



ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SEIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS

PATRICK JUNIOR



PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Januari 2025

Patrick Junior
G54180045

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ABSTRAK

PATRICK JUNIOR. Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Tuberkulosis (TBC atau TB) adalah penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *mycobacterium tuberculosis* (mtb) dan dapat menyebar melalui udara. Dampak dari penyakit ini adalah terjadinya peningkatan kematian setiap tahunnya di berbagai negara. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model penyebaran penyakit tuberkulosis. Terdapat dua titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Dalam analisis diperoleh bahwa titik tetap bebas penyakit stabil asimtotik lokal jika bilangan reproduksi dasarnya (R_0) kurang dari satu. Ada dua parameter yang disimulasikan, dari kedua parameter tersebut parameter yang dapat membuat nilai $R_0 < 1$ yaitu γ (laju kesembuhan dari terinfeksi menjadi sembuh).

Kata kunci: fungsi Lyapunov, penyebaran tuberkulosis, model matematika

ABSTRACT

PATRICK JUNIOR. Mathematical Analysis of the Stability SEIR Model on the Spread of Tuberculosis. Supervised by JAHARUDDIN and TEDUH WULANDARI MAS'OED.

Tuberculosis (TBC or TB) is an infectious disease caused by the bacteria *mycobacterium tuberculosis* (mtb) and can spread through air. The impact of this disease is an increase in deaths every year in various countries. This research aims to analyze models of the spread of tuberculosis. There are two fixed points, namely the disease-free fixed point and the endemic fixed point. In the analysis, it is found that the disease-free fixed point is locally asymptotically stable if the basic reproduction number (R_0) is less than one. There are two parameters that are simulated, of these two parameters the parameter that can make the $R_0 < 1$ is γ (cure rate from infected to cured)

Key words: Lyapunov function, spread of tuberculosis, mathematical model



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2025
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SEIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS

PATRICK JUNIOR

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025**

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Penguji pada Ujian Skripsi
Drs. Siswandi, M.Si.

Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR Pada Penyebaran
Penyakit Tuberkulosis

Nama : Patrick Junior

NIM : G54180045

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.



Pembimbing 2:
Teduh Wulandari Mas'ood, S.Si., M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi Matematika
Dr. Donny Citra Lesmana, M.Fin.Math.
NIP. 19790227 200501 1001



Tanggal Ujian: 20 November 2024

Tanggal Lulus:

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia-Nya sehingga dapat menyelesaikan karya ilmiah ini yang berjudul. Analisis Kestabilan Model Matematika SEIR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis. Penyusunan karya ilmiah ini tidak lepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak sehingga semua kendala dapat teratasi. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses penyusunan karya ilmiah ini antara lain:

1. Keluarga tercinta yang selalu memberikan dukungan materil maupun non materil, dan kasih sayang yang tiada henti,
2. Bapak Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku pembimbing pertama, Teduh Wulandari Mas'ood, S.Si., M.Si. selaku pembimbing kedua, dan semua dosen penguji atas segala ilmu, bimbingan, kritik maupun saran sehingga karya ilmiah ini dapat terselesaikan dengan baik,
3. Seluruh dosen Departemen Matematika FMIPA IPB atas segala ilmu yang diberikan kepada penulis,
4. Seluruh staf Departemen Matematika FMIPA IPB atas segala bantuan selama masa perkuliahan dan dalam proses pengerjaan karya ilmiah ini,
5. Seluruh teman Matematika angkatan 55 yang sudah menemani selama masa perkuliahan dan penyelesaian karya ilmiah ini,
6. Seluruh teman asrama lorong enam yang sudah menjadi teman berbagi dan bercerita segala suka dan duka,
7. Semua pihak yang membantu dalam penulisan karya ilmiah ini yang tidak disebutkan satu persatu.

Penulis juga menyadari bahwa terdapat kekurangan dalam karya ilmiah ini dan masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis berharap kritik dan sarannya dari pembaca, sehingga karya ilmiah ini dapat bermanfaat bagi orang yang membutuhkan dan juga bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Januari 2025

Patrick Junior



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR LAMPIRAN	ix
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	5
2.7 Fungsi Lyapunov	6
2.8 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Perumusan Model	9
4.2 Penentuan Titik Tetap	11
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar	12
4.4 Analisis Kestabilan Lokal	13
4.5 Analisis Kestabilan Global	15
4.6 Simulasi Numerik	16
4.7 Analisis Sensitivitas	18
V SIMPULAN DAN SARAN	22
5.1 Simpulan	22
5.2 Saran	22
DAFTAR PUSTAKA	23
LAMPIRAN	25
RIWAYAT HIDUP	43

DAFTAR TABEL

1	Variabel sistem persamaan (9)	11
2	Parameter sistem persamaan (9)	11
3	Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi (Das et al 2021)	16
4	Nilai indeks sensitivitas	18
5	Hasil simulasi laju infeksi rentan menjadi terpapar akibat adanya kontak terhadap R_0	18
6	Hasil simulasi laju kesembuhan dari terinfeksi menjadi sembuh akibat adanya kontak terhadap R_0	20

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram langkah-langkah penelitian.	8
2	Diagram kompartemen SEIR	9
3	Dinamika populasi untuk kondisi $R_0 < 1$	16
4	Dinamika populasi untuk kondisi $R_0 > 1$	17
5	Dinamika Populasi Manusia dengan variasi β	19
6	Dinamika populasi manusia dengan variasi γ	20

DAFTAR LAMPIRAN

1	Pembuktian lemma 1	25
2	Titik Tetap bebas dan endemik	28
3	Bilangan reproduksi dasar	29
4	Kestabilan titik tetap lokal bebas penyakit	30
5	Kestabilan titik tetap lokal endemik	31
6	Kestabilan global titik tetap bebas penyakit	33
7	Dinamika individu untuk $R_0 < 1$	34
8	Dinamika individu untuk $R_0 > 1$	35
9	Penentuan nilai indeks sensitivitas parameter pada Tabel 3	37
10	Program <i>Software Mathematica 12.3</i> Dinamika Individu variasi nilai parameter β (Gambar 5)	39
11	Program <i>Software Mathematica 12.3</i> Dinamika Individu variasi nilai parameter γ (Gambar 6)	41