

ANALISIS MODEL *PHYTOPLANKTON, TOXIC PHYTOPLANKTON, DAN ZOOPLANKTON* PADA LINGKUNGAN PERAIRAN

ARIEF FADILLAH



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2015**



@Hik cipta mitr IPB University

IPB University



IPB University
— *bagus, bijaksana* —

Hal Cipta (branding) Unmang-undang

1. Diambil sebagai bagian dari seluruh karya seni yang memuat/mencantumkan dan dipersepsikan seperti :

- a. Pengalihan jenis/ bentuk kesenian/sifat/sifat, spesifikasi, perbaikan karya ilmiah, penyesuaian layout, penulisan kata atau tujuan suatu masalah
 - b. Pengalihan tidak mengubah kesenian/sifat yang wajar IPB University
2. Dianggap mengimutikasi dan menipertahankan selangun atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi berjudul Analisis Model *Phytoplankton*, *Toxic-Phytoplankton*, dan *Zooplankton* Pada Lingkungan Perairan adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Nopember 2015

Arief Fadillah
NIM G54090046





@Hik_cipta_mitr_IPB_University

IPB University



IPB University
— *bagus, bijaksana* —

Hal Cipta (Inventor) Unmang-undang

1. Dilakukan oleh individu sebagai individu atau sebagai karyawan dari perusahaan/instansi dan dipersebutkan nomor :
 2. Dipersebutkan sebagai anggota tim atau sebagai individu yang melakukan kegiatan sebagai individu karyawan atau sebagai karyawan dari perusahaan/instansi yang ada di dalam lembaga apapun terapan dari IPB University.
4. Persebutan tersebut untuk kepentingan sendiri, eksklusif, perolehan karya ilmiah, penyelesaian laporan, pemilikan karya atau tujuan suatu masalah.
5. Persebutan tidak mengaitkan kepentingan yang wajar IPB University.

ABSTRAK

ARIEF FADILLAH. Analisis Model *Phytoplankton*, *Toxic-Phytoplankton*, dan *Zooplankton* pada Lingkungan Perairan. Dibimbing oleh ALI KUSNANTO dan PAIAN SIANTURI.

Pada perairan terdapat berbagai macam organisme, salah satunya adalah plankton. Plankton merupakan organisme tingkat pertama yang berfungsi sebagai produsen atau penyedia energi bagi organisme lain. Plankton terdiri atas dua macam, yaitu *phytoplankton* dan *zooplankton*. *Phytoplankton* merupakan kelompok plankton yang bersifat seperti tumbuhan, sedangkan *zooplankton* merupakan anggota plankton yang bersifat hewani. Berlebihnya *phytoplankton* pada lingkungan perairan dapat menimbulkan fenomena *blooming* yang ditandai dengan berubahnya warna air laut yang dikenal dengan *brown tides*. Istilah yang saat ini sering digunakan di dunia Internasional adalah *Harmful Algae Blooms* atau *HABs*. *HABs* adalah suatu fenomena *blooming toxic-phytoplankton* di suatu perairan yang dapat menyebabkan kematian biota lain.

Karya ilmiah ini membahas model *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* yang diambil dari Banarjee & Ezio (2011). Berdasarkan model tersebut dilakukan simulasi analisis kestabilan dan nilai parameter. Hasil simulasi menunjukkan bahwa jika tingkat kematian populasi *pyhtoplankton* meningkat maka populasi *toxic-phytoplankton* akan meningkat pula. Jika tingkat kematian populasi *phytoplankton* rendah, maka populasi *toxic-phytoplankton* juga rendah. Agar kondisi *HABs* tidak terjadi dalam suatu lingkungan perairan, populasi *phytoplankton* harus ditingkatkan.

Kata Kunci : *Plankton*, Model, Kestabilan, *Harmful Algae Blooms*

ABSTRACT

ARIEF FADILLAH. On the Analysis of Phytoplankton, Toxic-Phytoplankton and Zooplankton Models in Aquatic Environment. Supervised by ALI KUSNANTO and PAIAN SIANTURI.

In the aquatic environment there are various kinds of organisms, one of which is plankton. Plankton is the first level of organisms that serves as a producer or provider of energy for other organisms. Plankton consists of two kinds, namely phytoplankton and zooplankton. Phytoplankton is a plankton which made up of tiny plants and zooplankton is that made up of tiny animals. Phytoplankton population explosion in aquatic environments can cause the blooming phenomenon characterized by the changing in color of the sea water, known as brown tides. The term is now often used in the international world as the Harmful Algae Blooms or HABs. HABs is a blooming phenomenon of toxic phytoplankton in water that can cause the death of other organisms.

This work discusses phytoplankton, toxic-phytoplankton and zooplankton models which taken from Banarjee and Ezio (2011). Based on the simulation model of stability analysis it is shown that if the mortality rate of pyhtoplankton population increases, the toxic-phytoplankton populations increases as well. If the phytoplankton population mortality rate is low, then the population of phytoplankton is also low-toxic. In order HABs do not occur in an aquatic environment, it is required that phytoplankton populations should be increased.

Keywords: Plankton, Model, stability, Harmful Algae Blooms

**ANALISIS MODEL *PHYTOPLANKTON*, TOXIC
PHYTOPLANKTON, DAN *ZOOPLANKTON*
PADA LINGKUNGAN PERAIRAN**

ARIEF FADILLAH

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains
pada
Departemen Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2015**



@Hik cipta mitr IPB University

IPB University



IPB University
— *berpola himpitan* —

Hal Cipta (branding) Unmang-urndang

1. Diambil sebagai bagian dari seluruh karya seni yang merupakan unsur dan pendekatan bentuk :

a. Pergeseran bentuk untuk kepentingan seni/desain, arsitektur, periklanan karya ilmiah, pemrosesan laporan, pemrosesan kritik atau tujuan suatu masalah

b. Pengalihan tidak mengaitkan kepentingan yang wajar IPB University

2. Dianggap mengutamakan dan memperhatikan selangun atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University

PRAKATA

Bismillah. Alhamdulillah. Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Shalawat serta salam penulis panjatkan kepada baginda Nabi Muhammad SAW beserta para keluarganya, para sahabatnya, dan kita selaku umatnya. Penyusunan karya ilmiah ini tidak terlepas dari dukungan dan bantuan berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

- 1 Keluarga tercinta : Ayah dan Mama, terima kasih yang sebesar-besarnya atas do'a, cinta, kasih sayang, nasihat, motivasi, kesabaran. serta dukungan moril maupun material. Kepada kakak dan adikku tercinta, Teh Lisda dan Chacha, terima kasih atas kasih sayang, motivasi, nasihat, dukungan dan doanya. Atas semuanya penulis ucapkan terima kasih banyak.
- 2 Umi dan keluarga besarku, terima kasih untuk do'a dan dukungannya.
- 3 Bapak Ali Kusnanto selaku dosen pembimbing I serta Bapak Paian Sianturi selaku dosen pembimbing II. Terima kasih untuk dukungan, waktu, ilmu, saran, motivasi dan bimbingan yang diberikan kepada penulis.
- 4 Bapak Ngakan Komang Kutha Ardana selaku dosen penguji. Terima kasih atas ilmu, waktu, dan saran yang diberikan kepada penulis.
- 5 Semua dosen Departemen Matematika, terima kasih atas semua Ilmu, nasihat serta bimbingan yang telah diberikan kepada penulis selama ini.
- 6 Bu Susi, Bu Ade, Pak Yono dan seluruh staf pegawai Departemen Matematika IPB atas berbagai bantuan yang diberikan kepada penulis.
- 7 Keluarga besar SMP Islam Al-Badariyah. Terima kasih atas do'a dan dukungannya.
- 8 Sahabat-sahabat *Math* 46. Terima kasih atas segala semangat, kebersamaan selama berkuliah di IPB. Sukses selalu untuk kita semua.
- 9 Kakak kelas *Math* 45 kak Rianiko, kak Dahen, kak Maya, dkk. Adik kelas *Math* 47 Ando, Ika, dkk. Adik kelas *Math* 48 dan 49. Terima kasih atas do'a dan dukungannya.
- 10 Neng Ojah beserta keluarga. Terima kasih atas do'a, dukungan serta semangat yang diberikan.
- 11 Sahabat-sahabat *SMASH*. Dian, Bari, Qowi, Chaw, Rudi, dan Fachri.

Tentunya begitu banyak nama yang terus-menerus memberikan do'a, dukungan, motivasi, nasihat, dan pelajaran-pelajaran berharga, namun tanpa mengurangi rasa hormat penulis tidak dapat menuliskan satu per satu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi dunia ilmu pengetahuan khususnya Matematika dan menjadi inspirasi bagi penelitian-penelitian selanjutnya.

Bogor, 2015

Arief Fadillah



@Hik cipta mitr IPB University

IPB University



IPB University
— *berpola hamparan* —

Hal Cipta (branding) Unmang-undang

1. Diambil sebagai bagian dari seluruh karya seni yang merupakan unsur dan merupakan unsur :

- a. Pengaturan huruf atau bentuk geometris sederhana, simbolisme, pemilihan warna khusus, penekanan huruf, penekanan titik atau tujuan suatu masalah
 - b. Pengalihan tidak mengaitkan kepentingan yang wajar IPB University
2. Dianggap mengutamakan dan memperhatikan selangun atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa ada IPB University

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xi
PENDAHULUAN	1
Latar Belakang	1
Tujuan Penelitian	2
LANDASAN TEORI	2
Sistem Persamaan Diferensial	2
Titik Tetap	2
Nilai Eigen dan Vektor Eigen	3
Analisis Kestabilan Titik Tetap	3
HASIL DAN PEMBAHASAN	4
Model Matematika	4
Analisis Model	5
Simulasi Komputasi	8
SIMPULAN DAN SARAN	13
Simpulan	13
DAFTAR PUSTAKA	15
RIWAYAT HIDUP	16

DAFTAR TABEL

1 Nilai Parameter pada Masing-Masing Simulasi	9
2 Nilai eigen berdasarkan simulasi 1	10
3 Nilai eigen berdasarkan simulasi 2	11
4 Nilai eigen berdasarkan simulasi 3	12
5 Nilai eigen berdasarkan simulasi 4	12

DAFTAR GAMBAR

1 Diagram Kompartemen pada persamaan (1)	5
2 Diagram untuk Nilai Parameter a dan H	8
3 Dinamika populasi <i>phytoplankton</i> , <i>toxic-phytoplankton</i> , dan <i>zooplankton</i> pada simulasi 1	9
4 Dinamika populasi <i>phytoplankton</i> , <i>toxic-phytoplankton</i> , dan <i>zooplankton</i> pada simulasi 2	10
5 Dinamika populasi <i>phytoplankton</i> , <i>toxic-phytoplankton</i> , dan <i>zooplankton</i> pada simulasi 3	11
6 Dinamika populasi <i>phytoplankton</i> , <i>toxic-phytoplankton</i> , dan <i>zooplankton</i> pada simulasi 4	12

Hasil Guru Pendidikan Matematika
 1. Diambil sebagai bagian dari penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 2. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 3. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 4. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 5. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 6. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 7. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 8. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 9. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.
 10. Penelitian ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dan dipublikasikan kembali.



@Hik cipta mitr IPB University

IPB University



IPB University
— *bagus, bijaksana* —

Hal Cipta (branding) Unmang-undang

1. Diambil sebagai bagian dari seluruh karya seni yang memuat/mencantumkan dan dipersepsikan seperti :

- a. Penggunaan image untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penerbitan karya ilmiah, penerbitan buku, atau tujuan sosial lainnya
 - b. Penggunaan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University
2. Dianggap mengutamakan dan memperhatikan selangun akan seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Di dalam air terdapat berbagai macam organisme. Organisme perairan pada tingkat pertama yang berfungsi sebagai produsen atau penyedia energi disebut plankton. Plankton adalah suatu golongan jasad hidup akuatik berukuran mikroskopik, biasanya berenang atau tersuspensi dalam air, tidak bergerak atau hanya bergerak sedikit untuk melawan atau mengikuti arus.

Plankton biasanya dikategorikan berdasarkan ukuran mereka. *Pikoplankton* dalam ukuran 2 mikron, terdiri dari *phytoplankton*, *zooplankton* uniseluler, dan *bakterioplankton*. *Nanoplankton* dalam ukuran 2-20 mikron. *Nanoplankton* dan *pikoplankton* merupakan plankton yang mendominasi lingkungan terbuka. *Mikroplankton* atau *netplankton*, berkisar antara 20-200 mikron. *Makroplankton* berukuran 200 mikron hingga 2 mm (Sverdrup & Armbrust, 2008).

Phytoplankton merupakan kelompok yang memegang peranan sangat penting dalam ekosistem air, karena mampu melakukan fotosintesis dengan adanya kandungan klorofil. Proses fotosintesis pada ekosistem air yang dilakukan oleh *phytoplankton* (produsen), merupakan sumber nutrisi utama bagi kelompok organisme air lainnya yang berperan sebagai konsumen, dimulai dengan *zooplankton* dan diikuti oleh kelompok organisme air lainnya yang membentuk rantai makanan (Barus, 2004). *Zooplankton* merupakan anggota plankton yang bersifat hewani, sangat beraneka ragam dan terdiri dari bermacam larva dan bentuk dewasa yang mewakili hampir seluruh filum hewan (Nybakken, 1992).

Keberadaan plankton di laut sangat penting. *Phytoplankton* sebagai tumbuhan, berperan dalam menyediakan oksigen dan sebagai sumber makanan bagi banyak organisme laut yang lain. Namun, ternyata tidak selamanya populasi *phytoplankton* yang padat memberikan dampak positif pada kesuburan perairan. Pada beberapa kasus, ledakan populasi *phytoplankton* justru menjadi bencana bagi kehidupan biota lainnya. Hal inilah yang kemudian disebut *blooming* atau ledakan populasi. Pada umumnya, fenomena *blooming* ditandai dengan berubahnya warna air laut yang dikenal dengan sebutan *brown tides* atau pasang cokelat. Istilah yang saat ini mulai sering digunakan di dunia Internasional adalah *Harmful Algae Blooms* atau HABS.

Harmful Algae Blooms (HABS) adalah suatu fenomena *blooming toxic-phytoplankton* di suatu perairan yang dapat menyebabkan kematian biota lain. Toksin yang dihasilkan HABS dapat mengkontaminasi manusia melalui perantara kerang dan ikan. Walaupun tingkat kematian pada manusia yang disebabkan oleh keracunan setelah terjadinya *brown tides* sangat jarang terjadi, namun kasus dari iritasi mata dan sakit kepala atau penyakit lainnya dapat diamati. Akibat dari *brown tides* juga berdampak pada ekonomi secara serius, terutama kepada masyarakat yang tinggal di pesisir pantai yang hampir semuanya bergantung pada perikanan. Selain itu juga, industri pariwisata juga ikut terkena dampaknya, karena para wisatawan harus menahan diri untuk pergi ke daerah yang terjadi *brown tides*.

Hal yang penting diperhatikan adalah...
1. Otoling...
2. Berfungsi...
3. Berfungsi...
4. Berfungsi...
5. Berfungsi...
6. Berfungsi...
7. Berfungsi...
8. Berfungsi...
9. Berfungsi...
10. Berfungsi...

Dalam tulisan ini kami akan membahas masalah tertentu, yaitu penulis akan menganalisis model phytoplankton, toxic-phytoplankton, dan zooplankton pada lingkungan perairan, kemudian akan dilakukan simulasi berdasarkan hasil analisis.

Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

- 1 Menganalisis model *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* pada lingkungan perairan yang diberikan oleh Banarjee & Ezio (2011).
- 2 Melakukan simulasi berdasarkan hasil analisis.

LANDASAN TEORI

Sistem Persamaan Diferensial

Sistem Persamaan Diferensial Linear

Misalkan suatu sistem persamaan diferensial biasa dinyatakan sebagai

$$\dot{x} = Ax + b, x \in R^n, \quad (1)$$

dengan A adalah matriks koefisien berukuran $n \times n$ dan b adalah vektor konstan. Sistem persamaan (1) dinamakan sistem persamaan diferensial biasa linear orde satu. Jika $b = 0$, maka sistem persamaan (1) dikatakan homogen, dan jika $b \neq 0$, maka sistem persamaan (1) dikatakan tak homogen.

(Tu 1994)

Sistem Persamaan Diferensial Mandiri

Misalkan suatu sistem persamaan diferensial biasa dinyatakan sebagai

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n, \quad (2)$$

dengan f merupakan fungsi kontinu bernilai real dari x dan mempunyai turunan parsial kontinu. Sistem persamaan (2) disebut sistem persamaan diferensial biasa mandiri (*autonomous*) karena fungsi f tidak memuat t secara eksplisit.

(Tu 1994)

Titik Tetap

Tinjau persamaan diferensial (2). Jika titik x^* memenuhi $f(x^*) = 0$, maka titik x^* disebut titik tetap, atau titik kritis atau titik kesetimbangan.

(Verhulst 1990)

Titik Tetap Stabil

Misalkan x^* adalah titik tetap SPD mandiri (2) dan $x(t)$ adalah solusi yang memenuhi kondisi awal $x(0) = x_0$ dengan $x_0 \neq x^*$. Titik x^* dikatakan titik tetap stabil, jika untuk sebarang radius $\varepsilon > 0$, terdapat $r > 0$ sehingga jika posisi awal x_0 memenuhi $|x_0 - x^*| < r$, maka solusi $x(t)$ memenuhi $|x(t) - x^*| < \varepsilon$ untuk $t > 0$.

(Verhulst 1990)

Titik Tetap Takstabil

Misalkan x^* adalah titik tetap SPD mandiri (2) dan $x(t)$ adalah solusi yang memenuhi kondisi awal $x(0) = x_0$ dengan $x_0 \neq x^*$. Titik x^* dikatakan titik tetap takstabil jika terdapat radius $\varepsilon > 0$ sehingga jika posisi awal x_0 memenuhi $|x_0 - x^*| < r$ untuk r sebarang, maka solusi $x(t)$ memenuhi $|x(t) - x^*| \geq \varepsilon$ untuk paling sedikit satu $t > 0$.

(Verhulst 1990)

Titik Tetap Stabil Lokal Asimtotik

Titik tetap x^* dikatakan titik tetap stabil lokal asimtotik jika titik tetap x^* stabil dan terdapat $\varepsilon > 0$ sedemikian sehingga jika $|x(t) - x^*| < \varepsilon$ dan $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$.

(Szidarovsky & Bahill 1998)

Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Misalkan matriks A berukuran $n \times n$, maka suatu vektor tak nol x di R^n disebut vektor eigen dari A jika untuk suatu skalar λ berlaku:

$$Ax = \lambda x. \quad (3)$$

Vektor x disebut vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ . Untuk mencari nilai eigen dari matriks A yang berukuran $n \times n$, maka persamaan (3) ditulis sebagai berikut:

$$(A - \lambda I)x = 0, \quad (4)$$

dengan I adalah matriks identitas. Persamaan (4) mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika:

$$\det(A - \lambda I) = |A - \lambda I| = 0. \quad (5)$$

Persamaan (5) disebut persamaan karakteristik dari matriks A .

(Anton 1995)

Analisis Kestabilan Titik Tetap

Misalkan diberikan matriks A berukuran 2×2 sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

dengan persamaan karakteristik

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

dan I adalah matriks identitas, maka persamaan karakteristiknya menjadi

$$\det \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

sedemikian sehingga diperoleh persamaan:

$$\lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0,$$

dengan

$$\tau = \text{trace}(A) = a + d = \lambda_1 + \lambda_2,$$

$$\Delta = \det(A) = ad - bc = \lambda_1\lambda_2.$$

Dengan demikian diperoleh nilai eigen dari matriks A sebagai berikut:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta}}{2}.$$

Berikut akan ditinjau tiga kasus untuk nilai Δ :

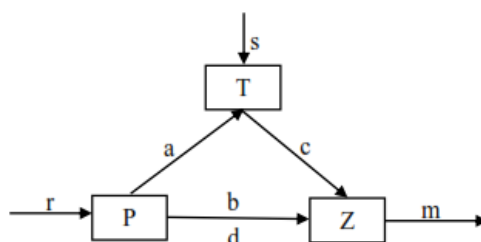
- Kasus $\Delta < 0$.
 - Jika kedua nilai eigen real berbeda tanda, maka titik tetap bersifat “sadel”.
- Kasus $\Delta > 0$.
 - $\tau^2 - 4\Delta > 0$.
 - Jika $\tau > 0$ dan kedua nilai eigen real bernilai positif, maka titik tetap bersifat “simpul tak stabil”.
 - Jika $\tau < 0$ dan kedua nilai eigen real bernilai negatif, maka titik tetap bersifat “simpul stabil”.
 - $\tau^2 - 4\Delta < 0$.
 - Jika $\tau > 0$ dan kedua nilai eigen imajiner ($\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$), maka titik tetap bersifat “spiral tak stabil”.
 - Jika $\tau < 0$ dan kedua nilai eigen imajiner ($\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$), maka titik tetap bersifat “spiral stabil”.
 - Jika $\tau = 0$ dan kedua nilai eigen imajiner murni ($\lambda_{1,2} = \pm i\beta$), maka titik tetap bersifat “center”.
 - $\tau^2 - 4\Delta = 0$.
 - Parabola $\tau^2 - 4\Delta = 0$ adalah garis batas antara simpul dan spiral. *Star nodes* dan *degenerate* terletak pada parabola ini. Jika kedua nilai eigen bernilai sama, maka titik tetap bersifat “simpul sejati”.
- Kasus $\Delta = 0$.
 - Jika salah satu nilai eigen bernilai nol, maka titik tetap bersifat “titik tetap tak terisolasi”.

(Strogatz 1994)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Matematika

Dalam model ini diasumsikan bahwa *zooplankton* memakan *phytoplankton*, dimana *phytoplankton* terdiri dari dua jenis yang berbeda yaitu salah satunya beracun dan yang satunya tidak. Sehingga terdapat tiga populasi, yaitu populasi *zooplankton*, populasi *phytoplankton*, dan populasi *phytoplankton* yang beracun. Jika *zooplankton* memakan *phytoplankton* yang beracun, maka akan merugikan *zooplankton*. Asumsikan juga bahwa *zooplankton* mampu membedakan dua jenis *phytoplankton* yang berbeda. Sehingga diperoleh



Gambar 1 Diagram Kompartemen pada persamaan (6)

Berdasarkan diagram di atas, maka dapat di buat model seperti berikut,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= F_1(P, T, Z) \equiv rP(1 - P) - aPT - bPZ, \\ \frac{dT}{dt} &= F_2(P, T, Z) \equiv sT \left(1 - \frac{T}{H}\right) + aPT - \frac{cTZ}{1 + T^2}, \\ \frac{dZ}{dt} &= F_3(P, T, Z) \equiv dPZ + \frac{cTZ}{1 + T^2} - mZ. \end{aligned} \quad (6)$$

dengan

$P(t)$: banyaknya populasi *phytoplankton* pada waktu t

$T(t)$: banyaknya populasi *toxic-phytoplankton* pada waktu t

$Z(t)$: banyaknya populasi *zooplankton* pada waktu t

r : tingkat kelahiran *phytoplankton*

s : tingkat kelahiran *toxic-phytoplankton*

a : tingkat kematian *phytoplankton* disebabkan oleh *toxic-phytoplankton*

b : tingkat kematian *phytoplankton* disebabkan oleh *zooplankton*

c : tingkat kematian *toxic-phytoplankton* disebabkan oleh *zooplankton*

d : efisiensi perubahan energi untuk pertumbuhan *zooplankton*

m : tingkat kematian *zooplankton*

H : daya dukung lingkungan

semua parameter bernilai positif.

Analisis Model

Penentuan Titik Tetap

Titik tetap pada persamaan (6) diperoleh dengan menetapkan

$$\frac{dP}{dt} = 0, \quad \frac{dT}{dt} = 0, \quad \frac{dZ}{dt} = 0$$

sehingga persamaan (6) menjadi

$$\begin{aligned} rP(1 - P) - aPT - bPZ &= 0, \\ sT \left(1 - \frac{T}{H}\right) + aPT - \frac{cTZ}{1 + T^2} &= 0, \\ dPZ + \frac{cTZ}{1 + T^2} - mZ &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Dari persamaan (7) diperoleh tujuh titik tetap, yaitu $E_1 = (0, 0, 0)$, $E_2 = (1, 0, 0)$, $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$, $E_4 = (0, H, 0)$, dengan

$$P_3 = \frac{m}{d}, \quad Z_3 = \frac{r(d-m)}{db}, \quad d > m. \quad (8)$$

Untuk tiga titik tetap lainnya, yaitu $E_5 = (P_5, T_5, Z_5)$, $E_6 = (P_6, T_6, Z_6)$, dan $E_7 = (P_7, T_7, Z_7)$ sangat kompleks untuk ditampilkan secara eksplisit, sehingga akan ditampilkan nilai numeriknya melalui simulasi komputer.

Kestabilan

Untuk menentukan kestabilan dari titik tetap E_1 , E_2 , E_3 dan E_4 diperlukan matriks Jacobi dari persamaan (6). Berdasarkan persamaan (6), diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial P} & \frac{\partial F_1}{\partial T} & \frac{\partial F_1}{\partial Z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial P} & \frac{\partial F_2}{\partial T} & \frac{\partial F_2}{\partial Z} \\ \frac{\partial F_3}{\partial P} & \frac{\partial F_3}{\partial T} & \frac{\partial F_3}{\partial Z} \end{pmatrix},$$

sehingga diperoleh matriks Jacobi untuk persamaan (6) sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} r(1-P) - rP - aT - bZ & -aP & -bP \\ aT & s \left(1 - \frac{T}{H} \right) - \frac{sT}{H} + aP - \frac{Z}{1+T^2} + \frac{2T^2Z}{(1+T^2)^2} & -\frac{T}{1+T^2} \\ dZ & \frac{cZ}{1+T^2} - \frac{2cT^2Z}{(1+T^2)^2} & dP + \frac{cT}{1+T^2} - m \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya akan dilakukan evaluasi terhadap matriks Jacobi di atas dan ditentukan nilai eigen yang dihasilkan, sehingga dapat diketahui kestabilan dari masing-masing titik tetap E_1 , E_2 , E_3 , dan E_4 .

Analisis Kestabilan di Titik Tetap E_1

Untuk memperoleh kestabilan pada titik tetap $E_1 = (0, 0, 0)$, dilakukan evaluasi terhadap matriks Jacobi di atas., sehingga diperoleh matriks Jacobi untuk $E_1 = (0, 0, 0)$, yaitu

$$J = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & -m \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan matriks Jacobi, diperoleh nilai eigen untuk titik tetap $E_1 = (0, 0, 0)$, yaitu:

$$\lambda_1 = r, \quad \lambda_2 = s, \quad \lambda_3 = -m.$$

Berdasarkan nilai eigen, maka diperoleh bahwa $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$, dan $\lambda_3 < 0$. Sehingga kestabilan pada titik tetap $E_1 = (0, 0, 0)$, selalu merupakan titik tetap

sadel.

Analisis Kestabilan di Titik Tetap E_2

Untuk memperoleh kestabilan pada titik tetap $E_2 = (1, 0, 0)$, dilakukan evaluasi terhadap matriks Jacobi, sehingga diperoleh matriks Jacobi untuk titik tetap $E_2 = (1, 0, 0)$ yaitu

$$J = \begin{pmatrix} -r & -a & -b \\ 0 & a + s & 0 \\ 0 & 0 & d - m \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan matriks Jacobi tersebut diperoleh nilai eigen untuk titik tetap $E_2 = (1, 0, 0)$ sebagai berikut :

$$\lambda_1 = -r, \quad \lambda_2 = a + s, \quad \lambda_3 = d - m.$$

Berdasarkan nilai eigen, maka didapat $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 > 0$, sehingga titik tetap $E_2 = (1, 0, 0)$ selalu merupakan titik tetap sadel, walaupun $\lambda_3 > 0$ atau $\lambda_3 < 0$.

Analisis Kestabilan di Titik Tetap E_3

Untuk memperoleh kestabilan pada titik tetap $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$, dilakukan evaluasi terhadap matriks Jacobi, sehingga diperoleh matriks Jacobi untuk titik tetap $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$ yaitu

$$J = \begin{pmatrix} r \left(1 - \frac{m}{d}\right) - \frac{mr}{d} - \frac{r(d-m)}{d} & -\frac{am}{d} & -\frac{bm}{d} \\ 0 & s + \frac{am}{d} - \frac{r(d-m)}{db} & 0 \\ \frac{r(d-m)}{b} & \frac{cr(d-m)}{db} & 0 \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan matriks Jacobi tersebut maka diperoleh nilai eigen untuk titik tetap $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$, yaitu

$$\lambda_1 = \frac{bsd + mab - dr + mr}{db}, \quad \lambda_2 = \frac{-mr + \sqrt{m^2r^2 - 4d^2rm + 4dr m^2}}{2d},$$

$$\lambda_3 = \frac{-mr - \sqrt{m^2r^2 - 4d^2rm + 4dr m^2}}{2d}.$$

Berdasarkan nilai eigen di atas, didapat bahwa $\lambda_3 < 0$, titik tetap $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$, merupakan titik tetap stabil jika $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$, dan titik tetap $E_3 = (P_3, 0, Z_3)$, merupakan titik tetap sadel jika $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 > 0$.

Analisis Kestabilan di Titik Tetap E_4

Untuk memperoleh kestabilan pada titik tetap $E_4 = (0, H, 0)$ dilakukan evaluasi terhadap matriks Jacobi, sehingga diperoleh matriks Jacobi untuk titik tetap $E_4 = (0, H, 0)$ yaitu

$$J = \begin{pmatrix} r - aH & 0 & 0 \\ aH & -s & -\frac{H}{1 + H^2} \\ 0 & 0 & \frac{cH}{1 + H^2} - m \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan matriks Jacobi, maka diperoleh nilai eigen untuk titik tetap $E_4 = (0, H, 0)$ yaitu

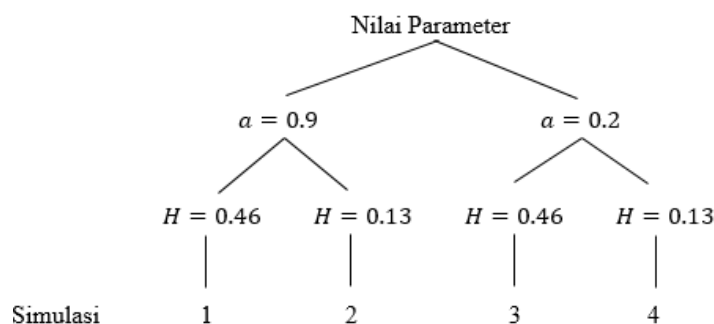
$$\lambda_1 = r - aH, \quad \lambda_2 = -s, \quad \lambda_3 = -\frac{-cH + m + mH^2}{1 + H^2}.$$

Berdasarkan nilai eigen di atas, didapat bahwa $\lambda_2 < 0$ dan $\lambda_3 < 0$ sehingga $E_4 = (0, H, 0)$ merupakan titik tetap stabil jika $\lambda_1 < 0$, dan merupakan titik tetap sadel jika $\lambda_1 > 0$.

Kestabilan dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 , dilakukan melalui simulasi komputer.

Simulasi Komputasi

Simulasi komputer dilakukan untuk mengetahui kestabilan dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 . Simulasi komputer ini dilakukan dengan mensubstitusikan nilai parameter ke dalam model persamaan (6), sehingga di peroleh kestabilan dari masing-masing titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 . Nilai parameter yang digunakan pada simulasi komputasi diperoleh dari Banarjee & Ezio (2011), dengan nilai parameter $r = 0.3$, $s = 0.1$, $b = 0.5$, $c = 0.6$, $d = 0.3$, dan nilai parameter $m = 0.2$ diperoleh berdasarkan persamaan (8) yaitu bahwa $d > m$. Selanjutnya untuk nilai parameter a (tingkat kematian *phytoplankton* yang disebabkan oleh *toxic-phytoplankton*) dan nilai parameter H (daya dukung lingkungan) diperoleh sebagai berikut.



Gambar 2 Diagram untuk Nilai Parameter a dan H

Diagram pada Gambar 2 diperoleh dengan asumsi bahwa untuk nilai parameter a bernilai tinggi jika bernilai 0.9 dan bernilai rendah jika bernilai 0.2. Sedangkan untuk nilai parameter H diperoleh dari Banarjee & Ezio (2011). Berdasarkan nilai parameter tersebut, maka akan dilakukan 4 simulasi dengan masing-masing simulasi menggunakan nilai parameter sebagai berikut.

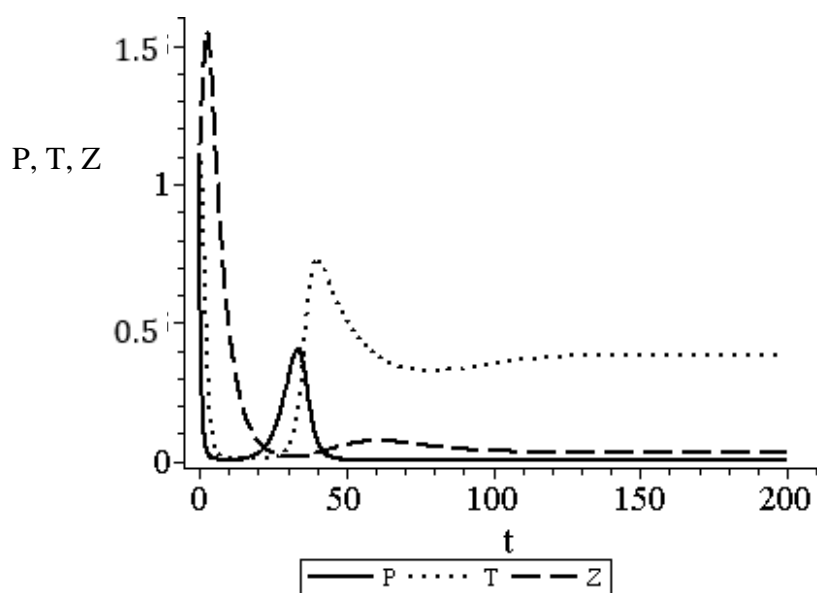
Tabel 1 Nilai Parameter pada Masing-Masing Simulasi

Simulasi	Parameter							
	r	s	a	b	c	d	m	H
1	0.3	0.1	0.9	0.5	0.6	0.3	0.2	0.46
2	0.3	0.1	0.9	0.5	0.6	0.3	0.2	0.13
3	0.3	0.1	0.2	0.5	0.6	0.3	0.2	0.46
4	0.3	0.1	0.2	0.5	0.6	0.3	0.2	0.13

Berdasarkan Tabel 1 di atas, terlihat bahwa nilai parameter yang berubah hanya nilai parameter a (tingkat kematian *phytoplankton* yang disebabkan oleh *toxic-phytoplankton*) dan nilai parameter H (daya dukung lingkungan) saja, sedangkan nilai parameter lainnya tetap. Hal ini disebabkan karena nilai parameter a dan nilai parameter H dapat mempengaruhi populasi *toxic-phytoplankton*, sehingga kondisi HABs yang merupakan suatu fenomena *blooming toxic-phytoplankton* di suatu perairan yang dapat menyebabkan kematian biota lain tidak terjadi.

Simulasi 1

Berdasarkan Tabel 1, simulasi 1 dilakukan dengan menggunakan nilai parameter sebagai berikut $r = 0.3$, $s = 0.1$, $a = 0.9$, $b = 0.5$, $c = 0.6$, $d = 0.3$, $m = 0.2$, $H = 0.46$. Berdasarkan nilai parameter di atas, diperoleh dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* sebagai berikut.



Gambar 3 Dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* pada simulasi 1

Berdasarkan pada Gambar 3, diperoleh bahwa populasi *toxic-phytoplankton* lebih tinggi daripada populasi *phytoplankton* dan populasi *zooplankton*, kondisi ini akan memicu terjadinya HABs (*Harmful Algae Blooms*).

Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 1, diperoleh nilai eigen dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 seperti pada Tabel 2 sebagai berikut.

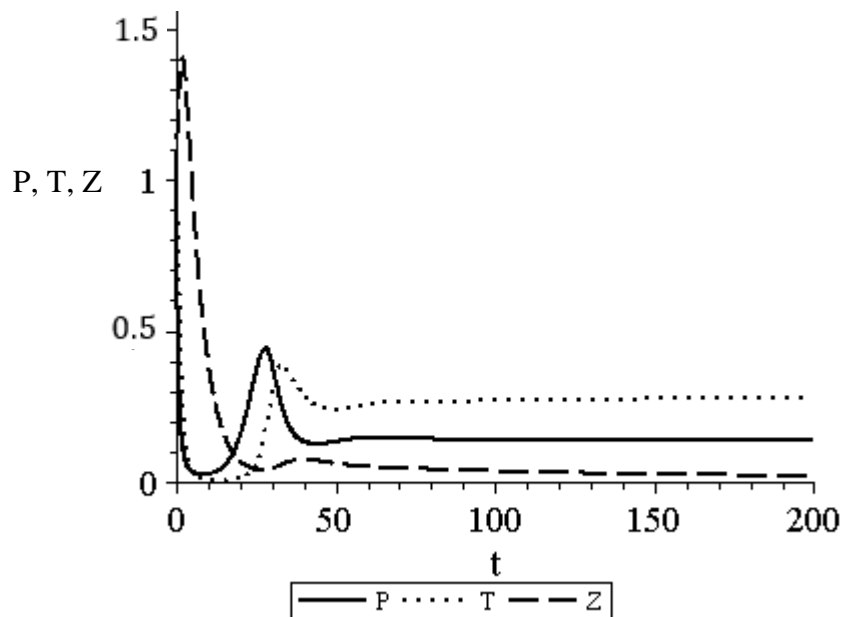
Tabel 2 Nilai eigen berdasarkan simulasi 1

Nilai	λ_1	λ_2	λ_3
E_5	0.06	-0.13	-0.02
E_6	-0.03	-0.03	-0.05
	+ 0.03I	- 0.03I	
E_7	-0.05	-1.33	-0.21

Berdasarkan nilai eigen pada Tabel 2 di atas, diperoleh bahwa titik tetap E_5 pada simulasi 1 merupakan titik tetap sadel, sedangkan titik tetap E_6 dan E_7 merupakan titik tetap stabil.

Simulasi 2

Simulasi 2 dilakukan dengan menggunakan nilai parameter $r = 0.3$, $s = 0.1$, $a = 0.9$, $b = 0.5$, $c = 0.6$, $d = 0.3$, $m = 0.2$, $H = 0.13$. Nilai parameter H (daya dukung lingkungan) diturunkan dengan maksud agar menurunkan populasi *toxic-phytoplankton* sehingga kondisi HABS tidak terjadi. Berdasarkan nilai parameter tersebut, diperoleh dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* sebagai berikut.



Gambar 4 Dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* pada simulasi 2

Berdasarkan Gambar 4, terlihat bahwa pada simulasi 2 terdapat penurunan pada jumlah populasi *toxic-phytoplankton*, namun populasi *toxic-phytoplankton* masih lebih tinggi dibandingkan populasi *phytoplankton* dan populasi *zooplankton*. Sehingga pada simulasi 2, masih mungkin terjadi kondisi HABS (*Harmful Algae Blooms*).

Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 2, diperoleh nilai eigen dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 sebagai berikut.

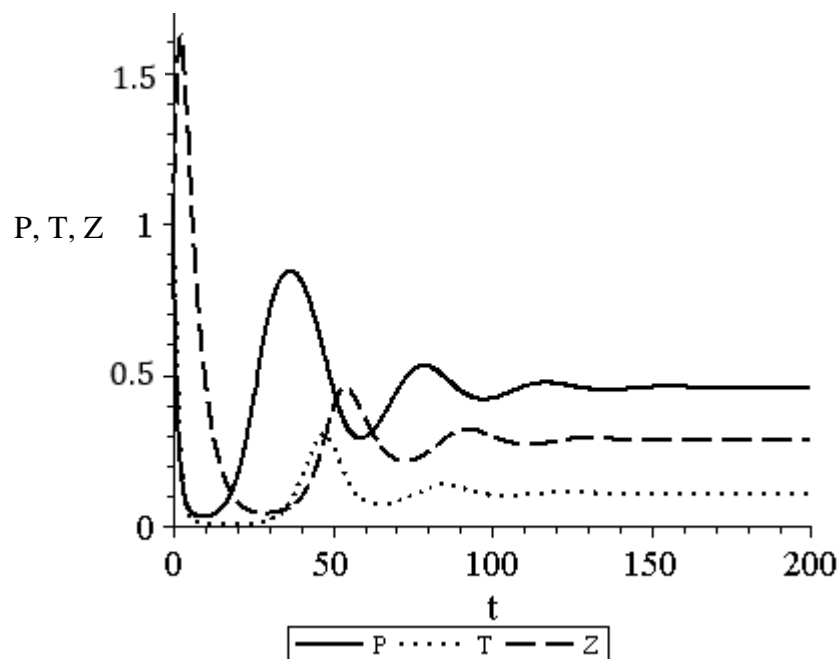
Tabel 3 Nilai eigen berdasarkan simulasi 2

Nilai	λ_1	λ_2	λ_3
E_5	-0.13 + 0.15I	-0.13 - 0.15I	0.0002
E_6	0.07	-0.41	0.07
E_7	-0.05	-5.30	5.46

Berdasarkan nilai eigen pada Tabel 3 di atas, diperoleh bahwa titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 pada simulasi 2 merupakan titik tetap sadel.

Simulasi 3

Simulasi berikutnya yaitu simulasi 3. Simulasi 3 dengan menggunakan nilai parameter sebagai berikut $r = 0.3$, $s = 0.1$, $a = 0.2$, $b = 0.5$, $c = 0.6$, $d = 0.3$, $m = 0.2$, $H = 0.46$. Pada simulasi 3, nilai parameter a (tingkat kematian *phytoplankton* yang disebabkan oleh *toxic-phytoplankton*) bernilai rendah jika dibandingkan dengan simulasi sebelumnya. Berdasarkan nilai parameter tersebut, maka diperoleh dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* sebagai berikut.



Gambar 5 Dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* pada simulasi 3

Berdasarkan Gambar 5, terlihat bahwa populasi *phytoplankton* dan populasi *zooplankton* lebih tinggi dibandingkan dengan populasi *toxic-phytoplankton*, sehingga jika kondisi pada simulasi 3 terjadi, kondisi HABs mungkin dapat tidak terjadi.

Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 3, diperoleh nilai eigen dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 sebagai berikut.

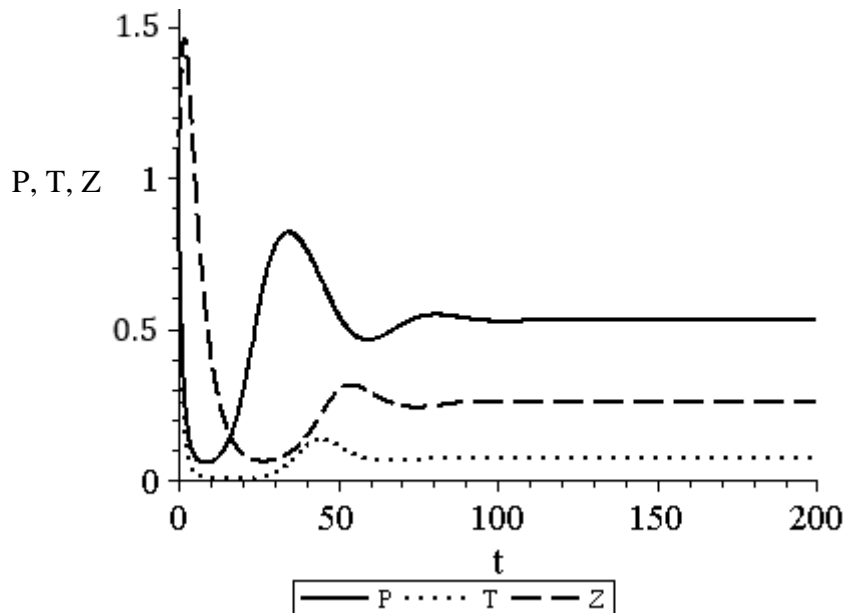
Tabel 4 Nilai eigen berdasarkan simulasi 3

Nilai	λ_1	λ_2	λ_3
E_5	$-0.16 + 0.12 I$	$-0.16 - 0.12 I$	0.22
E_6	$-0.04 + 0.03 I$	$-0.04 - 0.03 I$	0.21
E_7	-0.05	-1.33	1.62

Berdasarkan nilai eigen pada Tabel 4, diperoleh bahwa titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 pada simulasi 3 merupakan titik tetap sadel.

Simulasi 4

Selanjutnya, akan dilakukan simulasi 4. Simulasi 4 dilakukan dengan menggunakan nilai parameter sebagai berikut $r = 0.3$, $s = 0.1$, $a = 0.2$, $b = 0.5$, $c = 0.6$, $d = 0.3$, $m = 0.2$, $H = 0.13$. Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 4, maka diperoleh dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* sebagai berikut.



Gambar 6 Dinamika populasi *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* pada simulasi 4

Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 4, diperoleh bahwa populasi *phytoplankton* dan populasi *zooplankton* lebih tinggi dibandingkan dengan populasi *toxic-phytoplankton*, sehingga jika kondisi pada simulasi 4 terjadi, kondisi HABs mungkin dapat tidak terjadi.

Berdasarkan nilai parameter pada simulasi 4, diperoleh nilai eigen dari titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 sebagai berikut.

Tabel 5 Nilai eigen berdasarkan simulasi 4

Nilai	λ_1	λ_2	λ_3
E_5	$-0.24 + 0.10I$	$-0.24 - 0.10I$	0.21

E_6	0.07	-0.41	0.33
E_7	-0.05	-5.30	7.29

Berdasarkan nilai eigen pada Tabel 4 di atas, diperoleh bahwa titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 pada simulasi 4 merupakan titik tetap sadel.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dari hasil analisis terhadap model *phytoplankton*, *toxic-phytoplankton*, dan *zooplankton* diperoleh 7 titik tetap. Untuk mencari kestabilan dari masing-masing titik tetap E_1 , E_2 , E_3 , dan E_4 , dilakukan melalui analisis. Untuk titik tetap E_5 , E_6 , dan E_7 dilakukan analisis secara numerik melalui simulasi komputer. Simulasi juga dilakukan untuk menganalisis kondisi HABS (*Harmful Algae Blooms*). Simulasi dilakukan dengan mensubstitusikan nilai parameter ke dalam model, nilai parameter yang diubah merupakan nilai parameter yang berhubungan dengan populasi *toxic-phytoplankton* yaitu nilai parameter tingkat kematian *phytoplankton* dan daya dukung lingkungan.

Dari hasil simulasi 1 dan 2 didapat bahwa populasi *toxic-phytoplankton* lebih tinggi dibandingkan dengan populasi lainnya, sehingga pada simulasi 1 dan 2 kondisi HABS mungkin dapat terjadi. Pada simulasi 3 dan 4 didapat bahwa populasi *toxic-phytoplankton* lebih rendah dari populasi lainnya, sehingga pada simulasi 3 dan 4 kondisi HABS tidak akan terjadi.

Berdasarkan hasil simulasi tersebut didapat bahwa nilai parameter daya dukung lingkungan hanya sedikit mempengaruhi populasi *toxic-phytoplankton*, sedangkan nilai parameter kematian *phytoplankton* sangat besar pengaruhnya terhadap populasi *toxic-phytoplankton*. Jika nilai parameter tingkat kematian *phytoplankton* tinggi maka populasi *toxic-phytoplankton* juga tinggi, jika nilai parameter tingkat kematian *phytoplankton* bernilai rendah, maka populasi *toxic-phytoplankton* juga rendah. Berdasarkan hasil simulasi juga didapat bahwa jika populasi *toxic-phytoplankton* lebih tinggi dari populasi lainnya maka akan terjadi kondisi HABS, namun jika populasi *toxic-phytoplankton* lebih rendah dari populasi lainnya, maka kondisi HABS tidak terjadi.

Saran

Berdasarkan hasil simulasi pada karya ilmiah ini, penulis menyarankan agar populasi *pyhtoplankton* pada lingkungan perairan dapat ditingkatkan, salah satunya dengan menjaga dan melestarikan terumbu karang yang berada di lautan, karena semakin rendahnya tingkat kematian populasi *phytoplankton* dalam lingkungan perairan akan mengakibatkan semakin rendahnya jumlah populasi *toxic-phytoplankton* dalam lingkungan perairan. Jika jumlah populasi *toxic-phytoplankton* rendah, maka peristiwa *Harmful Algae Blooms* atau HABS tidak akan terjadi.

@Mik cipta mitr IPB University

Mak Cipta Mitratong (Umang-umang)

1. Diambil mengutip sebagian atau seluruh karya tulis itu tanpa mengemukakan dan menyediakan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, pertukaran karya ilmiah, penyusunan kerja, atau tujuan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dianggap mengutip dan menyalinnya sebagai karya tulis itu dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton H. 1995. *Aljabar Linear Elementer*. Ed ke-5. Terjemahan Pantur Silaban dan I Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga.
- Banarjee M., & V Ezio. 2011. A Phytoplankton-Toxic Phytoplankton-Zooplankton Model. *Ecological Complexity* 8 (2011) 239-248. DOI: 10.1016/j.ecocom.2011.04.001
- Barus TA. 2004. *Pengantar Limnologi : Studi Tentang Ekosistem Air Daratan*. Medan: USU Press.
- Nybakken JW. 1992. *Biologi Laut Suatu Pendekatan Ekologis*. Jakarta: Gramedia.
- Strogatz SH. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos: wiith Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Canada: Addison-Wesley Publishing Company.
- Sverdrup KA, & Armbust EV. 2008. Text Book of : *An Intrroduction to the World's Ocean*. Ninth Edition. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Szidarovsky F, & Bahill AT. 1998. *Linear System Theory*. Florida: CRC Press.
- Tu PNV. 1994. *Dynamical System. An Introduction with Application in Economics and Biology*. Heidelberg (DE): Springer-Verlag.
- Verhulst F. 1990. *Nonlinear Differential Equations and Dynamical System*. New York (US): Springer-Verlag.

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bogor pada hari Jum'at tanggal 23 Agustus 1991. Penulis merupakan anak ke dua dari tiga bersaudara. Penulis merupakan anak dari pasangan Drs. Dadang Suhendar dan Lilis Hayatunnafsiah.

Tahun 2003 penulis lulus dari SDN IV Cikupa Kabupaten Tangerang. Penulis meneruskan sekolahnya di SMPN 1 Cibungbulang Kabupaten Bogor dan lulus pada tahun 2006. Penulis menempuh Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Cibungbulang Kabupaten Bogor dan lulus pada tahun 2009. Penulis mampu terdaftar ke Institut Pertanian Bogor (IPB) melalui jalur Undangan Seleksi Masuk IPB (USMI) pada Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor (FMIPA IPB) pada tahun 2009.

Selama masa perkuliahan penulis aktif dalam berbagai organisasi. Pada tahun pertama di Institut Pertanian Bogor penulis menjadi anggota Badan Eksekutif Mahasiswa Tingkat Persiapan Bersama Institut Pertanian Bogor (BEM TPB IPB). Pada tahun berikutnya, penulis aktif di berbagai organisasi, salah satunya penulis merupakan anggota Gumatika Percussion (Gumakusi). Selama masa kemahasiswaan di Institut Pertanian Bogor penulis mengambil sebuah minor, yaitu minor sistem informasi. Penulis juga aktif menjadi peniti di berbagai kegiatan, seperti menjadi panitia MPKMB 47, panitia Pesta Sains, panitia Matematika Ria.