METODE *DOUBLE CHAIN LADDER* UNTUK MEMPREDIKSI BESARNYA CADANGAN KLAIM IBNR DAN RBNS

DEVA ARYARSA

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2015

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi berjudul Metode *Double Chain Ladder* untuk Memprediksi Besarnya Cadangan Klaim IBNR dan RBNS adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Desember 2015

Deva Aryarsa
NIM G54110008

ABSTRAK

DEVA ARYARSA. Metode *Double Chain Ladder* untuk Memprediksi Besarnya Cadangan Klaim IBNR dan RBNS. Dibimbing oleh RUHIYAT dan WINDIANI ERLIANA.

Perusahaan asuransi wajib menyediakan cadangan klaim untuk memenuhi kewajiban membayar klaim di masa yang akan datang. Salah satu metode untuk memprediksi besarnya cadangan klaim adalah metode *Chain Ladder*. Metode *Double Chain Ladder* adalah metode *Chain Ladder* yang digunakan dua kali. Metode *Double Chain Ladder* dalam aplikasinya dapat memprediksi besarnya cadangan klaim IBNR (*Incured But Not Reported*) dan RBNS (*Reported But Not Settled*) secara terpisah. Karya ilmiah ini menjelaskan cara menduga besarnya cadangan klaim menggunakan metode *Double Chain Ladder* dan membandingkan hasilnya dengan menggunakan metode *Chain Ladder*.

Kata kunci: cadangan klaim, *Double Chain Ladder*, IBNR, RBNS.

ABSTRACT

DEVA ARYARSA. Double Chain Ladder Method to Predict the Amount of IBNR and RBNS Claims Reserves. Supervised by RUHIYAT and WINDIANI ERLIANA.

Insurance companies are required to provide claims reserves to fulfill the obligation to pay the claims in the future. One method to predict the claims reserves is the Chain Ladder method. The method is the Chain Ladder method used twice. Application of the Double Chain Ladder method can be used to predict the amount of IBNR (Incured But Not Reported) and RBNS (Reported But Not Settled) claims reserves separately. This paper describes how to estimate the amount of claims reserves using the Double Chain Ladder method and compares the results using the Chain Ladder.

Keywords: claims reserve, Double Chain Ladder, IBNR, RBNS.

METODE *DOUBLE CHAIN LADDER* UNTUK MEMPREDIKSI BESARNYA CADANGAN KLAIM IBNR DAN RBNS

DEVA ARYARSA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains
pada
Departemen Matematika

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2015

Judul Skripsi : Metode *Double Chain Ladder* untuk Memprediksi Besarnya Cadangan Klaim IBNR dan RBNS
Nama : Deva Aryarsa
NIM : G54110008

Disetujui oleh

Ruhiyat, MSi	Windiani Erliana, MSi
Pembimbing I	Pembimbing II

Diketahui oleh

Dr Toni Bakhtiar, MSc
Ketua Departemen

Tanggal Lulus: 14 DEC 2015

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Penulisan karya ilmiah ini juga tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Orang tua tercinta Bapak Suwarsono dan Ibu Yanti Puji Lestari. Terima kasih atas doa, cinta, semangat, pengorbanan dan segalanya kepada penulis. Terima kasih telah menjadi orang tua yang terhebat untuk anak-anaknya.
2. Kakakku Vizty Devi Aryanthy (Alm) yang selalu memberi semangat kepada penulis.
3. Bapak Ruhiyat, MSi dan Ibu Windiani Erliana, MSi selaku dosen pembimbing. Terima kasih atas segala waktu, ilmu, nasihat, dan bantuannya selama penulisan karya ilmiah ini.
4. Bapak Dr Ir I Gusti Putu Purnaba, DEA selaku dosen penguji yang telah banyak memberi kritik dan saran untuk perbaikan skripsi ini.
5. Dosen dan staf penunjang Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua ilmu, nasihat, dan bantuannya.
6. Sahabat dekat selama perkuliahan yaitu Fakhri, Abi, Hasan, Udin, Dedy, Nanda, dan Firi. Terima kasih atas kebersamaannya, perhatian, semangat, dan bantuannya kepada penulis selama 4 tahun perkuliahan.
7. Teman-teman Matematika 48, kakak-kakak Matematika 47 dan 46, adik-adik Matematika 49 atas kebersamaan dan suka-duka selama penulis menempuh studi di Departemen Matematika.
8. Sahabat dari SMA hingga saat ini Bayu Sukma, Arya Vandy, Mutiara, Argita, dan Firda Ajeng. Terima kasih atas kebersamaan dan semangatnya kepada penulis.
9. Rizda Wulan Suciwati yang selalu memberi semangat dan memberi bantuan selama penulisan karya ilmiah ini.
10. Pihak-pihak lain yang telah membantu penulisan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat.

Bogor, Desember 2015

Deva Aryarsa

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Ancaman terhadap bahaya, kerusakan, dan kerugian merupakan suatu ketidakpastian yang pasti dialami oleh siapapun. Semua itu merupakan risiko dalam kehidupan yang dapat berdampak pada beberapa hal. Salah satu bentuk pengendalian risiko dengan cara mengalihkan risiko dari satu pihak ke pihak lain, dalam hal ini adalah perusahaan asuransi, disebut dengan asuransi. Menurut Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 40 Tahun 2014 tentang Usaha Perasuransian, asuransi adalah perjanjian antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis, yang menjadi dasar bagi penerimaan premi oleh perusahaan asuransi sebagai imbalan untuk memberikan penggantian kepada tertanggung atau pemegang polis karena kerugian, kerusakan, biaya yang timbul, kehilangan keuntungan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin diderita tertanggung atau pemegang polis karena terjadinya suatu peristiwa yang tidak pasti, atau memberikan pembayaran yang didasarkan pada meninggalnya tertanggung atau pembayaran yang didasarkan pada hidupnya tertanggung dengan manfaat yang besarnya telah ditetapkan dan/atau didasarkan hasil pengolahan dana.

Setiap perusahaan asuransi wajib menyediakan sejumlah dana untuk memenuhi kewajiban membayar klaim yang telah dilaporkan oleh pengguna produk asuransi tersebut. Dana yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi ini disebut dengan cadangan klaim (*claims reserve*). Bagi perusahaan asuransi menghitung cadangan klaim merupakan suatu hal yang sangat penting karena ketidakpastian waktu terjadinya klaim. Cadangan klaim tersebut digunakan oleh perusahaan asuransi untuk membayar klaim yang telah dilaporkan dan telah memenuhi syarat untuk dibayarkan. Pembayaran klaim bisa langsung dilakukan oleh perusahaan asuransi setelah klaim itu dilaporkan, namun pada beberapa jenis asuransi, terkadang pembayarannya memerlukan waktu yang lama atau ditunda pembayarannya dengan periode waktu tertentu. Hubungan antara waktu kejadian dengan penundaan terkait klaim ini disebut dengan *outstanding claim*s. *Outstanding claims* sendiri dibagi menjadi dua, yaitu IBNR (*Incurred But Not Reported*) adalah klaim yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan kepada perusahaan asuransi dan RBNS (*Reported But Not Settled*) adalah klaim yang sudah dilaporkan tetapi pembayarannya belum terselesaikan (Hossack *et al.* 1999).

Besarnya *outstanding claims* bisa diprediksi dengan beberapa metode statistik baik secara deterministik maupun stokastik. Metode yang banyak digunakan untuk menduga besarnya *outstanding claims* adalah *Chain Ladder Method* (CLM). Metode ini dipilih karena sederhana dan bersifat bebas sebaran (Mack 1993). Besarnya cadangan klaim bisa diperkirakan dengan menggunakan metode segitiga (*run off triangle*) yang berisikan besarnya kerugian pada periode tertentu dengan periode pengembangan/penundaan. Akan tetapi metode *chain ladder* tidak mampu untuk membagi cadangan klaim ke IBNR dan RBNS, sehingga digunakan metode *Double Chain Ladder* (DCL) yang berasal dari artikel yang berjudul *Double Chain Ladder* karya Miranda *et al.* (2012).

Tujuan Penelitian

Tujuan dari karya ilmiah ini ialah
1 menjelaskan metode *Double Chain Ladder* untuk memprediksi besarnya cadangan klaim IBNR dan RBNS,
2 memberikan ilustrasi empiris prediksi cadangan klaim IBNR dan RBNS,
3 membandingkan hasil prediksi total cadangan klaim (jumlah IBNR dan RBNS) menggunakan DCL dengan total cadangan klaim menggunakan CLM.

TINJAUAN PUSTAKA

Nilai Harapan

Misalkan X adalah peubah acak diskret dengan fungsi massa peluang $p_X(x)$, maka nilai harapan dari X, dinotasikan dengan $E(X)$ ialah

$$E(X) = \sum_{\forall x} x p_X(x),$$

asalkan jumlah tersebut konvergen mutlak. Jika X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi kepekatan peluang $f_X(x)$, maka nilai harapan dari X ialah

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\, dx,$$

asalkan integral tersebut konvergen mutlak (Hogg *et al.* 2014).

Nilai Harapan Bersyarat

Misalkan X dan Y adalah peubah acak diskret dan $p_{X|Y}(x|y)$ adalah fungsi massa peluang bersyarat dari X dengan syarat $Y = y$. Nilai harapan dari X dengan syarat $Y = y$ ialah

$$E(X|Y = y) = \sum_{x} x\, p_{X|Y}(x|y),$$

sedangkan jika X dan Y adalah peubah acak kontinu dan $f_{X|Y}(x|y)$ adalah fungsi kepekatan peluang bersyarat dari X dengan syarat $Y = y$, maka nilai harapan dari X dengan syarat $Y = y$ ialah

$$E(X|Y = y) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X|Y}(x|y)\, dx$$

(Hogg *et al.* 2014).

Total Klaim

Total klaim atau sekumpulan kerugian adalah penjumlahan total semua klaim yang terjadi dalam periode tertentu dari kontrak asuransi yang telah ditetapkan. Ini merupakan suatu prosedur yang digunakan untuk merekam pembayaran yang dibuat dan kemudian menambahkannya dengan pembayaran berikutnya. Dalam kasus ini, total klaim dapat direpresentasikan sebagai penjumlahan dari total pembayaran individu $(X_1, X_2, \dots, X_N)$, sehingga

$$Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_N, \text{ untuk } N = 0, 1, 2, \ldots$$

dengan N adalah banyaknya klaim. Jika $N = 0$, maka $Y = 0$ (Yunawan 2013).

Outstanding Claims Liability

Penaksiran klaim-klaim yang belum terselesaikan (*outstanding claims liability*) untuk asuransi kelas bisnis jangka panjang umumnya didasarkan pada *run-off triangle* data. *Run-off triangle* data memuat gambaran klaim keseluruhan dan merupakan ringkasan dari suatu data set klaim-klaim individu (Antonio *et al*. 2006). Data yang ada dalam *run-off triangle* biasanya merupakan besarnya klaim dan juga banyaknya klaim, di mana keduanya tersaji dalam bentuk inkremental ataupun kumulatif.

Misalkan $X_{i,j}$ menyatakan besarnya klaim dalam bentuk inkremental untuk klaim-klaim yang terjadi pada tahun i dan dibayarkan j tahun penundaan dari tahun i, dengan $1 \leq i \leq m$, dan $0 \leq j \leq m-1$. Data besarnya klaim $X_{i,j}$ tersedia untuk $i + j \leq m$ (data *run-off triangle*), sedangkan untuk yang lainnya, data tersebut merupakan pengamatan-pengamatan yang akan datang atau merupakan klaim-klaim yang belum terselesaikan dan berada dalam *future triangle* (Olofsson 2006).

Tabel 1 mengilustrasikan data *run-off triangle* dan data *future triangle* dalam bentuk inkremental, di mana baris menunjukkan tahun kejadian, kolom menunjukkan penundaan tahun pembayaran, dan diagonal menunjukkan klaim yang dibayarkan dalam setiap tahun pembayaran. Data *run-off triangle* adalah sel-sel $X_{i,j}$ (untuk $i + j \leq m$) yang berwarna putih dan berada dalam segitiga atas, sedangkan data *future triangle* adalah sel-sel $X_{i,j}$ (untuk $i + j > m$) yang berwarna biru dan berada dalam segitiga bawah.

Tabel 1 Data *run-off triangle* dan *future triangle* dalam bentuk inkremental

Tahun	Penundaan (tahun)						
kejadian	0	1	2	3	...	$m-2$	$m-1$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$	...	$X_{1,m-2}$	$X_{1,m-1}$
2	$X_{2,0}$	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$	...	$X_{2,m-2}$	$X_{2,m-1}$
3	$X_{3,0}$	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$	$X_{3,3}$	⋰	$X_{3,m-2}$	$X_{3,m-1}$
4	$X_{4,0}$	$X_{4,1}$	$X_{4,2}$	$X_{4,3}$	⋰	$X_{4,m-2}$	$X_{4,m-1}$
⋮	⋮	⋮	⋰	⋰	⋰	⋮	⋮
$m-1$	$X_{m-1,0}$	$X_{m-1,1}$	$X_{m-1,2}$	$X_{m-1,3}$	...	$X_{m-1,m-2}$	$X_{m-1,m-1}$
m	$X_{m,0}$	$X_{m,1}$	$X_{m,2}$	$X_{m,3}$	...	$X_{m,m-2}$	$X_{m,m-1}$

Data *run-off triangle* dalam bentuk kumulatif, $A_{i,j}$ dapat dibentuk berdasarkan inkremental, $X_{i,j}$, melalui hubungan berikut:

$$A_{i,j} = \sum_{l=0}^{j} X_{i,l}$$

untuk $1 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq m-1$, dan $i + j \leq m$.

$A_{i,j}$ dapat dinyatakan sebagai besarnya klaim kumulatif untuk klaim-klaim yang terjadi pada tahun i dan dibayarkan sampai dengan j tahun penundaan. Data *run-off triangle* dalam bentuk kumulatif disajikan dalam Tabel 2. Besarnya klaim kumulatif sampai dengan $m-1$ tahun penundaan ialah

$$A_{i,m-1} = \sum_{l=0}^{m-1} X_{i,l}$$

untuk $i = 2,3,\dots,m$, disebut *ultimate claims* (Mack 1993).

Tabel 2 Data *run-off triangle* dan *future triangle* dalam bentuk kumulatif

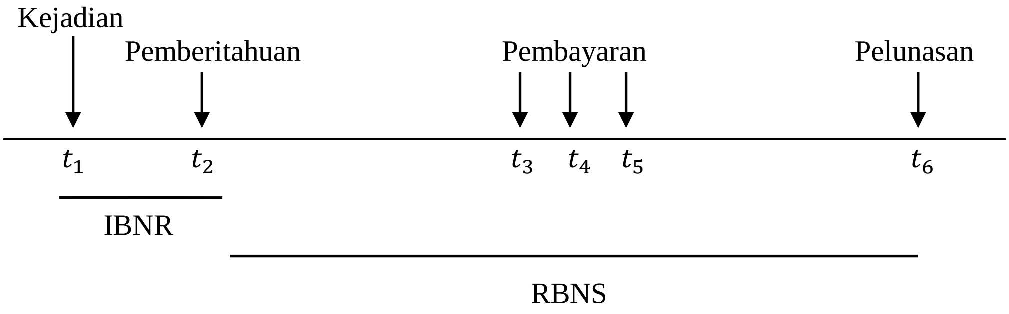
Tahun	Penundaan (tahun)						
kejadian	0	1	2	3	...	$m-2$	$m-1$
1	$A_{1,0}$	$A_{1,1}$	$A_{1,2}$	$A_{1,3}$	...	$A_{1,m-2}$	$A_{1,m-1}$
2	$A_{2,0}$	$A_{2,1}$	$A_{2,2}$	$A_{2,3}$	...	$A_{2,m-2}$	$A_{2,m-1}$
3	$A_{3,0}$	$A_{3,1}$	$A_{3,2}$	$A_{3,3}$	⋰	$A_{3,m-2}$	$A_{3,m-1}$
4	$A_{4,0}$	$A_{4,1}$	$A_{4,2}$	$A_{4,3}$	⋰	$A_{4,m-2}$	$A_{4,m-1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	⋰	⋰	⋰	$\vdots$	$\vdots$
$m-1$	$A_{m-1,0}$	$A_{m-1,1}$	$A_{m-1,2}$	$A_{m-1,3}$	...	$A_{m-1,m-2}$	$A_{m-1,m-1}$
m	$A_{m,0}$	$A_{m,1}$	$A_{m,2}$	$A_{m,3}$	...	$A_{m,m-2}$	$A_{m,m-1}$

Tabel 3 mengilustrasikan data $N_{i,j}$ yaitu banyaknya klaim yang terjadi pada tahun i yang dilaporkan j tahun penundaan dari tahun i. Data tersebut disajikan dalam bentuk inkremental. Data *run-off triangle* (data yang diketahui) ditunjukkan oleh warna putih, sedangkan data *future triangle* (data yang belum diketahui) ditunjukkan oleh warna biru.

Tabel 3 Data *run-off triangle* dan *future triangle* banyaknya klaim yang dilaporkan

Tahun	Penundaan (tahun)						
kejadian	0	1	2	3	...	$m-2$	$m-1$
1	$N_{1,0}$	$N_{1,1}$	$N_{1,2}$	$N_{1,3}$	...	$N_{1,m-2}$	$N_{1,m-1}$
2	$N_{2,0}$	$N_{2,1}$	$N_{2,2}$	$N_{2,3}$	...	$N_{2,m-2}$	$N_{2,m-1}$
3	$N_{3,0}$	$N_{3,1}$	$N_{3,2}$	$N_{3,3}$	⋰	$N_{3,m-2}$	$N_{3,m-1}$
4	$N_{4,0}$	$N_{4,1}$	$N_{4,2}$	$N_{4,3}$	⋰	$N_{4,m-2}$	$N_{4,m-1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	⋰	⋰	⋰	$\vdots$	$\vdots$
$m-1$	$N_{m-1,0}$	$N_{m-1,1}$	$N_{m-1,2}$	$N_{m-1,3}$	...	$N_{m-1,m-2}$	$N_{m-1,m-1}$
m	$N_{m,0}$	$N_{m,1}$	$N_{m,2}$	$N_{m,3}$	...	$N_{m,m-2}$	$N_{m,m-1}$

Outstanding claims liability dibagi menjadi dua yaitu, RBNS (*Reporting But Not Settled)* yaitu klaim yang sudah dilaporkan namun pembayarannya belum terselesaikan dan IBNR (*Incured But Not Reported*) yaitu klaim yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan kepada perusahaan asuransi (Hossack *et al.* 1999). Hubungan antara waktu terjadinya klaim, pelaporan klaim, dan waktu pembayaran klaim sampai selesai ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1 Diagram waktu terjadinya klaim, pelaporan klaim, dan waktu pembayaran klaim sampai selesai

Dalam praktiknya, klaim RBNS bisa langsung dibayarkan atau ditunda pembayarannya selama periode tertentu setelah klaim tersebut dilaporkan kepada perusahaan asuransi. Klaim RBNS timbul dari klaim yang telah dilaporkan, dengan kata lain klaim ini berasal dari nilai $N_{i,j}$ yang sudah diketahui. Berbeda dengan klaim RBNS, klaim IBNR timbul dari klaim yang belum dilaporkan dan didapat dari nilai yang akan datang dari $N_{i,j}$.

***Chain Ladder Method* (CLM)**

Misalkan $A_{i,j}$ menyatakan total klaim yang diakumulasikan dari waktu kejadian i, untuk $i = 1,2, \dots, m$, yang dibayarkan sampai dengan j tahun penundaan, dengan $j = 0,1, \dots, m-1$. Jika $i + j \leq m$, maka $A_{i,j}$ diketahui. Tujuan yang ingin dicapai ialah untuk memberikan prediksi total klaim $A_{i,j}$ untuk $i + j > m$.

Asumsi dasar pada CLM ialah terdapat nilai faktor penundaan (*development factor*) $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m-1}$ dengan:

$$E\left(A_{i,j+1} \middle| A_{i,0}, A_{i,1}, \dots, A_{i,j}\right) = A_{i,j}\lambda_{j+1},$$

untuk $i = 1,2, \dots, m$ dan $j = 0,1, \dots, m-1$ sedemikian sehingga $i + j \leq m$. CLM terdiri atas prediksi λ_j dengan

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=1}^{m-j} A_{i,j}}{\sum_{i=1}^{m-j} A_{i,j-1}},$$

dan prediksi besarnya klaim ialah

$$A_{i,j} = A_{i,j-1}\lambda_j$$

(Mack 1993).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data dan Asumsi Momen Pertama (Nilai Harapan)

Diasumsikan bahwa dua data *run-off triangle* keduanya tersedia, yaitu data besarnya pembayaran klaim aggregat dan data banyaknya klaim yang dilaporkan. Keduanya didefinisikan sebagai berikut:

- Total banyaknya klaim: $\aleph_m = \{N_{i,j} : (i,j) \in I\}$, dengan $N_{i,j}$ menyatakan total banyaknya klaim asuransi yang terjadi pada tahun i dan dilaporkan pada tahun $i + j$, dengan j adalah jangka waktu penundaan dari tahun ke i; dan $I = \{(i,j) : i = 1, \ldots, m, j = 0, \ldots, m-1; i + j \leq m\}$.
- Total besarnya pembayaran klaim: $\Delta_m = \{X_{i,j} : (i,j) \in I\}$, dengan $X_{i,j}$ menyatakan total pembayaran dari klaim yang terjadi pada tahun i dan pembayarannya ditunda selama j tahun dari tahun i.

Data *run-off triangle* dari total banyaknya klaim yang terjadi dan total besarnya pembayaran klaim $(\aleph_m, \Delta_m)$ merupakan data real yang diamati, tetapi penundaan penyelesaian pembayaran (RBNS *delay*) adalah sebuah komponen stokastik yang dimodelkan dengan mempertimbangkan peubah yang tidak diamati tingkat mikro, $N_{i,j,l}^{paid}$ yang merupakan banyaknya klaim yang akan datang mulai dari $N_{i,j}$ klaim yang telah dilaporkan, yang akhirnya dibayar dengan penundaan pembayaran selama l periode, dengan $l = 0, \ldots, m-1$. Penyelesaian pembayaran klaim diasumsikan satu kali pembayaran lunas dan tidak dicicil.

Misalkan $Y_{i,j,l}^{(k)}$ menyatakan besarnya pembayaran klaim individu ke-k yang berasal dari $N_{i,j,l}^{paid}$ $\left(k = 1, \ldots, N_{i,j,l}^{paid}, (i,j) \in I, l = 0, \ldots, m-1\right)$. Dengan menggunakan komponen ini, memungkinkan untuk memperkirakan cadangan klaim RBNS. Untuk cadangan klaim IBNR, perlu ditentukan sebuah model untuk penundaan IBNR. Dengan definisi-definisi tersebut, kondisi momen pertama (nilai harapan) dari model DCL dirumuskan seperti di bawah ini.

M1. $N_{i,j}$ adalah peubah acak dengan nilai harapan merupakan perkalian parameter $E[N_{i,j}] = \alpha_i \beta_j$ dan $\sum_{j=0}^{m-1} \beta_j = 1$ (Mack 1991).

M2. Nilai harapan dari peubah penundaan RBNS ialah $E\left[N_{i,j,l}^{paid} \mid \aleph_m\right] = N_{i,j} \tilde{\pi}_l$, untuk setiap $(i,j) \in I, l = 0, \ldots, m-1$.

M3. Bergantung pada banyaknya pembayaran klaim, nilai harapan besarnya pembayaran individu ialah $E\left[Y_{i,j,l}^{(k)} \mid N_{i,j,l}^{paid}\right] = \tilde{\mu}_l \gamma_i$.

Asumsi ini sangat mirip dengan yang digunakan oleh Verrall *et al*. (2010) dan Miranda *et al*. (2011), kecuali M3. Perlu diperhatikan bahwa asumsi-asumsi tersebut ditulis dalam momen pertama (nilai harapan), bukan dalam sebaran dasar. Perhatikan juga bahwa nilai harapan pada asumsi M3 bergantung pada tahun kejadian dan penundaan pembayaran, tetapi tidak bergantung pada penundaan pelaporan. Hal ini memungkinkan untuk membuat asumsi M3 lebih sederhana dengan mengganti μ_l dengan μ, sehingga nilai harapan besarnya pembayaran individu menjadi $E\left[Y_{i,j,l}^{(k)} \,\middle|\, N_{i,j,l}^{paid}\right] = \mu\gamma_i$.

Dengan menggunakan M1 sampai M3 akan diperoleh:

$$E\left[\sum_{k=1}^{N_{i,j-l,l}^{paid}} Y_{i,j-l,l}^{(k)} \,\middle|\, \aleph_m\right] = E\left[\sum_{k=1}^{N_{i,j-l,l}^{paid}} E\left[Y_{i,j-l,l}^{(k)} \,\middle|\, \aleph_m,\, N_{i,j-l,l}^{paid}\right] \,\middle|\, \aleph_m\right]$$
$$= E\left[N_{i,j-l,l}^{paid}\tilde{\mu}_l\gamma_i \,\middle|\, \aleph_m\right]$$
$$= N_{i,j-l}\tilde{\pi}_l\tilde{\mu}_l\gamma_i.$$

Perhatikan juga bahwa total pembayaran klaim yang diamati dapat ditulis sebagai:

$$X_{i,j} = \sum_{l=0}^{j} \sum_{k=1}^{N_{i,j-l,l}^{paid}} Y_{i,j-l,l}^{(k)}\,, \forall(i,j) \in I\,.$$

Jadi,

$$E\left[X_{i,j} \,\middle|\, \aleph_m\right] = \sum_{l=0}^{j} N_{i,j-l}\tilde{\pi}_l\tilde{\mu}_l\gamma_i = \sum_{l=0}^{j} N_{i,j-l}\pi_l\mu\gamma_i, \qquad (1)$$

dengan $\mu = \sum_{l=0}^{m-1} \tilde{\pi}_l\tilde{\mu}_l$ dan $\pi_l = \frac{\tilde{\pi}_l\tilde{\mu}_l}{\mu}$, juga nilai harapan tanpa syaratnya ialah

$$E\left[X_{i,j}\right] = \alpha_i\mu\gamma_i \sum_{l=0}^{j} \beta_{j-l}\pi_l\,. \qquad (2)$$

Untuk menentukan cadangan klaim RBNS dapat menggunakan persamaan (1) atau (2), tetapi untuk cadangan klaim IBNR hanya dapat menggunakan persamaan (2) saja dengan memperkirakan banyaknya klaim yang terjadi di masa yang akan datang.

Untuk cadangan RBNS direkomendasikan menggunakan persamaan (1), dengan banyaknya klaim yang terjadi sebenarnya. CLM menganSumsikan bahwa $X_{i,j}$ adalah peubah acak yang bebas dengan

$$E\left[X_{i,j}\right] = \tilde{\alpha}_i\tilde{\beta}_j\,. \qquad (3)$$

Berdasarkan Mack (1991), $\sum_{j=0}^{m-1} \tilde{\beta}_j = 1$. Secara serupa, CLM diaplikasikan kepada segitiga dari banyaknya klaim yang terjadi dan didefinisikan oleh

$$E\left[N_{i,j}\right] = \alpha_i\beta_j \qquad (4)$$

dengan $\sum_{j=0}^{m-1} \beta_j = 1$.

Hubungan antara nilai (α_i, β_j) yang berdasarkan banyaknya klaim yang terjadi dengan faktor penundaan pelaporan dan $(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_j)$ yang berdasarkan besarnya pembayaran klaim dengan faktor penundaan pembayaran ialah

$$\alpha_i \gamma_i \mu = \tilde{\alpha}_i \,, \tag{5}$$

$$\sum_{l=0}^{j} \beta_{j-l} \pi_l = \tilde{\beta}_j \,. \tag{6}$$

Pendugaan Parameter untuk Momen Pertama

Untuk memperkirakan klaim yang belum terselesaikan dan untuk memperkirakan cadangan klaim IBNR maupun RBNS dibutuhkan pendugaan parameter yang terdapat dalam asumsi M1 sampai M3. CLM diaplikasikan kepada segitiga data besarnya klaim yang dibayarkan (Δ_m) dan banyaknya klaim yang terjadi ($\aleph_m$) untuk $i = 1, \dots, m,\quad j = 0, \dots, m-1$. Masing-masing penduga dinotasikan dengan $\left(\hat{\hat{\alpha}}_i, \hat{\hat{\beta}}_j\right)$ dan $\left(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j\right)$.

Pendugaan parameter $\pi = \{\pi_l : l = 0, \dots, m-1\}$ dapat dilakukan dengan menyelesaikan sistem persamaan linear berikut

$$\begin{pmatrix} \hat{\hat{\beta}}_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{\hat{\beta}}_{m-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \hat{\beta}_{m-1} & \cdots & \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \pi_{m-1} \end{pmatrix} \tag{7}$$

dengan $\hat{\beta}_j$ dan $\hat{\hat{\beta}}_j$ adalah hasil konversi dari pendugaan faktor penundaan pelaporan klaim yang terjadi ($\hat{\lambda}_j$) dan faktor penundaan dari klaim yang dibayarkan ($\hat{\hat{\lambda}}_j$), maka:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{\prod_{l=1}^{m-1} \hat{\lambda}_l} \quad , \quad \hat{\hat{\beta}}_0 = \frac{1}{\prod_{l=1}^{m-1} \hat{\hat{\lambda}}_l} \tag{8}$$

dan

$$\hat{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_j - 1}{\prod_{l=j}^{m-1} \hat{\lambda}_l} \quad , \quad \hat{\hat{\beta}}_j = \frac{\hat{\hat{\lambda}}_l - 1}{\prod_{l=j}^{m-1} \hat{\hat{\lambda}}_l} \tag{9}$$

untuk $j = 1, \dots, m-1$. Dari persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\pi}$, dengan unsur-unsur individu dilambangkan dengan $\hat{\pi}_l$, $l = 0, \dots, m-1$.

Pendugaan parameter inflasi dari nilai harapan pembayaran individu dapat diperoleh dari persamaan (5):

$$\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\hat{\alpha}}_i}{\hat{\alpha}_i \mu}, i = 1, \ldots, m. \tag{10}$$

dengan $\hat{\alpha}_i$ dan $\hat{\hat{\alpha}}_i$ adalah penduga parameter dari tahun terjadinya kecelakaan:

$$\hat{\alpha}_1 = \sum_{j=0}^{m-i} N_{1,j} \quad , \quad \hat{\hat{\alpha}}_1 = \sum_{j=0}^{m-i} X_{1,j} \tag{11}$$

dan

$$\hat{\alpha}_i = \sum_{j=0}^{m-i} N_{i,j} \prod_{j=m-i+1}^{m-1} \hat{\lambda}_j \quad , \quad \hat{\hat{\alpha}}_i = \sum_{j=0}^{m-i} X_{i,j} \prod_{j=m-i+1}^{m-1} \hat{\hat{\lambda}}_j. \tag{12}$$

Persamaan (10) secara teknis *over-parameterised* karena terlalu banyak parameter inflasi. Cara paling sederhana untuk menduga μ ialah dengan mengambil $\gamma_1 = 1$, sehingga nilai $\hat{\mu}$ menjadi:

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\hat{\alpha}}_1}{\hat{\alpha}_1}. \tag{13}$$

Pendugaan *Outstanding Claims* (Cadangan Klaim IBNR dan RBNS)

Pendugaan *outstanding claims* menggunakan CLM dapat dilakukan dengan menggunakan $\hat{X}_{i,j}^{CL} = \hat{\hat{\alpha}}_i \hat{\hat{\beta}}_j$ untuk $(i, j) \in \mathcal{J}$ dengan $\mathcal{J} = \{i = 2, \ldots, m; j = 0, \ldots, m-1 \ni i + j = m+1, \ldots, 2m-1\}$. Ada dua cara dalam menentukan perkiraan besarnya klaim RBNS, yaitu menggunakan data banyaknya klaim yang telah tersedia dan teramati, serta menggunakan data banyaknya klaim masa depan. Sementara untuk perkiraan besarnya klaim IBNR hanya menggunakan data banyaknya klaim masa depan. Perkiraan besarnya klaim IBNR dan RBNS:

$$\hat{X}_{i,j}^{rbns(1)} = \sum_{l=i-m+j}^{j} N_{i,j-l} \hat{\pi}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i , \tag{14}$$

$$\hat{X}_{i,j}^{rbns(2)} = \sum_{l=i-m+j}^{j} \hat{N}_{i,j-l} \hat{\pi}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i , \tag{15}$$

dan

$$\hat{X}_{i,j}^{ibnr} = \sum_{l=0}^{i-m+j-1} \hat{N}_{i,j-l} \hat{\pi}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i \tag{16}$$

dengan $\hat{N}_{i,j} = \hat{\alpha}_i \hat{\beta}_j$.

Teorema berikut menunjukkan bahwa penggunaan persamaan (15) dan (16) akan memberikan penduga *outstanding claims* yang sama dengan menggunakan CLM.

Teorema 1. Untuk $(i,j) \in \mathcal{I}$, jika

$$\hat{X}_{i,j}^{CL} = \hat{\hat{\alpha}}_i \, \hat{\hat{\beta}}_j \,,$$

$$\hat{X}_{i,j}^{rbns(2)} = \sum_{l=i-m+j}^{j} \hat{N}_{i,j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i \,,$$

$$\hat{X}_{i,j}^{ibnr} = \sum_{l=0}^{i-m+j-1} \hat{N}_{i,j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i \,,$$

dengan

$$\hat{\alpha}_i\hat{\mu}\hat{\gamma}_i = \hat{\hat{\alpha}}_i \,,$$

$$\sum_{l=0}^{j} \hat{\beta}_{j-l}\hat{\pi}_l = \hat{\hat{\beta}}_j \,,$$

maka $\hat{X}_{i,j}^{CL} = \hat{X}_{i,j}^{rbns(2)} + \hat{X}_{i,j}^{ibnr}$.

Bukti:

$$\begin{aligned}
\hat{X}_{i,j}^{rbns(2)} + \hat{X}_{i,j}^{ibnr} &= \sum_{l=i-m+j}^{j} \hat{N}_{i,j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i + \sum_{l=0}^{i-m+j-1} \hat{N}_{i,j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i \\
&= \sum_{l=0}^{j} \hat{N}_{i,j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i \\
&= \sum_{l=0}^{j} \hat{\alpha}_i\hat{\beta}_{j-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_i \\
&= \sum_{l=0}^{j} (\hat{\alpha}_i\hat{\mu}\hat{\gamma}_i)\hat{\beta}_{j-l}\hat{\pi}_l \\
&= \hat{\hat{\alpha}}_i \sum_{l=0}^{j} \hat{\beta}_{j-l}\hat{\pi}_l \\
&= \hat{\hat{\alpha}}_i \, \hat{\hat{\beta}}_j = \hat{X}_{i,j}^{CL}.
\end{aligned}$$

Ilustrasi Empiris

Data yang digunakan dalam karya ilmiah ini sama dengan data yang digunakan oleh Verral *et al*. (2010) dan Miranda *et al*. (2011). Data ini berasal dari perusahaan asuransi umum RSA dan didasarkan pada portofolio polis liabilitas pihak ketiga. Data yang tersedia terdiri atas dua *run-off triangle* dalam bentuk inkremental dengan dimensi $m = 10$, satu untuk banyaknya klaim yang dilaporkan $N_{i,j}$ (Tabel 4), dan satu untuk besarnya klaim yang dibayarkan $X_{i,j}$ (Tabel 5), dengan $i = 1, \dots, m$ adalah tahun kejadian dan $j = 0, \dots, m-1$ adalah tahun penundaan.

Tabel 4 *Run-off triangle* untuk banyaknya klaim yang dilaporkan, $N_{i,j}$

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	6 238	831	49	7	1	1	2	1	2	3
	2	7 773	1 381	23	4	1	3	1	1	3	
	3	10 306	1 093	17	5	2	0	2	2		
	4	9 639	995	17	6	1	5	4			
	5	9 511	1 386	39	4	6	5				
	6	10 023	1 342	31	16	9					
	7	9 834	1 424	59	24						
	8	10 899	1 503	84							
	9	11 954	1 704								
	10	10 989									

Tabel 5 *Run-off triangle* untuk besarnya klaim yang dibayarkan, $X_{i,j}$

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	451 288	339 519	333 371	144 988	93 243	45 511	25 217	20 406	31 482	1 729
	2	448 627	512 882	168 467	130 674	56 044	33 397	56 071	26 522	14 346	
	3	693 574	497 737	202 272	120 753	125 046	37 154	27 608	17 864		
	4	652 043	546 406	244 474	200 896	106 802	106 753	63 688			
	5	566 082	503 970	217 838	145 181	165 519	91 313				
	6	606 606	562 543	227 374	153 551	132 743					
	7	536 976	472 525	154 205	150 564						
	8	554 833	590 880	300 964							
	9	537 238	701 111								
	10	684 944									

Dengan menggunakan CLM diperoleh penduga besarnya klaim yang dibayarkan dan banyaknya klaim yang dilaporkan di masa yang akan datang, ditunjukkan oleh Tabel 6 dan Tabel 7. Langkah penghitungan secara lengkap terdapat pada Lampiran 1.

Tabel 6 Hasil dugaan besarnya klaim yang dibayarkan menggunakan CLM

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	451 288	339 519	333 371	144 988	93 243	45 511	25 217	20 406	31 482	1 729
	2	448 627	512 882	168 467	130 674	56 044	33 397	56 071	26 522	14 346	1 685
	3	693 574	497 737	202 272	120 753	125 046	37 154	27 608	17 864	27 342	2 037
	4	652 043	546 406	244 474	200 896	106 802	106 753	63 688	27 395	30 938	2 305
	5	566 082	503 970	217 838	145 181	165 519	91 313	46 353	24 760	27 962	2 083
	6	606 606	562 543	227 374	153 551	132 743	68 941	48 050	25 666	28 985	2 159
	7	536 976	472 525	154 205	150 564	102 975	58 061	40 467	21 616	24 411	1 818
	8	554 833	590 880	300 964	169 386	126 621	71 394	49 759	26 579	30 016	2 236
	9	537 238	701 111	268 220	176 398	131 863	74 350	51 819	27 680	31 259	2 329
	10	684 944	641 560	287 315	188 956	141 250	79 642	55 508	29 650	33 484	2 494

Tabel 7 Hasil dugaan banyaknya klaim yang dilaporkan menggunakan CLM

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	6 238	831	49	7	1	1	2	1	2	3
	2	7 773	1 381	23	4	1	3	1	1	3	4
	3	10 306	1 093	17	5	2	0	2	2	4	5
	4	9 639	995	17	6	1	5	4	2	3	4
	5	9 511	1 386	39	4	6	5	3	2	3	5
	6	10 023	1 342	31	16	9	3	3	2	3	5
	7	9 834	1 424	59	24	4	3	3	2	3	5
	8	10 899	1 503	84	11	4	4	3	2	4	5
	9	11 954	1 704	52	13	5	4	3	2	4	6
	10	10 989	1 487	47	11	4	4	3	2	4	5

Untuk menentukan besarnya cadangan klaim IBNR dan RBNS diperlukan tiga parameter pembentuknya seperti yang telah dijelaskan sebelumnya dan menggunakan informasi dari Tabel 7. Langkah selanjutnya ialah menghitung nilai parameter tersebut menggunakan persamaan (7) sampai (12) di mana keseluruhan hasil penghitungannya terdapat pada Tabel 8. Langkah penghitungan secara lengkap terdapat pada Lampiran 2.

Tabel 8 Hasil dugaan parameter $\hat{\pi}_l$ $(l = 0, \dots ,9)$, parameter inflasi $\hat{\gamma}_i$ $(i = 1, \dots ,10)$, dan *mean* $\hat{\mu}$

$\hat{\pi}_l$	$\hat{\gamma}_i$
0.3649	1.0000
0.2924	0.7562
0.1119	0.7350
0.0839	0.8908
0.0630	0.7840
0.0332	0.7790
0.0245	0.6605
0.0121	0.7370
0.0158	0.6990
-0.0012	0.8198
$\hat{\mu}$ = 208.3748	

Dengan menggunakan persamaan (14) dan (16) serta informasi dari Tabel 7 dan Tabel 8, besarnya cadangan klaim IBNR dan RBNS dapat ditentukan. Secara keseluruhan hasil penghitungannya disajikan pada Tabel 9 dan Tabel 10. Langkah penghitungan secara lengkap terdapat pada Lampiran 2.

Tabel 9 Hasil dugaan besarnya cadangan klaim IBNR, $X_{i,j}^{ibnr}$

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1										
	2										222
	3									196	426
	4								102	301	511
	5							153	215	319	497
i	6						188	310	281	374	548
	7					176	300	315	277	346	478
	8				641	744	580	542	457	490	634
	9			2 751	2 872	1 619	1 236	1 039	727	695	752
	10		92 673	77 208	31 496	23 042	17 325	9 545	7 001	3 818	4 818

Tabel 10 Hasil dugaan besarnya cadangan klaim RBNS, $X_{i,j}^{rbns}$

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1										
	2										2 232
	3									27 197	871
	4								26 686	30 791	963
	5							46 389	24 774	27 597	1 890
i	6						68 879	47 791	25 477	28 644	1 663
	7					103 586	58 333	40 455	21 656	24 065	1 652
	8				170 031	126 258	71 194	49 484	26 336	29 555	1 794
	9			267 406	173 855	130 516	73 442	50 898	27 149	30 513	1 832
	10		548 894	210 059	157 497	118 264	62 323	45 991	22 714	29 660	-2 253

Arus kas oleh kalender tahun dihitung dengan menjumlahkan perkiraan untuk $X_{i,j}, X_{i,j}^{ibnr}, X_{i,j}^{rbns}$ (*future triangle*) sepanjang diagonal $\mathcal{J}$, dengan $\mathcal{J}$ seperti sudah dijelaskan sebelumnya. Langkah penghitungan secara lengkap terdapat pada Lampiran 3. Tabel 11 menunjukkan cadangan klaim IBNR dan RBNS dan juga perkiraan total cadangan klaim (IBNR+RBNS). Sebagai patokan untuk tujuan membandingkan, perkiraan cadangan klaim dengan menggunakan CLM juga dituliskan dalam kolom terakhir dari Tabel 11.

Tabel 11 Hasil perkiraan total cadangan klaim menggunakan DCL dan total cadangan klaim menggunakan CLM

	DCL			
Masa Depan (tahun ke-)	IBNR	RBNS	Total(IBNR+RBNS)	CLM
1	97 102	1 261 300	1 358 402	1 353 858
2	82 376	672 732	755 108	754 180
3	35 121	453 699	488 820	488 613
4	25 968	293 380	319 348	318 043
5	19 715	165 285	185 000	184 610
6	11 240	104 347	115 587	115 022
7	8 330	55 021	63 351	63 145
8	4 570	31 492	36 062	35 813
9	4 818	-2 253	2 565	2 494
Total	289 240	3 035 003	3 324 243	3 315 778

Dari hasil yang diperoleh, besarnya perkiraan cadangan klaim menggunakan DCL (IBNR+RBNS) hampir sama dengan cadangan klaim menggunakan CLM, tetapi dalam penerapannya, DCL lebih baik. Hal ini disebabkan DCL memisahkan dua jenis cadangan klaim, yaitu cadangan klaim IBNR dan RBNS.

SIMPULAN

Metode DCL adalah CLM yang digunakan dua kali. DCL dapat digunakan untuk memprediksi besarnya cadangan klaim IBNR dan RBNS secara terpisah, dengan menggunakan total banyaknya klaim yang dilaporkan dan total banyaknya klaim yang dilaporkan di masa depan. DCL digunakan karena CLM biasa tidak mampu untuk menduga besarnya cadangan klaim IBNR dan RBNS.

Besarnya perkiraan cadangan klaim IBNR dan RBNS dapat diprediksi dengan menentukan parameter *mean* $\hat{\mu}$, inflasi $\hat{\gamma}$, dan $\hat{\pi}$. Untuk menduga besarnya cadangan klaim IBNR, menggunakan data banyaknya klaim masa depan yang diprediksi dengan CLM, sedangkan RBNS menggunakan data banyaknya klaim yang telah tersedia dan teramati. Besarnya dugaan cadangan klaim RBNS lebih besar daripada IBNR, ini karena banyaknya klaim yang tersedia dan teramati lebih banyak daripada banyaknya klaim masa depan.

Hasil dari proses pendugaan besarnya cadangan klaim, diperoleh total besarnya cadangan klaim (IBNR+RBNS) menggunakan DCL adalah sebesar 3 324 243 dan dengan menggunakan CLM adalah sebesar 3 315 778, selisih antara keduanya ialah sebesar 8 465. Perbandingan hasil penghitungan antara total besarnya klaim (IBNR+RBNS) dengan total besarnya klaim menggunakan CLM yang berdasarkan besarnya klaim yang dibayarkan tidak jauh berbeda. Dapat disimpulkan, besar cadangan klaim di masa depan dapat ditentukan dengan memperkirakan besar cadangan klaim IBNR dan RBNS tanpa menggunakan informasi jumlah klaim yang telah dibayarkan menggunakan DCL.

DAFTAR PUSTAKA

Antonio K, Beirlant J, Hoedemakers T, Verlaak R. 2006. Lognormal mixed models for reported claims reserves. *North American Actuarial Journal.* 10(1):30-48.doi:10.1080/10920277.2006.10596238.

Hogg RV, McKean J, Craig AT. 2014. *Introduction to Mathematical Statistics*. Ed ke-7. New Jersey (US): Prentice Hall Inc.

Hossack IB, Pollard JH, Zenwirth B. 1999. *Introductory Statistics with Applications in General Insurance*. Ed ke-2. Cambridge (UK): University of Cambride Press.

Mack T. 1991. A simple parametric model for rating automobile insurance or estimating *IBNR* claims reserves. *ASTIN Bulletin*. 21(1):93-109.doi:10.2143/AST.21.1.2005403.

Mack T. 1993. Distribution-free calculation of the standard error of chain-ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin*. 23(2):213-225.doi:10.2143/AST.23.2.2005092.

Miranda MDM, Nielsen B, Nielsen JP, Verrall R. 2011. Cash-flow simulation for a model of outstanding liabilities based on claim amounts and claim numbers. *ASTIN Bulletin.* 41(1):107-129.doi:10.2143/AST.41.1.2084388.

Miranda MDM, Nielsen JP, Verrall R. 2012. Double chain ladder. *ASTIN Bulletin.* 42(1):59-76.doi:10.2143/AST.42.1.2160712.

Olofsson M. (2006). Stochastic loss reserving testing the new guidelines from the Australian prudential regulation authority (APRA) on Swedish portfolio data using a bootstrap simulation and distribution-free method by Thomas Mack [tesis]. Stockholm (SE): Stockholm University.

Pemerintah Republik Indonesia. 2014. Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 40 tahun 2014 tentang Usaha Perasuransian. Jakarta (ID): Sekretariat Negara.

Verrall R, Nielsen JP, Jessen A. 2010. Prediction of *RBNS* and *IBNR* claims using claim amounts and claim counts. *ASTIN Bulletin.* 40(2):871-887.doi:10.2143/AST.40.2.2061139.

Yunawan G. 2013. Model stokastik berdasarkan teknik *chain ladder* [skripsi]. Yogyakarta (ID): Universitas Gadjah Mada.

Lampiran 1 Detail penghitungan dugaan besarnya klaim yang dibayarkan dan banyaknya klaim yang dilaporkan dengan CLM

Run-off triangle untuk besarnya klaim yang dibayarkan dalam bentuk kumulatif, $A_{i,j}$

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	451 288	790 807	1 124 178	1 269 166	1 362 409	1 407 920	1 433 137	1 453 543	1 485 025	1 486 754
2	448 627	961 509	1 129 976	1 260 650	1 316 694	1 350 091	1 406 162	1 432 684	1 447 030	
3	693 574	1 191 311	1 393 583	1 514 336	1 639 382	1 676 536	1 704 144	1 722 008		
4	652 043	1 198 449	1 442 923	1 643 819	1 750 621	1 857 374	1 921 062			
5	566 082	1 070 052	1 287 890	1 433 071	1 598 590	1 689 903				
6	606 606	1 169 149	1 396 523	1 550 074	1 682 817					
7	536 976	1 009 501	1 163 706	1 314 270						
8	554 833	1 145 713	1 446 677							
9	537 238	1 238 349								
10	684 944									

Contoh perhitungan faktor penundaan ke-2 ($\hat{\hat{\lambda}}_2$):

$$\hat{\hat{\lambda}}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m-j} A_{i,j}}{\sum_{i=1}^{m-j} A_{i,j-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{10-2} A_{i,2}}{\sum_{i=1}^{10-2} A_{i,1}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{8} A_{i,2}}{\sum_{i=1}^{8} A_{i,1}}$$

$$= \frac{1124178+1129976+\cdots+144667}{790807+961509+\cdots+1145713}$$

$$= 1.216595$$

Hasil penghitungan faktor penundaan pembayaran klaim $\hat{\hat{\lambda}}_j$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\hat{\lambda}}_j$	1.936660	1.216595	1.117086	1.078352	1.040968	1.027429	1.014261	1.015878	1.001164

Contoh penghitungan dugaan besarnya klaim yang terjadi pada tahun ke-9 dan ditunda pembayarannya pada tahun ke-2,

$$A_{9,2} = A_{9,1}\, \hat{\hat{\lambda}}_2 = (1238349)\,(1.216595)$$

$$= 1506569.202 \approx 1506569$$

$$X_{9,2} = A_{9,2} - A_{9,1} = (1506569) - (1238349) = 268220$$

Hasil penghitungan besarnya klaim yang dibayarkan dengan CLM

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	451 288	339 519	333 371	144 988	93 243	45 511	25 217	20 406	31 482	1 729
	2	448 627	512 882	168 467	130 674	56 044	33 397	56 071	26 522	14 346	1 685
	3	693 574	497 737	202 272	120 753	125 046	37 154	27 608	17 864	27 342	2 037
	4	652 043	546 406	244 474	200 896	106 802	106 753	63 688	27 395	30 938	2 305
	5	566 082	503 970	217 838	145 181	165 519	91 313	46 353	24 760	27 962	2 083
	6	606 606	562 543	227 374	153 551	132 743	68 941	48 050	25 666	28 985	2 159
	7	536 976	472 525	154 205	150 564	102 975	58 061	40 467	21 616	24 411	1 818
	8	554 833	590 880	300 964	169 386	126 621	71 394	49 759	26 579	30 016	2 236
	9	537 238	701 111	268 220	176 398	131 863	74 350	51 819	27 680	31 259	2 329
	10	684 944	641 560	287 315	188 956	141 250	79 642	55 508	29 650	33 484	2 494

Run-off triangle untuk banyaknya klaim yang dilaporkan dalam bentuk kumulatif, $B_{i,j}$

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	6 238	7 069	7 118	7 125	7 126	7 127	7 129	7 130	7 132	7 135
	2	7 773	9 154	9 177	9 181	9 182	9 185	9 186	9 187	9 190	
	3	10 306	11 399	11 416	11 421	11 423	11 423	11 425	11 427		
	4	9 639	10 634	10 651	10 657	10 658	10 663	10 667			
	5	9 511	10 897	10 936	10 940	10 946	10 951				
	6	10 023	11 365	11 396	11 412	11 421					
	7	9 834	11 258	11 317	11 341						
	8	10 899	12 402	12 486							
	9	11 954	13 658								
	10	10 989									

Contoh penghitungan faktor penundaan tahun ke-2 ($\hat{\lambda}_2$):

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m-j} B_{i,j}}{\sum_{i=1}^{m-j} B_{i,j-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{10-2} B_{i,2}}{\sum_{i=1}^{10-2} B_{i,1}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{8} B_{i,2}}{\sum_{i=1}^{8} B_{i,1}}$$

$$= \frac{7118+9177+11416+10651+10936+11396+11317+12486}{7069+9154+11399+10634+10897+11365+11258+12402}$$

$$= 1.0038$$

Hasil penghitungan faktor penundaan pelaporan klaim $\hat{\lambda}_j$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\lambda}_j$	1.1353	1.0038	1.0009	1.0003	1.0003	1.0002	1.0001	1.0003	1.0004

Contoh penghitungan dugaan besarnya klaim yang terjadi pada tahun ke-9 dan dilaporkan pada tahun ke-2,

$$B_{9,2} = B_{9,1}\,\hat{\lambda}_2 = (13658)\,(1.0038)$$
$$= 13709.9004 \approx 13710$$
$$\widehat{N}_{9,2} = B_{9,2} - B_{9,1} = (13710) - (13658) = 52$$

Hasil penghitungan banyaknya klaim yang terjadi dan ditunda pelaporannya dengan CLM

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1	6 238	831	49	7	1	1	2	1	2	3
	2	7 773	1 381	23	4	1	3	1	1	3	4
	3	10 306	1 093	17	5	2	0	2	2	4	5
	4	9 639	995	17	6	1	5	4	2	3	4
	5	9 511	1 386	39	4	6	5	3	2	3	5
	6	10 023	1 342	31	16	9	3	3	2	3	5
	7	9 834	1 424	59	24	4	3	3	2	3	5
	8	10 899	1 503	84	11	4	4	3	2	4	5
	9	11 954	1 704	52	13	5	4	3	2	4	6
	10	10 989	1 487	47	11	4	4	3	2	4	5

Lampiran 2 Detail penghitungan penduga parameter pembentuk klaim IBNR dan RBNS

Parameter *mean* $\hat{\mu}$
Menentukan nilai $\hat{\alpha}_1$ dan $\hat{\hat{\alpha}}_1$,

$$\hat{\alpha}_1 = \sum_{j=0}^{m-i} N_{1,j} = \sum_{j=0}^{10-1} N_{1,j} = \sum_{j=0}^{9} N_{1,j}$$
$$= 6238 + 831 + 49 + \cdots + 3$$
$$= 7135$$
$$\hat{\hat{\alpha}}_1 = \sum_{j=0}^{m-i} X_{1,j} = \sum_{j=0}^{10-1} X_{1,j} = \sum_{j=0}^{9} X_{1,j}$$
$$= 451288 + 339519 + 333371 + \cdots + 1729$$
$$= 1486754\ .$$

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\hat{\alpha}}_1}{\hat{\alpha}_1} = \frac{1486754}{7135} = 208.3747722 \approx 208.3748$$

Parameter inflasi $\hat{\gamma}_i$
Contoh penghitungan besarnya $\hat{\alpha}_4$ dan $\hat{\hat{\alpha}}_4$,

$$\hat{\alpha}_4 = \sum_{j=0}^{10-4} N_{4,j} \prod_{j=10-4+1}^{10-1} \hat{\lambda}_j = \sum_{j=0}^{6} N_{4,j} \prod_{j=7}^{9} \hat{\lambda}_j$$
$$= (9639 + 995 + \cdots + 4)\ (1.0003)(1.0003)(1.0002)$$
$$= 10676.296 \approx 10676$$

Contoh penghitungan besarnya nilai faktor penundaan pembayaran klaim $\hat{\hat{\lambda}}_4$,

$$\hat{\hat{\lambda}}_4 = \frac{\sum_{i=1}^{10-4} A_{i,4}}{\sum_{i=1}^{10-4} A_{i,4-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{6} A_{i,4}}{\sum_{i=1}^{6} A_{i,4-1}}$$
$$= \frac{1362409 + 1316694 + \cdots + 1682817}{1269166 + 1260650 + \cdots + 1550074}$$
$$= 1.078352$$

Hasil penghitungan faktor penundaan pembayaran klaim $\hat{\hat{\lambda}}_j$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\hat{\lambda}}_j$	1.93666	1.21660	1.11709	1.07835	1.04097	1.02743	1.01426	1.01588	1.00116

$$\hat{\hat{\alpha}}_4 = \sum_{j=0}^{10-4} X_{4,j} \prod_{j=10-4+1}^{10-1} \hat{\hat{\lambda}}_j = \sum_{j=0}^{6} X_{4,j} \prod_{j=7}^{9} \hat{\hat{\lambda}}_j$$

$$= (652043 + \cdots + 63688)(1.01426)(1.01588)(1.00116)$$
$$= 1981700.322 \approx 1981700$$

Hasil penghitungan besar nilai $\hat{\alpha}_i$ dan $\hat{\hat{\alpha}}_i$

i	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\hat{\alpha}}_i$
1	7 135	1 486 754
2	9 194	1 448 715
3	11 435	1 751 387
4	10 676	1 981 700
5	10 963	1 791 061
6	11 437	1 856 618
7	11 360	1 563 619
8	12 519	1 922 668
9	13 746	2 002 268
10	12 556	2 144 804

Contoh penghitungan tingkat inflasi yang terjadi pada tahun kecelakaan ke-4, $\hat{\gamma}_4$,

$$\hat{\gamma}_4 = \frac{\hat{\hat{\alpha}}_i}{\hat{\alpha}_i \mu} = \frac{\hat{\hat{\alpha}}_4}{\hat{\alpha}_4 \mu} = \frac{1981700}{(10676.296)(208.3748)} = 0.890783383 \approx 0.8908$$

Hasil penghitungan parameter inflasi $\hat{\gamma}_i$

i	$\hat{\gamma}_i$
1	1.0000
2	0.7562
3	0.7350
4	0.8908
5	0.7840
6	0.7790
7	0.6605
8	0.7370
9	0.6990
10	0.8198

Parameter $\hat{\pi}_l$

Contoh penghitungan besar nilai $\hat{\beta}_4$ dan $\hat{\hat{\beta}}_4$,

$$\hat{\beta}_4 = \frac{\hat{\lambda}_4 - 1}{\prod_{l=4}^{10-1} \hat{\lambda}_l} = \frac{\hat{\lambda}_4 - 1}{\prod_{l=4}^{9} \hat{\lambda}_l}$$
$$= \frac{1.0003 - 1}{(1.0003)(1.0003)(1.0002)(1.0001)(1.0003)(1.0004)}$$
$$= 0.0002995$$

$$\hat{\hat{\beta}}_4 = \frac{\hat{\hat{\lambda}}_4 - 1}{\prod_{l=4}^{10-1} \hat{\hat{\lambda}}_l} = \frac{\hat{\hat{\lambda}}_4 - 1}{\prod_{l=4}^{9} \hat{\hat{\lambda}}_l}$$

$$= \frac{1.0784 - 1}{(1.0784)(1.0410)(1.0274)(1.0143)(1.0159)(1.0012)}$$
$$= 0.065857$$

Hasil penghitungan besar nilai $\hat{\beta}_j$ dan $\hat{\hat{\beta}}_j$

j	$\hat{\beta}_j$	$\hat{\hat{\beta}}_j$
0	0.8751970	0.319350
1	0.1184142	0.299123
2	0.0037757	0.133958
3	0.0008976	0.088099
4	0.0002995	0.065857
5	0.0002996	0.037133
6	0.0001998	0.025880
7	0.0000999	0.013824
8	0.0002998	0.015612
9	0.0003998	0.001163

Penghitungan parameter $\hat{\pi}_l$ menggunakan bantuan *software* Wolfram Mathematica 8,

```
Out[8]= {{0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}, {0.118414, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
  {0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
  {0.0008976, 0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
  {0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0},
  {0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0, 0, 0, 0},
  {0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757,
   0.118414, 0.875197, 0, 0, 0}, {0.0000999, 0.0001998, 0.0002996,
   0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0, 0},
  {0.0002998, 0.0000999, 0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976,
   0.0037757, 0.118414, 0.875197, 0}, {0.0003998, 0.0002998, 0.0000999,
   0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.118414, 0.875197}}

In[5]:= a = {{0.31935}, {0.299123}, {0.133958}, {0.088099}, {0.065857},
    {0.037133}, {0.02588}, {0.013824}, {0.015612}, {0.001163}}

Out[5]= {{0.31935}, {0.299123}, {0.133958}, {0.088099}, {0.065857},
   {0.037133}, {0.02588}, {0.013824}, {0.015612}, {0.001163}}

In[8]:= b = {{0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}, {0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0.0008976, 0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0, 0},
    {0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757,
     0.1184142, 0.875197, 0, 0, 0}, {0.0000999, 0.0001998, 0.0002996,
     0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0, 0},
    {0.0002998, 0.0000999, 0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976,
     0.0037757, 0.1184142, 0.875197, 0}, {0.0003998, 0.0002998, 0.0000999,
     0.0001998, 0.0002996, 0.0002995, 0.0008976, 0.0037757, 0.1184142, 0.875197}}
```

```
In[7]:= c = Inverse[b]
Out[7]= {{1.1426, 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.},
  {-0.154594, 1.1426, 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.},
  {0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.},
  {-0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0., 0., 0., 0., 0., 0.},
  {0.0000595515, -0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0., 0., 0., 0., 0.},
  {-0.000351179, 0.0000595515, -0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426,
   0., 0., 0., 0.}, {-0.000163402, -0.000351179, 0.0000595515, -0.00266799,
   0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0., 0., 0.}, {-0.000076128, -0.000163402,
   -0.000351179, 0.0000595515, -0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0., 0.},
  {-0.000365145, -0.000076128, -0.000163402, -0.000351179,
   0.0000595515, -0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426, 0.},
  {-0.000420212, -0.000365145, -0.000076128, -0.000163402, -0.000351179,
   0.0000595515, -0.00266799, 0.0159872, -0.154594, 1.1426}}
```

dengan penghitungan manual matrix a*c, didapat nilai $\hat{\pi}_l$,

Hasil penghitungan nilai parameter $\hat{\pi}_l$

l	$\hat{\pi}_l$
0	0.3649
1	0.2924
2	0.1119
3	0.0839
4	0.0630
5	0.0332
6	0.0245
7	0.0121
8	0.0158
9	-0.0012

Cadangan klaim IBNR

$$X_{9,3}^{ibnr} = \sum_{l=0}^{9-10+3-1} \hat{N}_{9,3-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_9 = \sum_{l=0}^{1} \hat{N}_{9,3-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_9$$
$$= (13)(0.3649)(208.3748)(0.6990) + (52)(0.2924)(208.3748)(0.6990)$$
$$= 2872.12 \approx 2872$$

Hasil penghitungan besar cadangan klaim IBNR

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1										
	2										222
	3									196	426
	4								102	301	511
	5							153	215	319	97
	6						188	310	281	374	548
	7					176	300	315	277	346	478
	8				641	744	580	542	457	490	634
	9			2 751	2 872	1 619	1 236	1 039	727	695	752
	10		92 673	77 208	31 496	23 042	17 325	9 545	7 001	3 818	4 818

Cadangan klaim RBNS

$$X_{9,3}^{rbns(1)} = \sum_{l=9-10+3}^{3} N_{9,3-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_9 = \sum_{l=2}^{3} N_{9,3-l}\hat{\pi}_l\hat{\mu}\hat{\gamma}_3$$
$$= (1704)(0.1119)(208.3748)(0.7350) + (11954)(0.0839)(208.3748)(0.7350)$$
$$= 173855.2 \approx 173855$$

Hasil penghitungan besar cadangan klaim RBNS

		j									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i	1										
	2										2 232
	3									27 197	871
	4								26 686	30 791	963
	5							46 389	24 774	27 597	1 890
	6						68 879	47 791	25 477	28 644	1 663
	7					103 586	58 333	40 455	21 656	24 065	1 652
	8				170 031	126 258	71 194	49 484	26 336	29 555	1 794
	9			267 406	173 855	130 516	73 442	50 898	27 149	30 513	1 832
	10		548 894	210 059	157 497	118 264	62 323	45 991	22 714	29 660	-2 253

Lampiran 3 Detail penghitungan total cadangan klaim di masa depan (tahun)

- Total cadangan klaim IBNR tahun ke-1

$$X_{2,9}^{ibnr} + X_{3,8}^{ibnr} + X_{4,7}^{ibnr} + \cdots + X_{10,1}^{ibnr} = 222 + 196 + 102 + \cdots + 92673$$
$$= 97102$$

- Total cadangan klaim IBNR tahun ke-2

$$X_{3,9}^{ibnr} + X_{4,8}^{ibnr} + X_{5,7}^{ibnr} + \cdots + X_{10,2}^{ibnr} = 426 + 301 + 215 + \cdots + 77208$$
$$= 82376$$

Hasil penghitungan total cadangan klaim IBNR

Masa Depan (tahun ke-)	IBNR
1	97 102
2	82 376
3	35 121
4	25 968
5	19 715
6	11 240
7	8 330
8	4 570
9	4 818
Total	289 240

- Total cadangan klaim RBNS tahun ke-1

$$X_{2,9}^{rbns} + X_{3,8}^{rbns} + X_{4,7}^{rbns} + \cdots + X_{10,1}^{rbns} = 2232 + 27197 + 26686 + \cdots + 548894$$
$$= 1261300$$

- Total cadangan klaim RBNS tahun ke-2

$$X_{3,9}^{rbns} + X_{4,8}^{rbns} + X_{5,7}^{rbns} + \cdots + X_{10,2}^{rbns} = 871 + 30791 + 24774 + \cdots + 210059$$
$$= 672732$$

Hasil penghitungan total cadangan klaim RBNS

Masa Depan (tahun ke-)	RBNS
1	1 261 300
2	672 732
3	453 699
4	293 380
5	165 285
6	104 347
7	55 021

8	31 492
9	-2 253
Total	3 035 003

- Total cadangan klaim dengan CLM tahun ke-1

$$X_{2,9} + X_{3,8} + X_{4,7} + \cdots + X_{10,1} = 1685 + 27342 + 27395 + \cdots + 641560$$
$$= 1353858$$

- Total cadangan klaim dengan CLM tahun ke-2

$$X_{3,9} + X_{4,8} + X_{5,7} + \cdots + X_{10,2} = 2037 + 30938 + 24760 + \cdots + 287315$$
$$= 754180$$

Hasil penghitungan cadangan klaim dengan CLM

Masa Depan (tahun ke-)	CLM
1	1 353 858
2	754 180
3	488 613
4	318 043
5	184 610
6	115 022
7	63 145
8	35 813
9	2 494
Total	3 315 778

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada hari Minggu, 21 Juni 1992 di Magetan. Penulis merupakan putra kedua dari Bapak Suwarsono dan Ibu Yanti Puji Lestari. Tahun 2011 penulis lulus dari SMA Negeri 1 Magetan dan lulus seleksi masuk Institut Pertanian Bogor melalui Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) jalur undangan. Penulis diterima di Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Selama mengikuti perkuliahan, penulis aktif dalam berbagai kegiatan organisasi. Di tahun pertama penulis aktif menjadi anggota UKM Basket IPB, aktif di Organisasi Mahasiswa Daerah (OMDA) yakni Ikatan Mahasiswa Pelajar Alumni Magetan (IMPATA). Penulis juga pernah menjadi staf di Departemen *Math Event* di Gugus Mahasiswa Matematika (Gumatika) IPB. Penulis juga pernah menjadi panitia di beberapa kegiatan, di antaranya menjadi ketua pelaksana Ramah Tamah Civitas (Rataci) Matematika IPB 2014, ketua Divisi Medis *Welcome Ceremony Mathematics* 2014, dan anggota divisi di beberapa kegiatan Gumatika IPB. Penulis pernah mengikuti IPB *Goes To Field* 2014 di Bojonegoro dengan program Sekolah Peternakan Rakyat.

Selama perkuliahan, penulis pernah mendapatkan beasiswa Peningkatan Prestasi Akademik (PPA) dari Dikti.