70
	11	25	20,50
	10	0	10,30
	3	0	1,90

Tabel 21 memperlihatkan sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi. Tabel tersebut menunjukkan bahwa muatan berkurang seiring perutean. Selain itu, daya baterai juga menurun selama perjalanan dan meningkat ketika diisi ulang di SPBKL. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 270 kg menuju *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 2 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 155 kg dan kapasitas baterai 64,00 kWh, kendaraan mengganti baterai pada SPBKL 14, lalu kembali dengan sisa muatan 0 kg dan sisa baterai 36,70 kWh. Kendaraan 3 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 115 kg dan kapasitas baterai 52,00 kWh, kendaraan tidak melakukan penggantian baterai dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 1,90 kWh dan sisa muatan 0 kg.



Gambar 6 Rute kasus 4

Berdasarkan Gambar 6, depot dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “DEPOT”, setiap lokasi pelanggan dilambangkan dengan rumah berwarna oranye, SPBKLU dilambangkan dengan bangunan berwarna hijau, warehouse dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “WAREHOUSE”, sisa baterai kendaraan listrik pada saat kendaraan listrik tiba di lokasi dilambangkan dengan persegi panjang berwarna hijau muda, panah oranye melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan listrik dan panah hitam melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan konvensional.

### Kasus 5 Pendistribusian 1 kendaraan konvensional dan 2 kendaraan listrik

Pada kasus kelima, disediakan satu kendaraan konvensional dengan kapasitas muatan 320 kg yang menuju ke 2 warehouse. Dalam kasus ini, terdapat 2 kendaraan listrik dengan kapasitas muatan dan baterai yang berbeda dan terdapat 3 SPBKLU yang dapat dikunjungi kendaraan listrik jika diperlukan untuk mengganti baterai. Kendaraan 1 (Konvensional) memiliki kapasitas kendaraan 320 kg. Kendaraan 2 (Listrik) memiliki kapasitas muatan 180 kg dengan kapasitas baterai 42,00 kWh. Sedangkan kendaraan 3 (Listrik) memiliki kapasitas muatan yaitu 140 kg dengan kapasitas baterai 39,00 kWh. Ketiga kendaraan memiliki kecepatan kendaraan 40 km/jam dengan laju konsumsi baterai untuk kendaraan

listrik sebesar 0.3 kWh/km. Proses perutean harus dilakukan di dalam *time windows* yang dimulai dari pukul 08.00 sampai pukul 13.00. Koordinat lokasi dan jarak antar lokasi pada kasus ini sama dengan Kasus 1 yang dimuat pada Tabel 3 dan Tabel 4. Jumlah permintaan pada Kasus 5 sama dengan Kasus 4 yang dimuat pada Tabel 17. Berikut *time windows*, dan waktu pelayanan setiap lokasi pada kasus 2 yang akan ditunjukkan pada Tabel 22.

Tabel 22 *Time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, dan lama waktu pelayanan pada kasus 5

Lokasi	Time Windows	Waktu awal dan akhir mulai pelayanan $[a_i, b_i]$	Lama waktu pelayanan (menit)
1 (Depot)	08.00-11.00	[480,660]	0
2 (Warehouse)	08.00-13.00	[480,780]	52
3 (Warehouse)	09.00-13.00	[540,780]	38
4	10.30-12.30	[630,750]	8
5	10.00-10.30	[600,630]	7
6	09.30-10.30	[570,630]	12
7	11.00-11.30	[660,690]	10
8	11.30-13.00	[690,780]	15
9	12.00-13.00	[720,780]	5
10	10.00-11.00	[600,660]	8
11	11.00-12.00	[660,720]	12
12	11.30-12.30	[690,750]	13
13 (SPBKL)	09.00-13.00	[540,780]	2
14 (SPBKL)	09.00-13.00	[540,780]	2
15 (SPBKL)	12.00-12.30	[720,750]	2

Tabel 22 menyajikan data *time windows*, waktu mulai dan akhir pelayanan, serta durasi pelayanan di setiap lokasi untuk kasus 5. Waktu mulai pelayanan dan akhir menunjukkan batas bawah dan atas waktu yang telah disepakati dan harus diikuti oleh kendaraan. Setiap pelanggan memiliki batasan waktu mulai pelayanan dan akhir serta durasi pelayanan yang berbeda-beda.

Pada kasus 5, diperoleh nilai fungsi objektif sebesar Rp955.170,00. Fungsi objektif ini memenuhi semua kendala yang ada, dengan waktu yang dibutuhkan untuk menemukan solusi adalah 39 detik menggunakan *software* Lingo 20.0. Sintaks pemrograman dan hasil numerik dapat dilihat pada Lampiran . Berikut ini disajikan Tabel 23, Tabel 24, dan Tabel 25 untuk memperjelas hasil yang diperoleh. Tabel 23 berisi rute optimal yang terbentuk, Tabel 31 berisi *time windows* dan waktu pelayanan setiap lokasi pelanggan, dan Tabel 32 berisi sisa muatan dan sisa baterai kendaraan listrik di setiap lokasi pelanggan.

Tabel 23 Rute optimal kasus 5

Kendaraan	Rute yang terbentuk	Total jarak tempuh (km)	Total muatan (kg)
1 (Konvensional)	1-2-3-1	105	270
2 (Listrik)	2-6-13-5-4-7-14-8-2	253	155
3 (Listrik)	3-10-11-12-15-9-3	169	115

Berdasarkan Tabel 23, terlihat bahwa rute optimal untuk kendaraan konvensional adalah 1-2-3-1 dengan total jarak tempuh 105 km dan total muatan sebesar 270 kg. Untuk kendaraan 2 (Listrik), rute optimal adalah 2-6-13-5-4-7-14-8-2 dengan total jarak tempuh 253 km dan total muatan 155 kg. Kendaraan 3 (Listrik) mempunyai rute optimal 3-10-11-12-15-9-3 dengan total jarak tempuh 169 km dan total muatan 115 kg.

WTabel 24 Waktu mulai pelayan di setiap lokasi pada kasus 5

Kendaraan	Rute distribusi	Time Windows	Menit mulai pelayanan	Waktu mulai pelayanan
1 (Konvensional)	1	08.00-11.00	480	08.00
	2	08.00-13.00	504	08.24
	3	09.00-13.00	585	09.45
	1	08.00-11.00	640	10.40
2 (Listrik)	2	08.00-13.00	556	09.16
	6	09.30-10.30	572	09.32
	13	09.00-13.00	610	10.10
	5	10.00-10.30	625	10.25
	4	10.30-12.30	650	10.50
	7	11.00-11.30	679	11.19
	14	09.00-13.00	702	11.42
	8	11.30-13.00	720	12.00
	2	08.00-13.00	780	13.00
3 (Listrik)	3	09.00-13.00	623	10.23
	10	10.00-11.00	642	10.42
	11	11.00-12.00	673	11.13
	12	11.30-12.30	707	11.47
	15	12.00-12.30	733	12.13
	9	12.00-13.00	753	12.33
	3	09.00-13.00	776	12.56

Tabel 24 menunjukkan waktu mulai pelayanan di setiap lokasi. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot pada pukul 08.00 dan kembali ke depot pada pukul 10.40. Kendaraan 2 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 09.16 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 13.00. Kendaraan 3 (Listrik) memulai pelayanan untuk pelanggan pada pukul 10.23 dan kembali ke *warehouse* pada pukul 12.56.

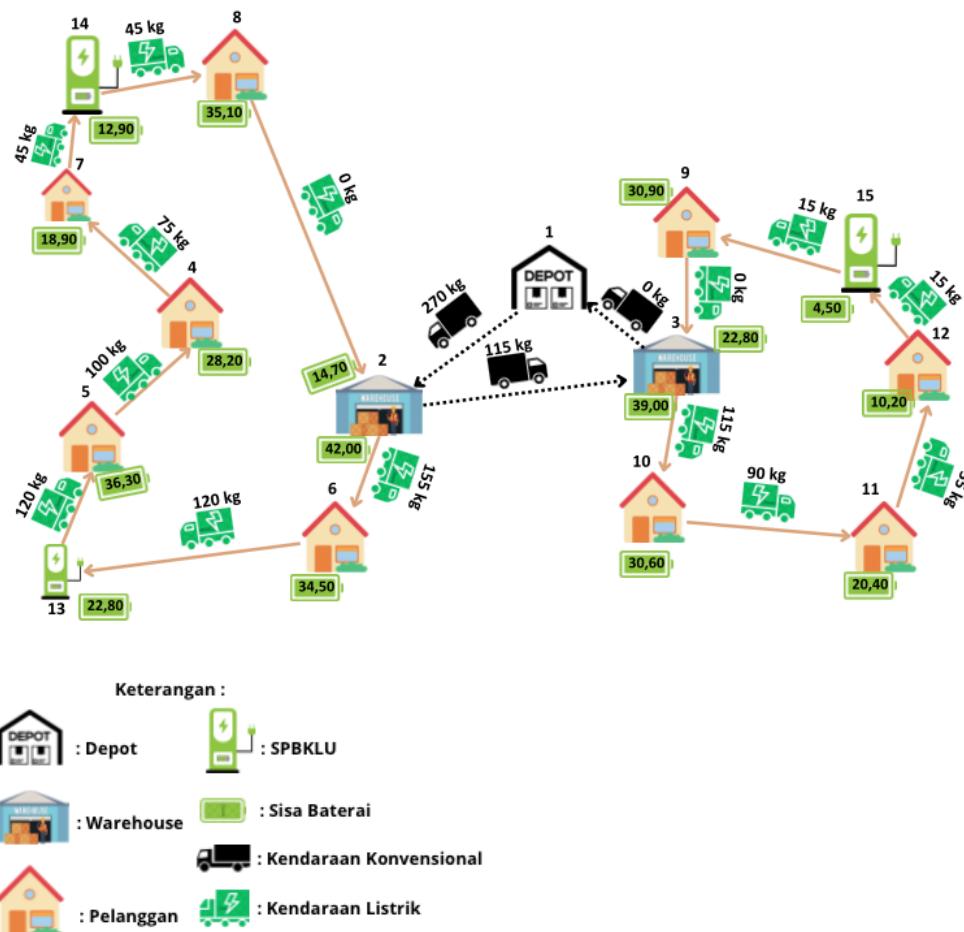
Tabel 25 Sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi pada kasus 5

Kendaraan	Rute distribusi	Sisa Muatan (Kg)	Sisa Baterai (kWh)
1 (Konvensional)	1	270	
	2	115	
	3	0	
	1	0	
2 (Listrik)	2	155	42,00
	6	120	34,50
	13	120	22,80
	5	100	36,30
	4	75	28,20
	7	45	18,90
	14	45	12,90
	8	0	35,10
	2	0	14,70
	3	115	39,00
3 (Listrik)	10	90	30,60
	11	55	20,40
	12	15	10,20
	15	15	4,50
	9	0	30,90
	3	0	22,80

Tabel 25 memperlihatkan sisa muatan dan sisa baterai kendaraan di setiap lokasi. Tabel tersebut menunjukkan bahwa muatan berkurang seiring perutean. Selain itu, daya baterai juga menurun selama perjalanan dan meningkat ketika diisi ulang di SPBKL. Kendaraan 1 (Konvensional) berangkat dari depot dengan muatan 270 kg menuju *warehouse*, kemudian kembali ke depot dengan sisa muatan 0 kg. Kendaraan 2 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 155 kg dan kapasitas baterai 42,00 kWh, kendaraan mengganti baterai pada SPBKL 13 dan SPBKL 14, lalu kembali dengan sisa muatan 0 kg dan sisa baterai 14,70 kWh. Kendaraan 3 (Listrik) berangkat dari *warehouse* dengan muatan 115 kg dan kapasitas baterai 33,90 kWh, kendaraan melakukan penggantian baterai pada SPBKL 15 dan kembali ke *warehouse* dengan kapasitas baterai 22,80 kWh dan sisa muatan 0 kg.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
 b. Pengutipan tidak menggantikan kepentingan yang wajar IPB University.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## @Hak cipta milik IPB University



Gambar 7 Rute kasus 5

Berdasarkan Gambar 7, depot dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “DEPOT”, setiap lokasi pelanggan dilambangkan dengan rumah berwarna oranye, SPBKLU dilambangkan dengan bangunan berwarna hijau, warehouse dilambangkan dengan bangunan bertuliskan “WAREHOUSE”, sisa baterai kendaraan listrik pada saat kendaraan listrik tiba di lokasi dilambangkan dengan persegi panjang berwarna hijau muda, panah oranye melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan listrik dan panah hitam melambangkan jalur yang hanya dapat dilalui oleh kendaraan konvensional.



## **5.1 Simpulan**

Permasalahan perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan BSS diformulasikan dalam model 2E-EVRPTW-BSS yang diselesaikan menggunakan metode eksak, yaitu MILP dengan bantuan *software* LINGO 20.0. Pada hasil aplikasi masalah, kendaraan konvensional dan listrik dapat memenuhi semua kendala pada formulasi model dan mendapatkan hasil yang optimal pada setiap kasusnya. Kendaraan berhasil mengantarkan pesanan kepada pelanggan sesuai dengan permintaan dan jendela waktu yang telah disepakati. Tidak ada kendaraan yang melewati waktu pelayanan dan kendaraan listrik mengunjungi SPBKLU ketika baterai diperlukan untuk diganti.

## **5.2 Saran**

Pada penelitian ini, dibahas mengenai permasalahan perutean kendaraan armada campuran dengan *time windows* dan BSS. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan metode heuristik agar penyelesaian 2E-EVRPTW-BSS dapat lebih efisien pada skala data yang besar. Perutean kendaraan sangat rentan dengan ketidakpastian, seperti waktu perjalanan, kemacetan lalu lintas, dan penutupan jalan. Oleh karena itu, untuk penelitian selanjutnya dapat dipertimbangkan ketidakpastian tersebut.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak mengugurkan kepentingan yang wajar IPB University.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.
- ## DAFTAR PUSTAKA
- Afroditi A, Boile M, Theofanis S, Sdoukopoulos E, Margajaluris D. 2014. *Electric vehicle routing problem with industry constraints: trends and insights for future research*. *Transportation Research Procedia*. 3(2014): 452-459. doi: 10.1016/j.trpro.2014.10.026.
- Banerjee A, Murali V, Venkoparao VG. 2018. *Measuring Performance Impact of Battery Swapping on Mobility Behavior*. *2018 IEEE 88th Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, 1–5.
- Breunig U, Baldacci R, Hartl RF dan Vidal T. 2019. *The electric two-echelon vehicle routing problem*. *Comput. Oper. Res.* 103, 198–210. doi.org/10.1016/j.cor.2018.11.005.
- Baños R, Ortega J, Gil C, Fernández A, De Toro F. 2013. *A simulated annealing-based parallel multi-objective approach to vehicle routing problems with time windows*. *Expert Systems with Applications*, vol. 40, hal. 1696–1707.
- Egbue O, Long S, dan Samaranayake VA. 2017. *Mass deployment of sustainable transportation: Evaluation of factors that influence electric vehicle adoption*. *Clean Technol. Environ. Policy*, 19, 1927–1939.
- [EEA] European Environmental Agency. 2016. *Explaining Road Transport Emissions: A Non-Technical Guide*. doi:10.2800/71804.
- Electric Vehicle Database. 2024. Useable battery capacity of full electric vehicles. <https://ev-database.org/cheatsheet/useable-battery-capacity-electric-car> [Diakses pada 4 September 2024].
- Erdogan S, Miller-Hooks E. 2012. *A green vehicle routing problem*. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 48(1): 100-114. doi: 10.1016/j.tre.2011.08.001.
- Garfield L. 2018. *13 Cities That Are Starting to Ban Cars* *Business Insider*. *Business Insider*.
- Gelmanova ZS, Zhabalova GG, Sivyakova GA, Lelikova ON, Onishchenko ON, Smailova AA, dan Kamarova SN. 2018. *Electric cars. Advantages and disadvantages*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1015(5), p.052029. doi:10.1088/1742-6596/1015/5/052029.
- Haksever C dan Moussourakis J. 2005. *A Model for Optimizing Multi-Product Inventory Systems with Multiple Constraints*. *International Journal of Production Economics*. 97(1):18-30. doi: 10.1016/j.ijpe.2004.05.004.
- Haryanto B. 2018. *Climate change and urban air pollution health impacts in Indonesia*. In *Climate Change and Air Pollution*. Springer Climate, 215-239.
- Júnior, A. N., & Lucas, R. G. 2019. *A greedy randomized adaptive search procedure application to solve the travelling salesman problem*. *International Journal of Industrial Engineering and Management*.
- Normasari, N. M. E., Yu, V. F., Bachtiyar, C., & Sukoyo. 2019. *A simulated annealing heuristic for the capacitated green vehicle routing problem*. *Mathematical Problems in Engineering*.

- Pamucar, D., Deveci, M., Canitez, F., Paksoy, T., & Lukovac, V. 2021. *A novel methodology for prioritizing zero-carbon measures for sustainable transport*. *Sustainable Production and Consumption*, 27, 1093–1112.
- Permadi, D. A., Sofyan, A., & Kim, O. N. T. 2017 *Assessment of emissions of greenhouse gases and air pollutants in Indonesia and impacts of national policy for elimination of kerosene use in cooking*. *Atmospheric Environment*, 154, 82–94. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2017.01.041>.
- Pribadi, A. 2021. Prinsip dan peta jalan pemerintah capai *net zero emission*. Jakarta: 359.Pers/04/SJI/2021.
- Skirienė, A., & Stasiškienė, Ž. 2021. *COVID-19 and air pollution: Measuring pandemic impact to air quality in five European countries*. *Atmosphere*, 12, 290.
- Taha, H. A. 2004. *Operations Research: An Introduction* (7th ed.). Mexico: Pearson Education.
- Toth, P., & Vigo, D. 2002. *The Vehicle Routing Problem*. Florida: Society and Mathematics.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## **LAMPIRAN**



<https://ipb.link/lampiran-skripsi-aufa>



Penulis dilahirkan di kota Tangerang pada tanggal 28 bulan Agustus tahun 2002 sebagai anak pertama dari pasangan Bapak Leo Dirgahutama dan Ibu Nita Kus Endang. Pendidikan sekolah menengah atas (SMA) ditempuh di sekolah SMAN 85 Jakarta dan lulus pada tahun 2020. Penulis diterima sebagai mahasiswa program sarjana di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di IPB.

Selama berkuliah di IPB, penulis aktif menjadi staf Sinergisitas Multikampus BEM KM IPB pada tahun 2021-2022 dan melanjutkan menjadi staf Advokasi dan Kesejahteraan Mahasiswa BEM FMIPA pada tahun 2022-2023.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak mengikuti kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.