

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT HEPATITIS A DENGAN PENGARUH VAKSINASI

NISRIINA AQILAH NUUR YUDA



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
Bogor Indonesia

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Pengaruh Vaksinasi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2024

Nisriina Aqilah Nur Yuda
G5401201055

@NisriinaAqilah
IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ABSTRAK

NISRIINA AQILAH NUUR YUDA. Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Pengaruh Vaksinasi. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Salah satu penyebab infeksi pada hati adalah virus hepatitis A, dikenal sebagai hepatitis A. Hepatitis A tidak dapat diobati dengan obat antivirus atau kortikosteroid, namun ada vaksin yang terbukti aman dan efektif dalam pencegahan dan pengendalian penyebaran penyakit tersebut. Dalam penelitian ini, dikaji pengaruh vaksinasi sebagai upaya pencegahan penyebaran penyakit hepatitis A dengan merekonstruksi model matematika penyebaran penyakit hepatitis A serta menentukan titik tetap dan bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) yang kemudian digunakan untuk melakukan analisis sensitivitas parameternya. Kestabilan titik tetap ditentukan oleh nilai \mathcal{R}_0 . Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal dan global, sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat tidak stabil. Analisis sensitivitas terhadap \mathcal{R}_0 menunjukkan bahwa parameter yang paling berpengaruh adalah tingkat individu divaksinasi dan laju individu rentan divaksinasi. Jika tingkat individu divaksinasi dan laju individu rentan divaksinasi meningkat, maka akan menurunkan \mathcal{R}_0 sehingga penyebaran penyakit hepatitis A dapat dikendalikan.

Kata kunci: analisis sensitivitas, hepatitis A, vaksinasi.

ABSTRACT

NISRIINA AQILAH NUUR YUDA. Sensitivity Analysis of the Mathematical Model of the Hepatitis A Disease Spread with the Effect of Vaccination. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

One of the causes of liver infection is the hepatitis A virus, known as hepatitis A. Hepatitis A cannot be treated with antiviral drugs or corticosteroids, but there is a safe and effective vaccine to prevent and control the spread of the disease. In this study, the effect of vaccination as an effort to prevent the spread of hepatitis A disease was studied by reconstructing a mathematical model of the spread of hepatitis A disease and determining the equilibrium point and basic reproduction number (\mathcal{R}_0) which is used to analyze the sensitivity of its parameters. The stability of the equilibrium point is determined by the \mathcal{R}_0 value. If $\mathcal{R}_0 < 1$, then the disease-free equilibrium point is locally and globally asymptotically stable, while if $\mathcal{R}_0 > 1$, then the disease-free equilibrium point is unstable. Sensitivity analysis of \mathcal{R}_0 shows that the most sensitive parameters are the rate of vaccinated individuals and the rate of susceptible individuals vaccinated. If the rate of vaccinated individuals and the rate of susceptible individuals vaccinated increases, it will reduce the \mathcal{R}_0 value so the spread of hepatitis A can be controlled.

Keywords: hepatitis A, sensitivity analysis, vaccination.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT HEPATITIS A DENGAN PENGARUH VAKSINASI

NISRIINA AQILAH NUUR YUDA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
Bogor Indonesia

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Penguji pada Ujian Skripsi:
Fendy Septyanto, M.Si.



Judul Skripsi : Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran
Penyakit Hepatitis A dengan Pengaruh Vaksinasi

Nama : Nisriina Aqilah Nur Yuda

NIM : G5401201055

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika:

Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 23 Juli 2024

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2023 sampai bulan April 2024 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Analisis Sensitivitas Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Pengaruh Vaksinasi”.

Proses penulisan karya ilmiah ini melibatkan berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Yudi Yudarsana, Ibu Ida Kohidah, Naufal Irfan Nuur Yuda, dan Ibu Siti Ruhaeni selaku ayah, ibu, adik, dan nenek penulis yang senantiasa selalu memberikan dukungan, doa, dan semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini,
2. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu serta memberikan ilmu, motivasi, kritik, dan saran dalam membimbing penulis,
3. Fendy Septyanto, M.Si selaku dosen penguji yang telah meluangkan waktu serta memberikan kritik dan saran dalam penyempurnaan karya ilmiah ini,
4. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika atas ilmu, fasilitas, dan bantuan yang telah diberikan selama perkuliahan dan dalam proses penyusunan karya ilmiah ini,
5. Ahmad Nawawi, Aufalonisya Elhadjna Utama, Dyah Ayu Yasmine, Fatika Rahma Febriyanti, Fitria Rahma, Ghisya Nazwa Fahira, Ilma Maharani, Intan Khairunnisa, Nindi Kusumawati, Shidqiyya Aufan Nada, Tirai Akhlak Baidah, Wenny Tri Werdhana, dan Widia Faturohmah selaku teman terdekat penulis yang selalu mendengarkan keluh kesah serta memberikan bantuan, dukungan, doa, dan semangat selama proses penyusunan karya ilmiah ini,
6. Keluarga besar Matematika 57 yang telah menemani dan kebersamai penulis selama perkuliahan,
7. Diri saya sendiri, Nisriina Aqilah Nuur Yuda, yang selalu berusaha dan tidak menyerah selama ini,
8. Semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu per satu, yang telah memberikan bantuan dalam penyusunan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2024

Nisriina Aqilah Nuur Yuda



DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	4
2.5 Kestabilan Titik Tetap	5
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	6
2.7 Fungsi Lyapunov	7
2.8 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	9
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	10
4.1 Model Matematika	10
4.2 Eksistensi Solusi	12
4.3 Titik Tetap Bebas Penyakit	14
4.4 Bilangan Reproduksi Dasar	14
4.5 Titik Tetap Endemik	16
4.6 Analisis Kestabilan Titik Tetap	16
4.7 Simulasi Numerik	22
V SIMPULAN DAN SARAN	34
5.1 Simpulan	34
5.2 Saran	34
DAFTAR PUSTAKA	35
LAMPIRAN	37
RIWAYAT HIDUP	53



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter pada penyebaran penyakit hepatitis A	12
2	Nilai parameter pada sistem persamaan (12)	23
3	Nilai indeks sensitivitas	24
4	Hasil simulasi tingkat individu divaksinasi (ρ) terhadap \mathcal{R}_0	25
5	Hasil simulasi laju individu rentan divaksinasi (θ) terhadap \mathcal{R}_0	27
6	Hasil simulasi tingkat individu divaksinasi (ρ) dan laju individu rentan divaksinasi (θ) terhadap \mathcal{R}_0	30

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	9
2	Diagram kompartemen penyebaran penyakit hepatitis A	10
3	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai ρ	25
4	Dinamika populasi individu divaksinasi dengan variasi nilai ρ	26
5	Dinamika populasi individu menular dengan variasi nilai ρ	26
6	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi nilai ρ	26
7	Dinamika populasi patogen HA dengan variasi nilai ρ	27
8	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai θ	28
9	Dinamika populasi individu divaksinasi dengan variasi nilai θ	28
10	Dinamika populasi individu menular dengan variasi nilai θ	29
11	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi nilai θ	29
12	Dinamika populasi patogen HA dengan variasi nilai θ	29
13	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi nilai ρ dan θ	31
14	Dinamika populasi individu divaksinasi dengan variasi nilai ρ dan θ	31
15	Dinamika populasi individu menular dengan variasi nilai ρ dan θ	32
16	Dinamika populasi individu pulih dengan variasi nilai ρ dan θ	32
17	Dinamika populasi patogen HA dengan variasi nilai ρ dan θ	32

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan Titik Tetap Bebas Penyakit dan Titik Tetap Endemik	38
2	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	39
3	Analisis Kestabilan Lokal Titik Tetap Bebas Penyakit	40
4	Penentuan Nilai Indeks Sensitivitas	41
5	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter ρ	43
6	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter ρ	45
7	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter θ	46

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mempublikasikan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

8	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter θ	48
9	Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Kestabilan Titik Tetap dengan Perubahan Parameter ρ dan θ	49
10	Simulasi Numerik untuk Dinamika Populasi dengan Variasi Nilai Parameter ρ dan θ	51

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.