

# MODEL MATEMATIKA DINAMIKA POPULASI PENYAKIT BERCAK COKLAT DAUN PADI (*Oryza sativa* L.)

AQILAH FITRI CHANIA



DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2024



## PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Model Matematika Dinamika Populasi Penyakit Bercak Coklat Daun Padi (*Oryza sativa* L.)” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, November 2024

Aqilah Fitri Chania  
G5401201023

Hak Cipta milik IPB University

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



## ABSTRAK

AQILAH FITRI CHANIA. Model Matematika Dinamika Populasi Penyakit Bercak Coklat Daun Padi (*Oryza sativa* L.). Dibimbing oleh ALI KUSNANTO dan PAIAN SIANTURI.

Bercak coklat daun padi merupakan penyakit yang disebabkan oleh patogen *Bipolaris oryzae*. Model matematika yang digunakan adalah model penyakit *SI* (*Susceptible Infected*) dengan memasukkan variabel patogen dalam tanah ( $X$ ) yang selanjutnya disebut model *SIX*. Model ini membedakan infeksi dari dua sumber, yaitu tanah dan tanaman. Penelitian ini menganalisis dinamika populasi dengan menentukan titik tetap dan sifat kestabilan, menganalisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar pada parameter, dan melakukan simulasi numerik. Diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Kestabilan titik tetap menggunakan kriteria Routh-Hurwitz dan fungsi Lyapunov. Untuk menunjukkan parameter yang berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dilakukan dengan melakukan analisis sensitivitas. Pada simulasi numerik dilakukan perubahan nilai parameter agar nilai reproduksi dasar mencapai  $\mathcal{R}_0 < 1$  artinya jumlah tanaman yang terinfeksi berkurang sehingga penyakit hilang. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penurunan laju infeksi dari tanaman terinfeksi, kenaikan laju kematian yang disebabkan oleh infeksi, dan kenaikan laju kematian alami tanaman padi dapat menyebabkan  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

Kata kunci: analisis kestabilan, analisis sensitivitas, bercak coklat daun, model *SIX*

## ABSTRACT

AQILAH FITRI CHANIA. Mathematical Model of Population Dynamics of Rice Leaf Brown Spot Disease (*Oryza sativa* L.). Supervised by ALI KUSNANTO and PAIAN SIANTURI.

Brown spot of rice leaves is a disease caused by the pathogen *Bipolaris oryzae*. The mathematical model used is the *SI* (*Susceptible Infected*) disease model by including pathogen variables in the soil ( $X$ ), hereinafter referred to as the *SIX* model. This model distinguishes infection from two sources, namely soil and plants. This study analyzes the population dynamics by determining the fixed point and stability properties, analyzing the sensitivity to the basic reproduction number on the parameters, and conducting numerical simulations. Two fixed points are obtained, namely the disease-free fixed point and the endemic fixed point. The stability of the fixed point uses the Routh-Hurwitz criterion and Lyapunov function. To show the parameters that affect the reproduction number, sensitivity analysis is conducted. In numerical simulations, parameter values are changed so that the basic reproduction number reaches  $\mathcal{R}_0 < 1$ , meaning that the number of infected plants reduced so that the disease disappears. The simulation results show that a decrease in the infection rate of infected plants, an increase in the death rate caused by infection, and an increase in the natural death rate of rice plants can cause  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

Keywords: brown leaf spot, sensitivity analysis, *SIX* model, stability analysis



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.*

# **MODEL MATEMATIKA DINAMIKA POPULASI PENYAKIT BERCAK COKLAT DAUN PADI (*Oryza sativa* L.)**

**AQILAH FITRI CHANIA**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada  
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2024**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University

Penguji pada Ujian Skripsi:  
Dr. Ir. Hadi Sumarno, M.S.



IPB University  
— Bogor Indonesia —

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



Judul Skripsi : Model Matematika Dinamika Populasi Penyakit Bercak Coklat  
Daun Padi (*Oryza sativa* L.)

Nama : Aqilah Fitri Chania  
NIM : G5401201023

Disetujui oleh

Pembimbing 1:  
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

---

Pembimbing 2:  
Dr. Drs. Paian Sianturi

---

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika :  
Prof. Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.  
NIP 196312281989032001

---

Tanggal Ujian: 24 September 2024

Tanggal Lulus:



## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Oktober 2023 sampai bulan Oktober 2024 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Model Matematika Dinamika Populasi Penyakit Bercak Coklat Daun Padi (*Oryza sativa* L.)”

Penyusunan karya ilmiah ini tidak luput dari dukungan, motivasi dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Ir. Ajiswarman dan Niswalti Fatma, S.Hut. selaku orang tua tercinta yang senantiasa menjadi sandaran terkuat dari kerasnya dunia, memberikan tulus kasih sayang, dorongan materil maupun moril, melangitkan doa-doanya serta kesabaran yang tak pernah henti dalam mendukung kesuksesan penulis.
2. Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku selaku dosen pembimbing I dan Bapak Dr. Drs. Paian Sianturi selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, pengetahuan, arahan penulis dalam penyelesaian karya ilmiah.
3. Bapak Dr. Ir. Hadi Sumarno, M.S. selaku penguji yang telah memberi arahan dan saran.
4. Seluruh dosen Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua ilmu yang diberikan.
5. Seluruh tenaga kependidikan Departemen Matematika FMIPA IPB atas bantuan selama perkuliahan dan selama proses penyelesaian karya ilmiah ini.
6. Ammar Radhi Aziz Chan dan Azizah Faiqah Chania selaku adik tersayang atas doa, dan semangat yang diberikan.
7. Salsa, Dita, Syammira, Renda, Alifia, Rizka, Tazkia, Ana, Desi, Nanda, Annisa serta teman KKN Bodas dan BPG 2021/2023 atas tawa, cerita, dan momen yang telah memberikan warna tersendiri dalam kehidupan kuliah penulis.
8. Teman seperjuangan Matematika 57 atas dukungan dan kebersamaan menemani perjalanan perkuliahan.
9. Diri sendiri yang mampu bertanggung jawab menyelesaikan apa yang telah di mulai hingga membawa sampai di titik ini.
10. Berbagai pihak lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah membantu penulis dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, November 2024

*Aqilah Fitri Chania*





## DAFTAR ISI

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| DAFTAR TABEL                        | x  |
| DAFTAR GAMBAR                       | x  |
| DAFTAR LAMPIRAN                     | x  |
| I PENDAHULUAN                       | 1  |
| 1.1 Latar Belakang                  | 1  |
| 1.2 Tujuan                          | 2  |
| II TINJAUAN PUSTAKA                 | 3  |
| 2.1 Sistem Persamaan Diferensial    | 3  |
| 2.2 Titik Tetap                     | 3  |
| 2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen    | 4  |
| 2.4 Kestabilan Titik Tetap          | 4  |
| 2.5 Bilangan Reproduksi Dasar       | 5  |
| 2.6 Kriteria Routh-Hurwitz          | 5  |
| 2.7 Fungsi Lyapunov                 | 6  |
| 2.8 Analisis Sensitivitas           | 7  |
| III METODE PENELITIAN               | 8  |
| IV HASIL DAN PEMBAHASAN             | 9  |
| 4.1 Formulasi Model                 | 9  |
| 4.2 Penentuan Titik Tetap           | 10 |
| 4.3 Bilangan Reproduksi Dasar       | 11 |
| 4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap | 12 |
| 4.5 Analisis Sensitivitas           | 16 |
| 4.6 Simulasi Numerik                | 18 |
| V SIMPULAN DAN SARAN                | 30 |
| 5.1 Simpulan                        | 30 |
| 5.2 Saran                           | 30 |
| DAFTAR PUSTAKA                      | 31 |
| LAMPIRAN                            | 33 |
| RIWAYAT HIDUP                       | 48 |



## DAFTAR TABEL

|   |                                                        |    |
|---|--------------------------------------------------------|----|
| 1 | Deskripsi parameter model <i>SIX</i>                   | 10 |
| 2 | Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi numerik  | 17 |
| 3 | Nilai indeks sensitivitas                              | 17 |
| 4 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $r_x$         | 18 |
| 5 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $r_c$         | 20 |
| 6 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $\varepsilon$ | 21 |
| 7 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $\sigma$      | 23 |
| 8 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $\delta$      | 25 |
| 9 | Hasil simulasi perubahan nilai parameter $\mu$         | 27 |

## DAFTAR GAMBAR

|   |                                                                  |    |
|---|------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Diagram panah penelitian                                         | 8  |
| 2 | Diagram kompartemen penyebaran penyakit bercak coklat daun padi  | 9  |
| 3 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $r_x$         | 19 |
| 4 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $r_c$         | 20 |
| 5 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $\varepsilon$ | 22 |
| 6 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $\sigma$      | 24 |
| 7 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $\delta$      | 25 |
| 8 | Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $\mu$         | 27 |
| 9 | Banyaknya tanaman terinfeksi dengan variasi parameter            | 29 |

## DAFTAR LAMPIRAN

|   |                                                                                |    |
|---|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Penentuan titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik                   | 34 |
| 2 | Penentuan bilangan reproduksi dasar                                            | 35 |
| 3 | Penentuan matriks jacobi                                                       | 36 |
| 4 | Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit stabil asimtotik lokal          | 38 |
| 5 | Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit stabil asimtotik global         | 39 |
| 6 | Analisis kestabilan titik tetap endemik                                        | 41 |
| 7 | Analisis sensitivitas                                                          | 43 |
| 8 | Simulasi numerik pada dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter $r_x$ | 44 |