

ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN PENULARAN VERTIKAL PADA VEKTOR

TAZKIA NUUR HAFIZHA



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
Bogor Indonesia

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Penularan Vertikal pada Vektor” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2024

Tazkia Nuur Hafizha
G5401201007



ABSTRAK

TAZKIA NUUR HAFIZHA. Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Penularan Vertikal pada Vektor. Dibimbing oleh PAIAN SIANTURI dan ALI KUSNANTO.

Demam berdarah merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue* yang ditularkan melalui gigitan nyamuk betina *Aedes aegypti*. Nyamuk betina yang terinfeksi dapat menularkan virus kepada telurnya. Pada penelitian ini dianalisis kestabilan model demam berdarah dengan penularan vertikal pada vektor. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis pengaruh beberapa parameter pada dinamika populasi. Bilangan reproduksi dasar ditentukan dengan menggunakan *the next generation matrix*. Diperoleh dua titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Berdasarkan hasil analisis kestabilan titik tetap menggunakan kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh bahwa jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik tetap bebas penyakit tak stabil dan titik tetap endemik stabil. Penurunan laju kontak efektif vektor ke manusia dan peningkatan laju kematian alami nyamuk menyebabkan penyakit demam berdarah tidak akan menyebar dalam populasi.

Kata kunci: analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, demam berdarah, penularan vertikal, Routh-Hurwitz

ABSTRACT

TAZKIA NUUR HAFIZHA. Stability Analysis of the Dengue Disease Spread Model with Vertical Transmission of Vectors. Supervised by PAIAN SIANTURI and ALI KUSNANTO.

Dengue fever is a disease caused by the dengue virus that is transmitted through the bite of female *Aedes aegypti*. Infected female mosquitoes can transmit the virus to their eggs. This study analyzed the stability of the dengue fever model with vertical transmission in vectors. The purpose of this study is to analyze the effect of several parameters on population dynamics. The basic reproduction number was determined by using the next generation matrix. Two equilibrium points were obtained i.e., disease-free equilibrium point and endemic equilibrium point. Based on the analysis of the stability of the equilibrium points using the Routh-Hurwitz criterion, it was found that if $\mathcal{R}_0 > 1$ then the disease-free equilibrium point would be unstable, while the endemic equilibrium point was stable. The decrease in the effective contact rate of vectors to humans and the increase in the natural mortality rate of mosquitoes cause dengue fever to not spread in the population.

Keywords: basic reproduction number, dengue fever, Routh-Hurwitz, stability analysis, vertical transmission



© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN PENULARAN VERTIKAL PADA VEKTOR

TAZKIA NUUR HAFIZHA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
Bogor Indonesia

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Penguji pada Ujian Skripsi:
Ir. Ngakan Komang Kutha Ardana, M.Sc.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Penularan Vertikal pada Vektor

Nama : Tazkia Nuur Hafizha

NIM : G5401201007

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dr. Paian Sianturi

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika:

Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 24 Juli 2024

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Judul yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2023 sampai bulan Juli 2024 ini ialah “Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Penularan Vertikal pada Vektor”.

Terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang turut membantu dalam penyusunan karya ilmiah ini, diantaranya:

1. Sutarto dan Ummu Hani Mariam selaku orang tua penulis, Hanuna Salsabila selaku kakak penulis, dan Umar Rushanfekar selaku adik penulis yang telah memberikan doa, dukungan, dan kasih sayang sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan dengan baik oleh penulis.

2. Dr. Paian Sianturi selaku pembimbing I dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku pembimbing II yang telah membimbing dan memberikan ilmu dengan penuh kesabaran. Serta Ir. Ngakan Komang Kutha Ardana, M.Sc. selaku penguji yang telah memberikan saran sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan dengan baik.

3. Seluruh dosen Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis selama masa perkuliahan.

4. Seluruh staf Departemen Matematika yang telah membantu selama perkuliahan dan penyelesaian karya ilmiah ini.

5. Rizka Dwi Andriani selaku teman akrab penulis yang selalu kebersamai, menjadi tempat berbagi cerita, mendukung, dan membantu penulis selama masa perkuliahan dan penyelesaian karya ilmiah ini.

6. Meyliana Nurfadila selaku teman penulis yang telah memberikan bantuan dalam memahami materi perkuliahan dan dukungan selama masa perkuliahan.

7. Alifia Nabila Hakim, Ana Nur Fitria, Annisa Permata Sari, Aqilah Fitri Chania, Desi Novianti, Dita Dervinta, Nindi Kusumawati, Raden Roro Carissa T, Renda Sulistyorini P, Salsabila Fitri Imni, dan Syammira Dhifa Maulia selaku teman kuliah penulis yang telah memberikan dukungan, motivasi, dan menemani penulis selama masa perkuliahan.

8. Teman-teman Departemen Matematika Angkatan 57.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2024

Tazkia Nur Hafizha

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Pelinearan	4
2.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	5
2.7 Bilangan Reproduksi Dasar	6
2.8 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	9
4.1 Model Matematika	9
4.2 Penentuan Titik Tetap Model Penyebaran Demam Berdarah	12
4.3 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0)	12
4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap Bebas Penyakit	14
4.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap Endemik	17
4.6 Analisis Sensitivitas	20
4.7 Simulasi Numerik	21
V SIMPULAN	27
DAFTAR PUSTAKA	28
LAMPIRAN	30
RIWAYAT HIDUP	49



DAFTAR TABEL

1	Tabel Routh-Hurwitz	6
2	Keterangan parameter model	11
3	Nilai parameter penyebaran demam berdarah	16
4	Tabel Routh-Hurwitz titik tetap bebas penyakit	17
5	Tabel Routh-Hurwitz titik tetap endemik	20
6	Nilai indeks sensitivitas	20
7	Hasil simulasi perubahan nilai λ_{vh} terhadap nilai \mathcal{R}_0	22
8	Hasil simulasi perubahan nilai μ_v terhadap nilai \mathcal{R}_0	25

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram kompartemen model demam berdarah (digambar ulang dari Nyerere <i>et al.</i> (2017))	9
2	Dinamika populasi individu manusia (a) dan populasi nyamuk (b) terhadap waktu (t)	21
3	Dinamika subpopulasi individu rentan s_h (a), individu terpapar e_h (b), individu terinfeksi i_h (c), dan individu pulih r_h (d) dengan variasi nilai parameter λ_{vh}	23
4	Dinamika subpopulasi nyamuk rentan s_v (a), nyamuk terpapar e_v (b), nyamuk terinfeksi i_v (c), telur nyamuk tidak terinfeksi s_e (d), dan telur nyamuk terinfeksi i_e (e) dengan variasi nilai parameter λ_{vh}	24
5	Dinamika subpopulasi individu rentan s_h (a), individu terpapar e_h (b), individu terinfeksi i_h (c), dan individu pulih r_h (d) dengan variasi nilai parameter μ_v	25
6	Dinamika subpopulasi nyamuk rentan s_v (a), nyamuk terpapar e_v (b), nyamuk terinfeksi i_v (c), telur nyamuk tidak terinfeksi s_e (d), dan telur nyamuk terinfeksi i_e (e) dengan variasi nilai parameter μ_v	26

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penyederhanaan persamaan	31
2	Penentuan titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik menggunakan <i>software Wolfram Mathematica 13.3</i>	33
3	Penentuan bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) menggunakan <i>software Wolfram Mathematica 13.3</i>	34
4	Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit	35
5	Analisis kestabilan titik tetap endemik	40
6	Penentuan nilai indeks sensitivitas menggunakan <i>software Wolfram Mathematica 13.3</i>	44
7	Simulasi numerik dinamika proporsi populasi individu manusia dan nyamuk menggunakan <i>software Wolfram Mathematica 13.3</i>	46