PENANGGULANGAN DATA PENCILAN DENGAN METODA REGRESI *ROBUST*

O l e h

LINDA SURYANY

G 24. 1143

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT PERTANIAN BOGOR

1 9 9 2

RINGKASAN

LINDA SURYANY. Penanggulangan Data Pencilan Dengan Metoda Regresi *Robust*

Tujuan dari karya ilmiah ini untuk menunjukkan bahwa metoda *robust* tidak merugikan dalam kondisi data apapun dibandingkan OLS, selain itu juga bertujuan untuk mencari metoda *robust* yang baik diantara metoda *robust* yang dipilih untuk digunakan terhadap bentuk data yang dicobakan.

Data yang digunakan dalam karya ilmiah ini merupakan data simulasi yang dibangkitkan dengan bantuan MINITAB versi 7.2 dan metoda yang digunakan adalah metoda OLS, metoda *robust* Rupert-Carroll dan Trimming Absolute Residual.

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini ternyata dapat menggambarkan kegunaan metoda *robust* dalam menanggulangi data pencilan, sehingga penduga yang diberikan dapat merepresentatifkan keadaan yang sebenarnya, selain dapat memperlihatkan bahwa penggunaan metoda *robust* tidak merugikan dalam keadaan data tanpa pencilan.

PENANGGULANGAN DATA PENCILAN DENGAN METODA REGRESI *ROBUST*

Karya Ilmiah
Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Statistika
pada
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor

O l e h
Linda Suryany
G 24.1143

JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
1 9 9 2

Judul Karya Ilmiah : Penanggulangan Data Pencilan Dengan Metoda Regresi *Robust*

Nama mahasiswa : Linda Suryany

Nomor Pokok Mahasiswa : G 24.1143

Menyetujui

1. Komisi Pembimbing

Dr. Ir. Sampe Tonapa, MSc

K e t u a

Ir. Satrio Wiseno, MPhil

A n g g o t a

Mengetahui

2. Ketua Jurusan Statistika

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN INSTITUT PERTANIAN BOGOR FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN

Dr. Ir. Aunuddin

Tanggal lulus: 14-1-1992

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Surabaya pada tanggal 29 Desember 1967 sebagai anak pertama dari empat bersaudara dari ayah Suhardjo Wonosasmito dan ibu Tjitra Budiyanti Widjaja.

Pendidikan formal dimulai dari Taman Kanak-kanak Katholik Kristus Raja yang kemudian dilanjutkan pada SDK Yohannes Gabriel dan lulus pada tahun 1981. Setelah itu melanjutkan pendidikannya di SMPK Santa Agnes dan lulus pada tahun 1984 dan pada tahun 1987 menyelesaikan pendidikan Menengah Atas di SMAK St. Louis I Surabaya.

Penulis diterima di IPB melalui jalur PMDK pada tahun 1987 dan pada tahun 1988 diterima di Jurusan Statistika FMIPA dengan mengambil penunjang Sosial Ekonomi.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan atas pertolongan dan kemurahan-Nya sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan.

Tulisan ini merupakan karya ilmiah yang dilaksanakan oleh penulis selaku mahasiswa tingkat akhir Jurusan Statistika.

Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada Bapak Sampe Tonapa dan Bapak Satrio Wiseno selaku pembimbing yang telah banyak memberikan bantuan dalam penyelesaian karya ilmiah ini.

Terima kasih juga penulis sampaikan kepada papa, mama, ama, adik-adikku dan kakak-kakakku yang telah memberi dorongan dalam penyelesaian karya ilmiah ini, selain kepada Oyin, sahabatku, Lilik dan Tio yang telah banyak membantu.

Sebagai akhir kata penulis berharap agar karya ilmiah ini dapat berguna bagi pembacanya.

Bogor, Januari 1992

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

TEKS

Lampiran

DAFTAR GAMBAR

TEKS

DAFTAR GAMBAR (LANJUTAN)

TEKS

Nomor Halaman

PENDAHULUAN

Analisis Regresi merupakan salah satu teknik Statistika, yang banyak digunakan di berbagai bidang ilmu dasar dan terapan selama bertahun-tahun. Beberapa contoh penggunaan regresi, misalnya bidang Ekonometrika (Koutsoyiannis, 1977), *Control Chart* (Mandel, 1969), *Calibration* (Mendenhall and Ott, 1971), Biologi dan obat-obatan (Armitage, 1971), *Survey Analysis* (Holt et al., 1980), *Time Series* (Coen et al., 1969), bahkan bidang kemanusiaan , teknologi, bisnis dan ilmu pengetahuan sosial juga memanfaatkannya (Weisberg, 1980).

Regresi umumnya digunakan untuk mempelajari hubungan antara beberapa peubah yang dapat diukur, sedangkan regresi linear adalah regresi yang memiliki kelas khusus dalam melihat hubungan yang terdapat diantara peubah, yaitu hubungan yang dapat diterangkan oleh garis lurus atau oleh generalisasi garis lurus untuk dimensi ganda.

Teknik regresi dalam penggunaannya meliputi beberapa tahapan. Tahapan pertama yang harus dilakukan adalah mengumpulkan data. Data yang terkumpul terdiri dari data peubah bebas dan data peubah tak bebas. Setelah itu parameter regresi diduga melalui beberapa metoda pendugaan yang ada dalam teknik regresi. Sampai batas ini, bentuk analisis yang digunakan dapat dianggap sebagai suatu analisis aggregat (*Aggregate Analysis*) tetapi bila analisis yang digunakan diteruskan sampai pada tingkatan untuk menentukan tepat tidaknya suatu model, maka analisis yang digunakan disebut sebagai *Case Analysis* (Weisberg, 1980). Untuk tulisan ini batas analisis yang akan dilakukan dibatasi sampai pada bentuk *Aggregate Analysis* , yaitu sampai pada batas pendugaan parameter dari model yang telah dihipotesakan sebelumnya.

Pendugaan parameter dalam regresi dapat dilakukan dengan beberapa metoda. Metoda yang umum di pakai adalah *Ordinary Least Square* (OLS). Metoda ini banyak digunakan, sebab cara perhitungannya relatif mudah karena dasar matematika yang dibutuhkan untuk metoda OLS tidak rumit. OLS didasarkan pada anggapan berikut:

1. Sisaan dari model yang diduga merupakan peubah bernilai nyata yang bersifat acak.
2. Ragam sisaan bersifat konstan dan nilai tengahnya nol.
3. Sisaan memiliki sebaran Normal (syarat ini diper lukan jika analisa yang digunakan sampai pada *Case Analysis*).
4. Sisaan untuk tiap pengamatan yang berbeda saling bebas.
5. Sisaan-sisaan dari tiap pengamatan bebas terhadap peubah bebasnya.
6. Peubah bebasnya diukur tanpa kesalahan.

Adanya syarat semacam ini, membuat seseorang yang hendak menggunakan metoda OLS harus memeriksa segala kemungkinan yang ada pada datanya, baik data sisaan ataupun data peubah bebasnya, sebab jika salah satu syarat tidak dipenuhi dengan baik akan berakibat terjadinya bias atau hasil yang diperoleh bukanlah hasil yang terbaik.

Jika asumsi nilai tengah sisaan sama dengan nol tidak dipenuhi, maka penduga yang diperoleh akan bias dan bila digambarkan ada kemungkinan letak dari garis penduga model tersebut berada di atas atau dibawah model yang sesungguhnya. Jika asumsi mengenai keragaman sisaan yang konstan tidak dipenuhi, maka pengujian hipotesis model tidak dapat dilakukan dan selang kepercayaan tidak dapat dibuat pula. Selain itu penduga OLS-nya tidak akan memiliki jumlah kuadrat minimum seperti yang diinginkan, walaupun penduga yang dihasilkan masih bersifat tak bias dan nilai respon yang berasal dari model hasil pendugaan akan memiliki ragam yang tinggi yang menyebabkan nilai dugaan peubah tak bebasnya bersifat tidak efisien. Jika asumsi kenormalan untuk bentuk sebaran sisaan tidak dipenuhi akan berakibat tidak dapat dilakukannya pengujian terhadap hipotesa model dan tidak dapat dibuatnya selang kepercayaan, walaupun hasil penduganya tetap tak bias dengan ragam minimum.

Untuk menghindarkan penduga yang tidak efisien ketika menggunakan OLS, asumsi yang diberikan dalam metoda ini harus benar-benar diperhatikan, walaupun beberapa cara untuk menanggulangi tidak terpenuhinya asumsi OLS telah ada, seperti misalnya: untuk menanggulangi heterogenitas pada ragam sisaan diatasi dengan menggunakan Kuadrat Terkecil Terboboti (*Weighted Least Square*),jika nilai ragam sesungguhnya dari data ada dan diketahui, atau dapat pula ditanggulangi dengan menggunakan transformasi. Cara yang dikemukakan untuk penanggulangan masalah pelanggaran asumsi terkadang dapat digunakan tetapi ada kalanya dapat mendatangkan kerugian karena timbulnya resiko. Resiko ini dapat timbul karena cara mengatasi asumsi yang lain menyebabkan terjadinya pelanggaran pada asumsi lainnya, yang pada saat itu dianggap telah dipenuhi, sehingga diperlukan waktu untuk memeriksanya kembali. Jadi selain memiliki resiko, kekurangan dari cara ini untuk mengatasi pelanggaran asumsi seperti yang telah dikatakan sebelumnya, adalah banyaknya waktu yang dibutuhkan untuk mengatasinya.

Selain masalah pelanggaran asumsi, masalah lain yang selalu mengganggu hasil metoda OLS adalah jika terjadinya nilai pencilan pada data. Jika ada nilai pencilan dari suatu kumpulan data, maka persamaan regresi yang diperoleh akan memiliki penduga yang tidak tepat. Hal ini dapat terjadi sebab nilai rataan yang digunakan dalam mencari jumlah kuadrat minimum, sehingga jika terdapat pencilan yang cukup besar nilainya, maka angka ini akan mempengaruhi nilai rataan yang dipergunakan sebagai pengurang dalam pencaharian jumlah kuadrat terkecil. Sebagai ilustrasi dari kerugian yang timbul akibat gangguan pencilan dapat dilihat pada Gambar 3a.

Pada Gambar 3a terlihat ada kumpulan titik yang berjumlah empat puluh. Dari empat puluh titik tersebut, dipilih tiga titik. Titik-titik yang terpilih adalah titik nomor 27. Kepada titik ini perhatian utama akan diberikan, sebab akan diadakan pergeseran ke atas dan ke bawah. Pertama kali nilai respon titik 27 tersebut ditarik lebih tinggi dari nilai sebelumnya dan terlihat di sini bahwa terjadi pergeseran terhadap persamaan garis yang dianggap dapat menerangkan keadaan 40 data tersebut. Hal yang sama terjadi pula, jika nilai dari data ke-27 ditarik ke bawah yang berarti nilai responnya lebih kecil dari nilai yang sebenarnya. Jika keadaan ini dicoba bergantian terhadap data yang terpilih lainnya, maka hasil yang sama akan diperoleh, hanya mungkin berbeda dalam pergeseran garisnya, jika dibandingkan dengan garis yang dihasilkan dari data yang sesungguhnya. Dengan adanya penjelasan di atas dan bukti dari beberapa gambar dapat dibayangkan apa yang terjadi jika ada beberapa data dari suatu kumpulan data mengalami gangguan yang berupa pencilan, dan metoda OLS tetap dipaksa untuk digunakan.

Dari penjelasan di atas dapat diketahui bahwa metoda OLS adalah metoda yang sangat sensitif terhadap pelanggaran asumsi maupun penyimpangan pada data.

Untuk mengatasi kelemahan-kelemahan dari metoda OLS dicari metoda lain yang bersifat tidak sensitif terhadap dua macam masalah yang umum timbul dan bersifat kekar (robust). Metoda tersebut adalah metoda robust . Perkembangan metoda yang bersifat robust ini makin cepat sejak pertengahan tahun 1950, dimana saat itu komputerisasi telah dapat diandalkan (P. J. Kelly, 1988).

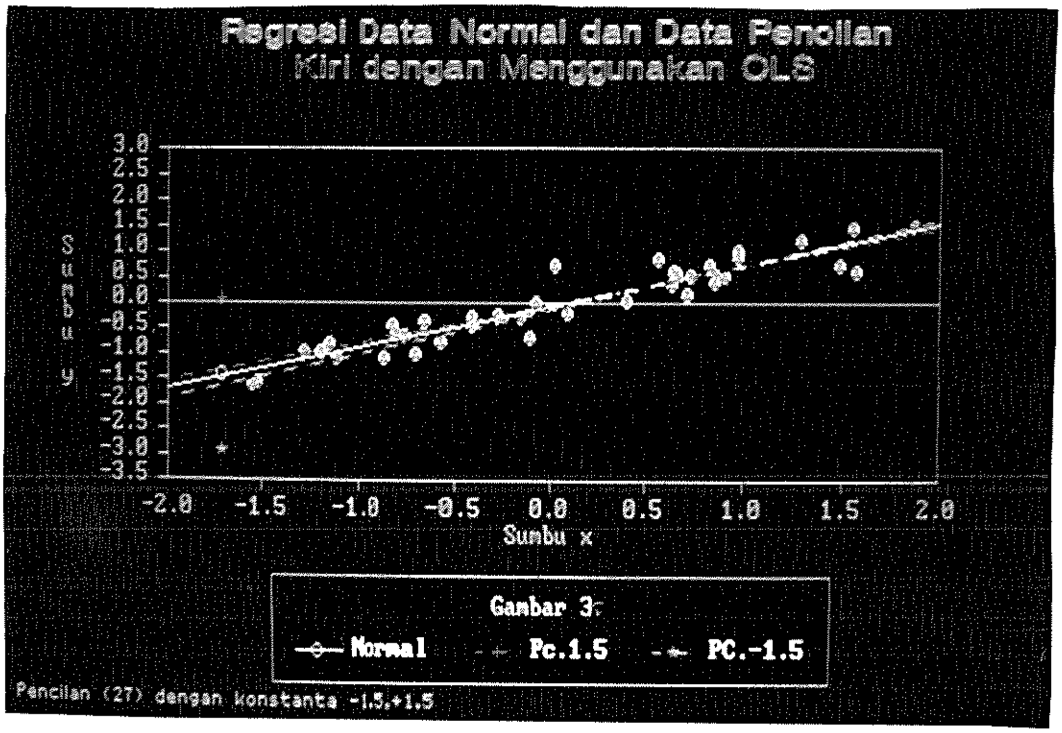
Metoda robust yang telah dipublikasikan adalah :

1. Metoda pendugaan M, L atau R.
2. Metoda yang merupakan hasil dari *Computer Intensive Method in Statistics*, seperti : Bootstrap, Jacknife dan lainnya.

Pada kenyataannya, walaupun metoda yang bersifat robust ini telah dipublikasikan, masih banyak orang menggunakan OLS. Alasan-alasan yang mendasari orang tetap memilih OLS adalah sebagai berikut (P. J. Kelly, 1988) :

1. Masih kuatnya kepercayaan orang pada metoda klasik yang dianggap lebih baik sebab lebih kuasa (*powerful*).
2. Metoda robust yang berkembang banyak, sehingga menyulitkan seseorang untuk memilih metoda yang harus dipakai.
3. Kurangnya pengetahuan orang pada umumnya mengenai robust.
4. Banyak orang tidak dapat menilai validitas metoda klasik dengan cara menggunakan metoda robust.

Berdasar pada kenyataan tersebut, akan dicoba untuk mengadakan penelitian terhadap data simulasi dengan memilih metoda pendugaan robust L di samping metoda klasik OLS. Tujuan penelitian yang akan diadakan selain ingin menunjukkan bahwa metoda robust tidak merugikan dalam kondisi data apapun dibandingkan OLS, juga berkeinginan mencari metoda robust yang baik diantara metoda robust yang dipilih untuk digunakan terhadap bentuk data yang dicobakan.



TINJAUAN PUSTAKA

Teknik Statistika yang bersifat klasik dirancang sebagai kemungkinan terbaik, jika asumsi-asumsi yang menyertainya dipenuhi. Selama asumsi-asumsi teknik klasik tidak dipenuhi, jalan keluar untuk mengatasinya mulai dicari. Jalan keluar tersebut dapat berupa pemecahan yang masih bersifat mempertahankan penggunaan teknik klasik dengan mengatasi asumsi-asumsi yang dilanggar, seperti: transformasi, *Weighted Least Square* dan lain-lain atau dengan menggunakan teknik yang lebih bersifat tidak sensitif terhadap asumsi-asumsi klasik tetapi efektif untuk dipergunakan dalam analisa Statistika, seperti: metoda robust.

Metoda robust ini berkembang dengan pesat sejak per tengahan tahun 1950. Pada masa itu komputerisasi telah dapat diandalkan dan teknik eksplorasi data, yang banyak berhubungan dengan metoda yang bersifat robust, telah diperkenalkan. Pada umumnya metoda robust ini digunakan jika model yang diasumsikan tidak dipenuhi, tetapi berdasar pada penelitian P.J. Kelly (1988) diperoleh kesimpulan bahwa jika model yang diasumsikan valid atau dipenuhi, penggunaan metoda robust hanya kehilangan sedikit efisiensi dan bila model yang diasumsikan tidak benar maka robust adalah yang terbaik, tetapi perlu juga diketahui bahwa penggunaan penduga robust yang tidak tepat akan memberi dua kemungkinan hasil, yaitu hasil yang baik dan hasil yang tidak baik , seperti yang terjadi pada penggunaan penduga ridge (Draper dan Smith, 1981).

Dalam penggunaan analisis robust, sering ditemui adanya pernyataan tentang keresistenan, yang pada umumnya dianggap memiliki pengertian sama dengan sifat robust. Sebenarnya secara praktis kedua kata tersebut memiliki ciri-ciri yang sama, tetapi secara konseptual berbeda (Huber, 1986, disunting oleh P.J. Kelly, 1988). Menurut Hoaglin et al (1983), resisten berhubungan dengan ketidak-sensitifan pengalokasian dalam data, misalnya adanya pemunculan pencilan dalam data, sedangkan robust umumnya berhubungan dengan ketidaksensitifan terhadap asumsi yang berada dalam suatu model probabilistik.

Berdasar pada pernyataan pertama P.J. Kelly:

" Setiap sebaran robust statistik (*Distributionally robust statistic*, R(z), yang dihitung dalam z, akan bertindak sebagai statistik resisten terhadap pencilan (*outlier resistant statistic*) jika dihitung dalam z, hal sebaliknya juga akan terjadi, yaitu jika setiap *outlier resistant statistic*, Q(z), yang dihitung dalam z, akan bertindak sebagai *distributionally robust statistic* jika dihitung dalam z "

dapat diambil suatu kesimpulan bahwa sebenarnya Q(z)=R(z) yang berarti pula pernyataan pertama memungkinkan kita untuk tidak perlu membedakan suatu penduga alternatif terhadap penduga klasik sebagai *distributionally robust* atau *outlier resistant*, sehingga semua metoda penduga alternatif yang digunakan dalam tulisan ini digambarkan sebagai penduga robust. Selain pengertian di atas perlu juga diketahui bahwa prosedur robust tidak dapat diklasifikasikan sebagai non-parametrik atau prosedur bebas sebaran (*Distribution-free Procedure*), sebab non-parametrik statistik hanya membicarakan tentang inferensia statistik tanpa membuat asumsi parametrik yang tepat mengenai bentuk fungsi sebaran kumulatif f(x)-nya, dan *distribution-free statistic* adalah statistik dengan sebaran peluang yang tidak tergantung pada distribusi peluang yang sebenarnya.

Beberapa metoda pendugaan parameter regresi yang bersifat robust yang telah dipublikasikan adalah: penduga parameter regresi berdasar pada M-estimator, L-estimator dan R-estimator.

M-estimator adalah suatu penduga Maximum Likelihood. Penduga ini memerlukan suatu fungsi $\rho(.)$ untuk kumpulan sisaan yang diperoleh dari pendugaan Least Square sebagai inisialisasi . Sifat-sifat yang harus dipenuhi oleh fungsi $\rho(x|\theta)$ adalah :

1. $\rho(x_i|\theta)$ adalah fungsi tidak turun untuk $x_i \geq 0$.
2. $\rho(0|\theta)=0$.
3. $\rho(-x_i|\theta)=\rho(x_i|\theta)$.
4. $\Phi(x_i)=\rho'(x_i|\theta)$ ada dan kontinu untuk semua x_i yang terhingga.

Terdapat banyak penduga M yang ada di dalam literatur statistika, tetapi yang umum digunakan adalah Penduga M-Huber. Dengan memberikan fungsi $\rho(x)$ dan menentukan proporsi absolut sisaan yang telah diurut untuk diberikan "reduced" weights, pemotongan data sebanyak k titik dapat dihitung dan penduga robust M-Huber untuk parameter regresi dapat diberikan dari hasil penyelesaian persamaan

$$\Sigma_i \Phi(^{\circ}_i)\delta f_i/\delta\theta_j \ , \ i=1,2...,n \quad j=1,2,..,p \quad .....(1)$$

dimana $^{\circ}_i = {}^{\circ}_i(\underline{\theta}) = y_i - f_i(\theta)$

$$\Phi(^{\circ}_i) = \rho'(^{\circ}_i)$$

yang dapat dilakukan dengan cara Kuadrat Terkecil Tak Linear Beriterasi (*iterative non-linear least square*), Kuadrat Terkecil Terboboti (*weighted least square*) atau metoda Newton. Metoda ini jarang digunakan sebab terdapat kesulitan dalam memilih fungsi $\rho(.)$.

Metoda kedua yang sering digunakan adalah metoda penduga robust regresi berdasar L-estimator. Penduga ini dikenal juga sebagai Linear Order Statistic Estimator. Prinsip pendugaan L-estimator untuk lokasi, yaitu α-trimmed mean, yang digunakan dan dikembangkan dalam mencari penduga regresi robust L-estimator. Pencaharian penduga koefisien regresi L ini dapat dilakukan melalui beberapa metoda yang termasuk di dalam regresi robust berdasar pada L-estimator. Metoda-metoda tersebut adalah: Metoda Rupert and Carroll (1980), Metoda Koenker and Bassett (1978), Metoda Trimming Absolute Order Residuals, Tukey's biweight dan Siegel's repeated median. Tiga metoda pertama yang disebutkan pada garis besarnya hampir sama dan pemilihan untuk menggunakannya tergantung pada pilihan mengadakan trimming simetrik atau trimming asimetrik. Trimming asimetrik memiliki tiga keuntungan dibandingkan terhadap trimming simetrik, yaitu:

1. Trimming asimetrik lebih fleksibel sifatnya.
2. Trimming yang dilakukan pada metoda ini tidak membuang data secara sembarang (*doesn't waste data*).
3. Data yang dibuang sesuai dengan sasaran yaitu pengamatan yang bersifat ekstrim.

Metode Koenker and Bassett adalah suatu metoda yang berdasar pada konsep regresi kuantil yang diajukan oleh Koenker and Bassett pada tahun 1978. Didefinisikan bahwa regresi kuantil ke Γ akan menjadi $\hat{\beta}_{KB}(\Gamma)$ dengan menyelesaikan persamaan:

$$\min \{\sum_{t:y_t>x_tb}\Gamma|y_t-x_tb|+\sum_{t:y_t<x_tb}(1-\Gamma)|y_t-x_tb|\} \text{ ....(2)}$$

Pengamatan dengan sisaan negatif dari pendugaan $\hat{\beta}_{KB}(\Gamma)$ atau sisaan positif dari penduga $\hat{\beta}_{KB}(1-\Gamma)$ akan dihilangkan dari contoh dan pendugaan dengan OLS digunakan terhadap sisa data yang ada. Pendekatan metoda ini tidak simetrik trimming. Kesulitan penggunaan metoda ini terletak pada adanya kemungkinan solusi berganda (*multiple solution*) terhadap persamaan (2), sehingga diperlukan suatu definisi tertentu mengenai cara yang dapat digunakan sebagai kriteria dari solusi-solusi yang akan dipilih sebagai penduga robust.

Metoda Tukey's biweight secara rinci dapat dilihat pada Mostellar and Tukey (1977).

Metoda Siegel's repeated median merupakan metoda yang dikemukakan untuk regresi linier sederhana. Untuk model regresi linier sederhana, $y_i=\alpha+\beta x_i+\epsilon_i$, dengan x_i berbeda, dan untuk setiap pasangan nilai (x_i,y_i) dan (x_j,y_j) $j\neq i$, slope dapat dicari dengan formula $(y_j-y_i)/(x_j-x_i)$ dan intersep dengan formula $(x_jy_i-x_iy_j)/(x_j-x_i)$, tetapi untuk metoda Siegel ini slope dan intersep dicari dengan menggunakan formula:

$$\hat{\beta}_{rm}=\underset{i}{\mathrm{med}}\{\underset{j\neq i}{\mathrm{med}}(y_j-y_i)/(x_j-x_i)\}\ldots.(3)$$

$$\hat{\alpha}_{rm}=\underset{i}{\mathrm{med}}\{\underset{j\neq i}{\mathrm{med}}(x_jy_i-x_iy_j)/(x_j-x_i)\}\ldots.(4)$$

Umumnya metoda ini akan menghasilkan sebuah penduga $\hat{\beta}$ jika ada k integer positif yang membuat himpunan bagian dari k data poin dapat menentukan suatu penduga, $\hat{\beta}$. Metoda ini kurang bagus menurut Hoaglin et al sebab metoda ini menuntut pengeluaran cukup tinggi jika jumlah komputasi yang terlibat secara esensial proporsional terhadap n^k. Kekurangan ini akhirnya dapat diatasi dengan menggunakan modifikasi yang diadakan terhadap *repeated median estimator*.

Metoda Trimming Absolute dan Rupert and Carroll adalah dua dari tiga metoda yang menggunakan sistem trimming dalam mencari penduganya. Perbedaannya terletak cara mengurutkan datanya dan cara *trimming*-nya. Untuk Metoda Trimming Absolute *sort* dilakukan pada nilai sisaannya yang telah diabsolutkan, sedangkan cara mengurut untuk Rupert and Carroll dilakukan pada data sisaan yang tidak diabsolutkan nilainya. Pada Absolute Trimming cara trimming dilakukan satu arah, sedangkan pada Rupert and Carrol trimming dilakukan pada dua arah dengan nilai sebesar $\alpha\%$ untuk kedua metoda tersebut.

Metoda ketiga yang umum digunakan adalah Robust regression berdasar pada penduga-R. Metoda ini berdasar pada teknik non-parametrik yaitu penggunaan rank. Metoda ini sedikit publikasinya. Untuk keterangan rinci dari metoda ini dapat dilihat pada Jureckova (1971), Jaeckel (1972) dan Huber (1977) yang menyarankan cara penyelesaian untuk metoda ini.

Selain metoda penduga M,L dan R masih ada cara lain yang dapat digunakan untuk mencari penduga koefisien regresi. Cara tersebut merupakan suatu teknik sampling-resampling yang merupakan hasil *computer intensive method in statistics*. Teknik ini dikenal dengan nama Bootstrap dimana teknik ini menggantikan standar asumsi mengenai data dengan perhitungan yang masif. Komputasi intensif dari metoda ini bebas dari dua faktor yang mendominasi teori statistika sejak awal yaitu asumsi data yang mengikuti bentuk kurva berbentuk genta (*bell-shaped curve*) dan perlunya memfokuskan pada pengukuran statistik yang sifatnya secara teoritis dapat dianalisa secara matematika

(Diaconis and Efron, 1983). Metoda yang ditemukan Efron (1977) ini mulai banyak digunakan di bidang Statistika dan penggunaannya berkaitan dengan teknik simulasi. Seperti prosedur statistika yang lain metoda ini akan memberikan hasil yang tidak baik untuk persentase data yang kecil. Selain itu yang perlu diingat dari metoda ini adalah:

1. Bootstrap tidak selalu memberi jaminan tentang kebenaran/keakuratan gambar penduga contoh secara statistika, tetapi yang ingin diperlihatkan oleh Bootstrap adalah penduga yang dihasilkannya baik sepanjang waktu.
2. Metoda ini penggunaannya tidak terbatas pada analisa statistika seperti koefisien korelasi, tetapi metoda ini dapat dipergunakan untuk berbagai permasalahan dimana *variability statistics* dapat diduga secara analitis (Diaconis and Efron, 1983).

Untuk memilih metoda terbaik diantara metoda robust yang digunakan, dapat dipakai pendekatan secara grafik, persentase nilai bias hasil duga dan ketelitian dari penduga tersebut. Umumnya untuk memilih nilai duga yang terbaik nilai persentase besar bias yang digunakan terlebih dahulu, sebab penduga yang ingin dipakai adalah penduga yang dapat memberikan gambaran yang mendekati keadaan yang sebenarnya, setelah itu baru nilai ketelitian yang diperhitungkan. Nilai persentase bias tersebut diperoleh dari: selisih nilai duga dengan nilai sebenarnya yang dibagi terhadap nilai sebenarnya, sedangkan nilai ketelitian dapat dilihat dari nilai ragam yang dihasilkan dalam metoda-metoda tersebut. Untuk nilai ketelitian , makin kecil nilai ragamnya makin teliti penduga tersebut. Metoda grafik ini akan digunakan sebagai pembanding jika terdapat kesulitan dalam menggunakan dua ukuran sebelumnya, karena hasil yang diberikan oleh beberapa metoda kebetulan sama. Metoda grafik ini dilakukan dengan cara mem-plot-kan sisaan metoda yang satu terhadap sisaan metoda yang lain. Jika slope hasil plot ini mendekati satu berarti antara kedua metoda tersebut tidak terlalu berbeda dan pemilihan metoda yang akan digunakan tergantung dari kebijaksanaan peneliti berdasar pada suatu ketentuan yang telah disepakati. Untuk metoda yang melakukan trimming, jika nilai slope dari plot residual antara dua metoda trimming yang sama mendekati satu, maka metoda yang yang digunakan adalah metoda trimming dengan nilai α yang lebih kecil, yang berarti pula informasi yang dibuang berkurang. Selain dengan sistem grafik, perbandingan dapat juga dilihat dengan menggunakan selang kepercayaan secara empirikal apabila b duga dicari dengan menggunakan metoda yang bersifat iteratif , seperti bootstrap. Lakukan pencaharian selang kepercayaan α% dengan cara mengadakan pengurutan (*sort*) terhadap penduga β yang dihasilkan, lalu dilakukan prosedur menyisihkan 100%-α% nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh di kiri dan kanan deretan b duga hasil iteratif yang ada. Nilai $\hat{\beta}$ yang tersisa merupakan selang kepercayaannya. Jika nilai $\hat{\beta}$ terletak pada selang tersebut dan selangnya kecil maka metoda tersebut ada kemungkinan dapat dipilih sebagai metoda yang terbaik diantara yang lain.

BAHAN DAN METODA

A. DATA

Untuk tujuan penelitian ini, data yang digunakan adalah data simulasi yang dibangkitkan dengan bantuan program Minitab versi 7.2. Data yang dibangkitkan adalah data peubah bebas (X), data sisaan (ϵ) dan data peubah tak bebas (Y) yang diperoleh melalui asumsi model $Y=a+bX+\epsilon$. Nilai koefisien b yang diperoleh nantinya diasumsikan memiliki pengertian sebagai elastisitas harga, sebab data yang diambil dianggap berasal dari data jumlah barang dan harga dari suatu komoditi, sehingga dengan demikian nilai koefisien dari penelitian dengan simulasi ini memiliki arti atau dapat ditafsirkan.

Langkah pertama yang harus diambil adalah membuat asumsi-asumsi terhadap data-data yang akan dibangkitkan sebelumnya. Untuk data X diasumsikan bahwa X berasal dari sebaran Normal dengan rataan 0 dan ragam 1, demikian juga untuk Y diasumsikan juga berasal dari sebaran Normal dengan rataan 0 dan ragam 1. Diambilnya asumsi ini dengan tujuan untuk memudahkan di dalam mempelajari data sesungguhnya (data bukan hasil simulasi) yang umumnya banyak ditransformasi menjadi data yang memiliki sebaran Normal baku, terutama jika cara penyelesaiannya dilakukan dengan teknik klasik.

Sebagai langkah kedua diajukan suatu asumsi bahwa $y_i=a+bx_i+\epsilon_i$ dengan a dianggap bernilai sama dengan nol, karena selain alasan untuk mempermudah perhitungan saja, asumsi a=0 mengandung pengertian data yang dipakai tetap hanya mengalami koreksi, dan bentuk semacam ini tidak akan mengubah hasil yang akan diberikan. Dengan adanya asumsi di atas data sisaan memiliki sebaran Normal dengan rataan nol dan ragam $1-b^2$. Diperolehnya nilai rataan nol dan ragam $1-b^2$ dari perhitungan sebagai berikut:

1. Untuk nilai tengah sama dengan nol

$$E(Y) = E(a+bX+\epsilon)$$
$$E(Y) = E(a) + bE(X) + E(\epsilon)$$
$$E(\epsilon) = E(Y) - E(a) - b\,E(X)$$
$$E(\epsilon) = 0 - 0 - b.0 = 0$$

2. Untuk nilai ragam $1-b^2$

$$Var(Y) = Var(a+bX+\epsilon)$$
$$Var(Y) = Var(a) + b^2\,Var(X) + Var(\epsilon)$$
$$Var(\epsilon) = Var(Y) - Var(a) - b^2\,Var(X)$$
$$Var(\epsilon) = 1 - 0 - b^2 = 1 - b^2$$

Setelah semua asumsi disiapkan, mulai ditentukan nilai slope (b) yang akan digunakan dalam penarikan data simulai. Nilai b yang akan digunakan berada dalam selang 0.5 sampai 1. Prosedur yang akan dilakukan sebagai berikut:

1. Bangkitkan empat puluh data X $\sim N(0,1)$ dan disimpan untuk dipakai pada berbagai metoda penyelesaian.
2. Bangkitkan empat puluh data dari $\epsilon \sim N(0,1-b^2)$.

3. Cari nilai y_i=, i=1,2,...,40 berdasar pada hubungan $y_i=a+bx_i+\epsilon_i$ dimana a diasumsikan sama dengan nol dan b=0.8

Ketiga tahap di atas merupakan tahap dasar dalam membangkitkan data. Data yang dibangkitkan dari prosedur ini selanjutnya telah dapat digunakan untuk menduga koefisien regresi persamaan $\underline{Y}=a+b\underline{X}+\underline{\epsilon}$. Jika diinginkan adanya gangguan pada data seperti adanya pencilan atau sebaran ϵ tidak berasal dari distribusi Normal, maka langkah ketiga dari prosedur di atas harus ditambah dengan satu tahap lagi atau dengan mengubah salah satu tahap yang ada. Tetapi untuk penelitian ini data yang digunakan akan diberi gangguan berupa pencilan, mengingat metoda yang dipakai lebih baik digunakan jika data tersebut mengandung pencilan.

Untuk menghasilkan data yang memiliki pencilan diperlukan satu langkah tambahan pada prosedur di atas yaitu dengan memilih secara acak (sebanyak n data) tanpa pemulihan terhadap data peubah X untuk dibuat menjadi pencilan, dengan cara memperbesar nilai b yang ditetapkan, memberi nilai a dengan suatu konstanta tertentu yang bukan nol atau kombinasi dari dua kemungkinan di atas terhadap n data yang terpilih sebagai data pencilan. Cara ini akan memberikan suatu gambar hasil plot antara X dan Y dimana n nilai pencilan akan menyebar tidak menurut pola nilai yang lain. Untuk penelitian ini yang digunakan adalah dengan memberikan nilai konstanta 1.5 atau -1.5.

Dengan siapnya data hasil simulasi, maka pemilihan metoda robust dapat dilakukan dan digunakan sebagai alat untuk mencari koefisien regresi, selain menggunakan metoda *Ordinary Least Square* sebagai pembanding.

B. Metoda

Untuk mencari penduga koefisien regresi persamaan $Y=a+bX+\epsilon$ dimana a diasumsikan sama dengan nol, metoda-metoda yang akan digunakan sebagai berikut:

1. Metoda klasik yaitu *Ordinary Least Square* (OLS).
2. Metoda robust yaitu penduga koefisen regresi dari L-estimator yang terdiri dari Rupert-Carroll dan Trimming Absolute Residuals.

Langkah-langkah dari semua metoda yang disebutkan di atas adalah sebagai berikut:

* Langkah -langkah metoda Rupert -Carroll.

1. Nilai data residual diurutkan dari kecil ke besar dan tuliskan pasangan urutan tersebut dalam (x_i,ϵ_i).
2. Tentukan nilai $\alpha\%$ untuk mengadakan trimming.
3. Trimming dilakukan terhadap nilai terbesar dan nilai terkecil dari ϵ_i yang telah diurut dengan jumlah data yang ditrimming secara keseluruhan $40\alpha\%$ data.

4. Lakukan OLS terhadap data-data yang telah ditrimming, dengan demikian akan diperoleh penduga dari b.

* Langkah-langkah untuk metoda Trimming Absolute.

1. Data residual dibuat menjadi absolut nilainya.
2. Data residual yang telah absolut nilainya diurutkan dari kecil ke besar.
3. Tentukan besar nilai α% yang akan digunakan untuk trimming data.
4. Trimming dilakukan terhadap data residual yang nilai absolutnya terbesar sebanyak 40α% data.
5. Gunakan OLS untuk menduga koefisien regresinya terhadap data hasil trimming.

Setelah menggunakan metoda robust maka pencaharian nilai penduga b dilakukan juga dengan OLS, sebab semua nilai penduga b yang diperoleh dari berbagai metoda akan dibandingkan satu sama lain dengan menggunakan besar persentase bias b duga yang dihasilkan, ketelitian dan bila diperlukan dapat digunakan grafik sebagai alat pembanding yang lain, selain kedua cara yang disebut terlebih dahulu.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data berpasangan sebanyak empat puluh (dengan koefisien b=0.8) diolah dengan menggunakan OLS, Rupert-Carroll dan Absolute Trimming Residuals dengan α antara 5%-25%.

Untuk dapat membandingkan dengan keadaan yang sebenarnya, dibuat pendugaan terhadap data asal yang belum mengalami gangguan, berupa pencilan. Dari pendugaan OLS terhadap data asal diperoleh persamaan:

$$y=-0.0878+0.809x$$

dengan ragam sebesar 0.0756 dan R^2=89.5%. Persamaan yang diperoleh dari data asal ini yang akan dijadikan pembanding terhadap hasil duga dua metoda robust untuk data yang mengalami pencilan.

Jika data tanpa pencilan ini dicari parameter pendugaanya dengan metoda Rupert-Carroll (RC) dan Absolute Trimming Residuals (ATR) maka persamaan yang terbaik diperoleh dengan melakukan trimming sebesar α=25% untuk RC dan α=2.5% untuk ATR. Persamaan yang diperoleh sebagai berikut:

$$RC, \alpha=25\% : y=-0.0850+0.814x, \quad s^2=0.02883$$

$$ATR, \alpha=2.5\% : y=-0.108+0.809x, \quad s^2=0.061009$$

Dari hasil kedua metoda ini terlihat bahwa metoda ATR hasilnya lebih memuaskan dari pada RC, sebab $\hat{b}$ yang diperoleh sama dengan $\hat{b}$ hasil OLS, bahkan nilai ragamnya lebih kecil dan koefisien korelasinya dapat menjelaskan hubungan x dan y lebih baik dari pada hasil OLS. Kejadian ini menunjukkan bahwa penduga hasil ATR robust, sedangkan untuk metoda RC hasil yang diperoleh cukup baik, sebab penyimpangannya hanya sebesar 1.73% dari penduga OLS dan 1.75% dari nilai b yang sebenarnya (b=0.8). Namun jika diadakan pembandingan lebih lanjut, maka ada kecenderungan untuk memilih hasil ATR lebih besar dari pada metoda RC, sebab data bukan data yang terbuang (*wasted data*) yang disisihkan lebih kecil dari pada metoda RC, yang berakibat masih banyak informasi yang terkandung dalam persamaan hasil ATR.

Keadaan yang disebutkan di atas merupakan keadaan tanpa pencilan. Untuk data yang memiliki pencilan, keadaan data dibagi-bagi ke dalam kelompok :

1. Data yang memiliki pencilan di daerah bawah.
2. Data yang memiliki pencilan di daerah tengah.
3. Data yang memiliki pencilan di daerah atas.
4. Data yang memiliki pencilan di daerah bawah-tengah.
5. Data yang memiliki pencilan di daerah bawah-atas.
6. Data yang memiliki pencilan di daerah tengah-atas.
7. Data yang memiliki pencilan di daerah bawah-tengah-atas.

dimana data yang mengalami pencilan dapat berupa pencilan atas (nilai y ditambah +1.5) atau pencilan bawah (nilai y ditambah -1.5). Data daerah bawah yang terpilih sebagai pencilan adalah data nomor 27, 30 dan 35, data daerah tengah yang terpilih sebagai pencilan adalah data nomor 1 dan 26, sedangkan data daerah atas yang terpilih sebagai data pencilan adalah data nomor 2 ,24 dan 31. Pemberian nilai konstanta (+1.5) atau (-1.5) tidak berdasar pada suatu kriteria tertentu, pemberian tersebut hanya ditujukan untuk membuat nilai y dari suatu data tertentu berada di luar pola data yang ada.

Dengan adanya pencilan semacam ini, akan terlihat pada Gambar 1a-1n yang akan disajikan berikut ini, bahwa persamaan yang dicari dengan OLS akan menyimpang dari keadaan tanpa pencilan. Hal ini membuktikan bahwa OLS adalah metoda yang sangat sensitif terhadap hadirnya pencilan-pencilan.

Persamaan-persamaan regresi yang dihasilkan OLS dalam keadaan data berpencilan dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Penduga OLS untuk data pencilan pada berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}$	$\hat{b}$	s^2	Besar bias $\hat{b}$
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	0.0325	0.648	0.2163	(-)19.90%
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.2080	0.971	0.2121	(+)20.02%
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	-0.0125	0.803	0.1693	(-) 0.74%
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.1630	0.815	0.2068	(+) 0.74%
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0544	0.893	0.2543	(+)10.38%
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1210	0.725	0.2352	(-)10.38%
g.	Kombinasi a & d	-0.0428	0.654	0.3671	(-)19.16%
h.	Kombinasi a & f	-0.0010	0.564	0.3581	(-)30.28%
i.	Kombinasi d & f	-0.1970	0.731	0.3616	(-) 9.64%
j.	Kombinasi a,d & f	-0.0760	0.570	0.5040	(-)29.54%
k.	Kombinasi b & c	-0.1330	0.965	0.3254	(+)19.28%
l.	Kombinasi b & e	-0.1750	1.050	0.3728	(+)29.79%
m.	Kombinasi c & e	0.0209	0.887	0.3430	(+) 9.64%
n.	Kombinasi b,c & e	-0.0990	1.050	0.4812	(+)29.79%

Dari Tabel 1 terlihat, bahwa nilai $\hat{b}$ akan bergerak naik maupun turun, yang berarti nilai duga b mengalami bias atas maupun bias bawah, seperti misalnya untuk daerah kombinasi a, d dan f, penduga b mengalami pembiasan ke bawah sebesar 29,54%.

Pembiasan yang besar umumnya terjadi di daerah ujung-ujung dari pola data yang berpencilan dan besar nilai biasnya antara 20%-30%, sedangkan bias untuk pencilan yang timbul di daerah tengah kurang dari 1%. Kecilnya nilai bias di daerah tengah ini disebabkan oleh karena pencilan yang hadir di daerah tengah tidak memiliki kemampuan yang besar untuk dapat menggeser besarnya koefisien b, karena pencilan ini hadir di daerah yang merupakan tempat berkumpulnya data. Sebagai akibatnya, nilai koefisien b hanya bergeser kecil sekali. Hal yang sebaliknya akan terjadi jika pencilan-pencilan tersebut hadir di ujung-ujung kumpulan data. Pada keadaan ini akan terjadi kemungkinan pergeseran nilai koefisien b yang cukup besar, karena pencilan-pencilan yang hadir di wilayah ini akan menarik garis yang akan dibentuk ke arah pencilan tersebut. Hal ini dapat terjadi karena pada penggunaan OLS, faktor pengurang yang dipergunakan untuk mencari jumlah kuadrat terkecil adalah "nilai rataan" yang bersifat sensitif terhadap hadirnya nilai data pencilan.

Untuk mengatasi keadaan pencilan tersebut digunakan dua metoda robust yaitu Rupert-Carroll (RC) dan Absolute Trimming Residuals (ATR), guna mencari penduga dari data yang mengalami pencilan. Hasil penduga parameter yang dianggap baik (karena nilai biasnya kecil) dan diperoleh melalui metoda RC dan ATR dapat dilihat pada Tabel 2 dan Tabel 3 berikut ini, sedangkan untuk hasil penggunaan metoda RC dan ATR untuk α yang tidak tercantum dalam tabel 2 dan Tabel 3 dapat dilihat pada Tabel 2, 3, 4, 5 dan 6 pada lembar lampiran.

Tabel 2. Penduga parameter melalui metoda Rupert-Carroll pada α tertentu (hasil terbaik) pada berbagai daerah

No	Keterangan	α	$\hat{a}$	$\hat{b}$	s^2	Besar bias $\hat{b}$
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	25%	-0.0562	0.782	0.0352	(+)3.34%
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	15%	-0.1300	0.829	0.0605	(+)2.47%
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	25%	0.0577	0.822	0.0324	(+)1.61%
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	10%	-0.1150	0.803	0.0590	(-)0.74%
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	10%	-0.0874	0.811	0.0701	(+)0.25%
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	20%	-0.1250	0.778	0.0392	(-)3.83%
g.	Kombinasi a & d	15%	-0.0648	0.798	0.0754	(-)1.36%
h.	Kombinasi a & f	20%	-0.0799	0.730	0.0752	(-)9.77%
i.	Kombinasi d & f	20%	-0.1550	0.748	0.0527	(-)7.54%
j.	Kombinasi a,d & f	20%	-0.0980	0.766	0.0832	(-)5.32%
k.	Kombinasi b & c	15%	-0.1040	0.806	0.0650	(-)0.37%
l.	Kombinasi b & e	25%	-0.1320	0.828	0.0517	(+)2.35%
m.	Kombinasi c & e	20%	-0.0460	0.843	0.0622	(+)4.20%
n.	Kombinasi b, c & e	25%	-0.1070	0.802	0.0567	(-)0.87%

Pada Tabel 2 terlihat bahwa bias yang dihasilkan dari metoda RC tidak sebesar bias pada penduga OLS dan besar nilainya antara 0.25%-10%. Nilai duga b untuk data pencilan di daerah tengah (+1.5) yang terbaik diperoleh dari data yang mengalami trimming simetrik dengan α=25%. Bias yang terjadi pada penduga ini hanya sebesar 1.61%, tetapi hasil ini kurang baik jika dibandingkan dengan hasil

Tabel 3. Penduga parameter untuk metoda ATR untuk α tertentu (hasil terbaik) pada berbagai wilayah

No.	Keterangan	α	$\hat{a}$	$\hat{b}$	s^2	Besar bias $\hat{b}$
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	10.0%	-0.1100	0.806	0.0620	(-)0.37%
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	10.0%	-0.1100	0.806	0.0620	(-)0.37%
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	7.5%	-0.1020	0.809	0.0637	0.00%
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	7.5%	-0.1020	0.809	0.0637	0.00%
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	10.0%	-0.0874	0.811	0.0701	(+)0.25%
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	20.0%	-0.1250	0.778	0.0392	(-)3.83%
g.	Kombinasi a & d	15.0%	-0.1040	0.806	0.0650	(-)0.37%
h.	Kombinasi a & f	15.0%	-0.1040	0.766	0.0790	(-)5.32%
i.	Kombiansi d & f	12.5%	-0.1000	0.779	0.0807	(-)3.71%
j.	Kombinasi a, d & f	20.0%	-0.0980	0.766	0.0832	(-)5.32%
k.	Kombinasi b & c	15.0%	-0.1040	0.806	0.0650	(-)0.37%
l.	Kombinasi b & e	17.5%	-0.0886	0.803	0.0721	(-)0.74%
m.	Kombinasi c & e	17.5%	-0.1040	0.808	0.0561	(-)0.12%
n.	Kombinasi b,c & e	22.5%	-0.0810	0.804	0.0758	(-)0.62%

($\hat{b}$=0.803), walaupun dalam hal ketelitian penduga RC α=25% lebih baik, jika dibandingkan dengan hasil OLS, karena nilai ragam dari metoda RC < nilai ragam metoda OLS. Sedangkan bila perbandingan dilakukan terhadap nilai duga b dari metoda ATR, akan diperoleh hasil bahwa penduga ATR lebih baik daripada hasil duga RC dalam hal ketakbiasan, sebab dalam hal ketelitian penduga hasil metoda RC lebih teliti dari pada penduga hasil ATR. Hasil duga b ATR yang baik ini diperoleh dengan melakukan trimming pada α=7.5% dan bila hasil ini dibandingkan terhadap penduga OLS akan terlihat bahwa penduga ATR lebih baik dalam hal ketakbiasan maupun ketelitian.

Untuk data berpencilan di daerah tengah (-1.5), hasil metoda RC terbaik diperoleh pada α=10%, sebab bias yang dihasilkan kecil sekali, yaitu 0.74% (<1%) dan hasil penduganya bila dibandingkan dengan penduga ATR pada daerah yang sama akan terlihat bahwa penduga metoda ATR lebih baik daripada penduga RC dalam hal ketakbiasan, sebab dalam hal ketelitian ternyata ragam metoda ATR lebih besar dari pada ragam yang dihasilkan, jika metoda RC yang digunakan. Jika perbandingan dilakukan terhadap penduga OLS, tampak bahwa hasil dugaan metoda RC dan ATR lebih baik dalam hal ketakbiasan dan ketelitian. Ketelitian yang dihasilkan oleh metoda OLS lebih kecil 3-6 kali daripada ketelitian yang dihasilkan oleh RC dan ATR.

Untuk daerah bawah yang berpencilan (baik +1.5 atau -1.5) hasil duga b yang baik diperoleh melalui metoda ATR dengan α=10%. Dengan menggunakan metoda ini, bias yang terjadi hanya 0.37%, sedangkan jika digunakan metoda RC maka penduga yang baik diperoleh pada penyisihan data dengan α=25% untuk data berpencilan (+1.5) dan α=15% untuk data berpencilan (-1.5), karena besar bias yang diberikan adalah yang terkecil dari α lain yang dicobakan (3.34% dan 2.47%). Bila dalam keadaan kondisi data semacam ini, OLS tetap dipaksa untuk digunakan maka untuk data berpencilan (+1.5) akan mengalami bias sebesar 19.90% dan untuk data berpencilan (-1.5) bias yang terjadi sebesar 20.02% dengan ketelitian yang amat kurang jika dibandingkan dengan dua metoda robust yang relatif sama dalam hal ketelitiannya.

Pada daerah atas yang berpencilan (+1.5), penggunaan metoda ATR dan RC sama baiknya sebab memberikan hasil penduga yang sama dengan bias sebesar 0.25% (<1%) dengan nilai ketelitian yang tinggi dan α yang digunakan adalah 10%. Jika data berpencilan (-1.5) yang digunakan pada daerah atas, maka penduga ATR dengan α=22.5% lebih baik hasil dugaannya dari pada metoda RC dengan α=20%, karena nilai bias dari penduga ATR lebih kecil dari RC dengan nilai ketelitian sama. Apabila kedua metoda tersebut dibandingkan dengan OLS, akan terlihat bahwa penduga hasil OLS lebih buruk dari pada kedua penduga dari dua metoda yang disebutkan di atas, sebab nilai bias yang terjadi pada metoda OLS sebesar 10.38%, yang berarti besarnya 5 sampai 41 kali bias metoda ATR dan 3 sampai 41 kali bias metoda RC.

Untuk daerah kombinasi yang berpencilan dimana daerah tengah termasuk sebagai salah satu komponen daerah kombinasi berpencilan baik berpencilan (+1.5) maupun (-1.5), hasil penduga b yang baik diperoleh dari metoda ATR sebab nilai-nilai bias pada metoda ini lebih kecil dibandingkan dengan nilai bias penduga dari metoda RC. Hal ini dapat terjadi sebab penyisihan (trimming) yang dilakukan pada metoda ATR lebih efektif sifatnya, yaitu melakukan penyisihan terhadap data yang nilai absolut sisaannya terbesar, bukan dengan menyisihkan sisaan terkecil dan sisaan terbesar, seperti yang dilakukan dalam metoda RC. Cara penyisihan yang dilakukan oleh metoda RC ini lebih banyak memberi kemungkinan hilangnya data yang penting, sehingga berakibat nilai duga metoda RC umumnya memiliki nilai bias lebih besar dari nilai duga ATR, walaupun dalam hal ketelitiannya metoda RC dapat dikatakan relatif lebih unggul, sebab pada umumnya nilai ragam hasil metoda ini lebih kecil dari metoda ATR. Jika OLS digunakan dalam situasi data semacam ini, maka penduga yang dihasilkan adalah penduga yang berbias dengan besar nilai biasnya sekitar 9%-30% dan ketelitian yang diberikan kurang.

Untuk daerah kombinasi berpencilan, dimana daerah bawah muncul sebagai salah satu komponen daerah berpencilan (+1.5 atau -1.5), metoda ATR memberikan nilai pendugaan lebih baik dibandingkan dengan nilai duga RC, karena bias pada ATR yang terjadi antara 0.3%-6%, sedangkan bias RC yang terjadi antara 0.8%-10%. Hasil yang sama juga akan diberikan, jika daerah atas berpencilan muncul sebagai salah satu komponen kombinasi daerah berpencilan (+1.5 atau -1.5) , hanya bedanya bias ATR yang diberikan memiliki selang 0.1%-6%, sedangkan bias RC-nya tetap. Jika hasil kedua metoda ini dibandingkan dengan OLS, maka hasil OLS dapat dinilai terburuk, sebab nilai biasnya sangat besar yaitu antara 9%-30%. Dengan nilai bias sebesar 9%-30% sangat sulit bagi seseorang untuk memilih penduga tersebut sebagai penduga yang terpilih untuk digunakan, sebab penduga tidak dapat mendekati keadaan yang sebenarnya. Semua yang dibahas di atas dapat dilihat pada Tabel 1,2 dan 3. Dari tabel-tabel tersebut akan terlihat bahwa koefisien korelasi metoda RC dan ATR besar, sehingga kedua metoda ini diperkirakan dapat memberikan penafsiran yang baik mengenai hubungan antara x dan y, yang dalam hal ini diinterpretasikan sebagai data jumlah komoditi dan harga barang. Selain itu dapat dilihat pula, bahwa nilai α yang digunakan pada metoda ATR umumnya lebih kecil dari metoda RC dimana dengan α yang lebih kecil dari metoda RC, semua data yang merupakan pencilan mengalami penyisihan . Hal ini membuktikan bahwa trimming asimetrik lebih efisien dari pada trimming simetrik, sedangkan penggunaan α yang kecil tetapi dapat menghasilkan penduga yang mendekati keadaan sebenarnya memberi pengertian bahwa data yang dibuang bukanlah data terbuang begitu saja, sebab dengan terbuangnya data tersebut ternyata penduga yang dihasilkan masih dapat menerangkan keadaan yang sebenarnya. Data yang tersisihkan tersebut ada kemungkinan merupakan penyimpangan dari suatu kebiasaan yang memerlukan pengkajian dari peneliti dalam bidangnya untuk dipakai menjelaskan keadaan munculnya data tersebut dari suatu penelitian.

Untuk memberikan gambaran yang lebih baik, selain dengan melihat Tabel 1,2 dan 3 dapat juga dilihat visualisasinya melalui Gambar 1a-1g dan 2a-2n yang menceritakan keadaan Tabel 1,2 dan 3. Dari gambar inipun terlihat bahwa metoda ATR memiliki kelebihan dari pada metoda RC, terlebih lagi bila dibandingkan dengan metoda OLS. ATR dapat dikatakan sebagai metoda yang paling robust (dalam kasus data penelitian ini) jika dibandingkan dengan metoda RC, karena ternyata ATR robust dalam keadaan data berpencilan maupun tidak berpencilan.

Semua yang dikemukakan di atas, yaitu pemilihan metoda terbaik untuk α tertentu dilakukan dengan berdasar pada besarnya nilai bias yang diberikan dan ketelitiannya, sedangkan guna melihat berapa besar bias penduga ATR dan RC (terbaik) terhadap penduga yang sebenarnya secara visual (penduga hasil OLS dari data tanpa pencilan) dapat dilihat pada Gambar 2a-2n.

Selain nilai duga b, nilai duga a diperoleh juga dari tiga metoda yang digunakan. Besar nilai duga a dapat dilihat pada Tabel 1,2 dan 3. Nilai asal dari intersep ini adalah nol, tetapi dari setiap metoda selalu dihasilkan nilai duga a yang tidak sama dengan nol. Hal ini dapat terjadi sebab $\sum\epsilon_i$ (i=1,2,...,n) untuk masing-masing metoda mendekati nol. Dengan keadaan $\sum\epsilon_i$ mendekati nol berarti memungkinkan munculnya intersep, seperti yang dikemukakan oleh Weisberg (1980) yaitu: Model yang tidak memiliki intersep pada umumnya jumlah sisaannya tidak sama dengan nol. Walaupun nilai intersep yang dihasilkan dari penelitian ini dengan ketiga metoda ada, tidak berarti persamaan regresi yang diduga tidak tepat mengingat bahwa pada umumnya nilai yang timbul sangat kecil yang dapat dianggap sama dengan nol.

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Dengan menggunakan data penelitian seperti dalam tulisan ini, diketahui bahwa metoda yang dapat dianggap baik adalah metoda ***Absolute Trimming Residuals***. Alasan yang mendasarinya antara lain sebagai berikut:

1. Dalam keadaan normal (tanpa pencilan), metoda ini bersifat robust, sebab nilai duga b yang diberikan sama dengan metoda OLS bahkan dengan ketelitian yang lebih tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa metoda ATR hanya kehilangan sedikit efisiensinya dalam keadaan data yang normal (tanpa pencilan).
2. Dalam keadaan data berpencilan, metoda ini juga bersifat robust , sebab b duga yang diberikan pada umumnya memiliki nilai mendekati nilai OLS dengan besar nilai biasnya antara 0.00%-5.32%. Hasil duga semacam ini memberi kemungkinan besar dapat menerangkan keadaan data mendekati kondisi yang sebenarnya dengan α yang dipergunakan 7.5%-22.5%.

Ketakbiasan untuk metoda RC kurang, jika dibandingkan dengan metoda ATR, tetapi bila dilihat dari ketelitiannya RC umumnya lebih teliti daripada ATR. Hal ini dapat terjadi, karena pada metoda RC penyisihan dilakukan pada α yang cukup besar, sehingga data yang tertinggal umumnya berada dalam jarak yang berdekatan dengan rata-rata, sehingga ragam yang dihasilkan kecil dan berakibat ketelitian yang dihasilkan lebih tinggi.

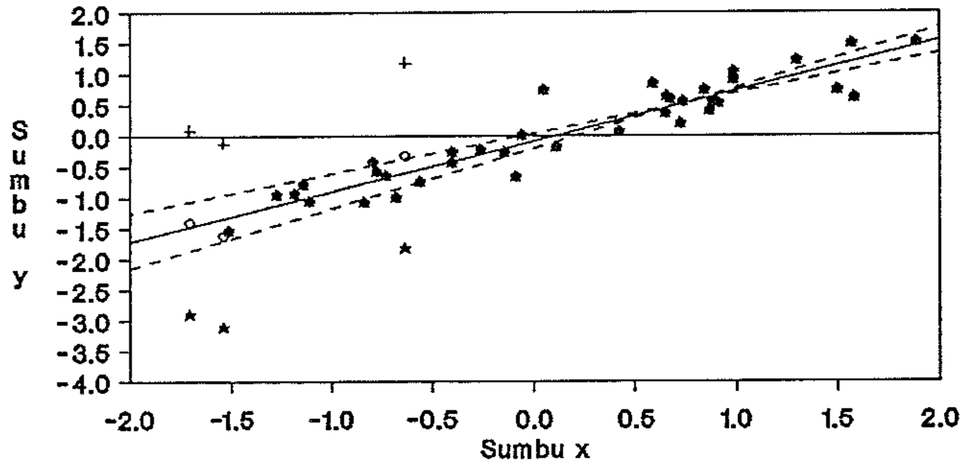
Secara umum ATR lebih baik dalam keadaan apapun, sebab nilai biasnya yang merupakan ukuran utama bernilai kecil dan ketelitian yang diberikan cukup tinggi, walaupun nilai ketelitiannya tidak setinggi ketelitian RC, tetapi tetap dianggap tinggi sebab ragamnya hanya berkisar 0.00392-0.00832.

B. Saran

Seperti telah dikemukakan dalam bab pendahuluan, ganguan data dapat berupa hadirnya pencilan dan tidak dipenuhinya syarat sebaran. Penelitian yang diajukan dalam tulisan ini antara lain penelitian terhadap data yang memiliki pencilan karena mengingat metoda yang dipakai lebih sesuai untuk kondisi data semacam ini.

Disarankan untuk mengadakan penelitian terhadap data yang mengalami gangguan sebaran dengan menggunakan metoda yang sama dengan penelitian ini, guna mengetahui perbedaan dengan data yang berpencilan atau dapat juga dengan menggunakan metoda robust lainnya.

Regresi Data Normal dan Data Pencilan Kiri dengan Menggunakan OLS

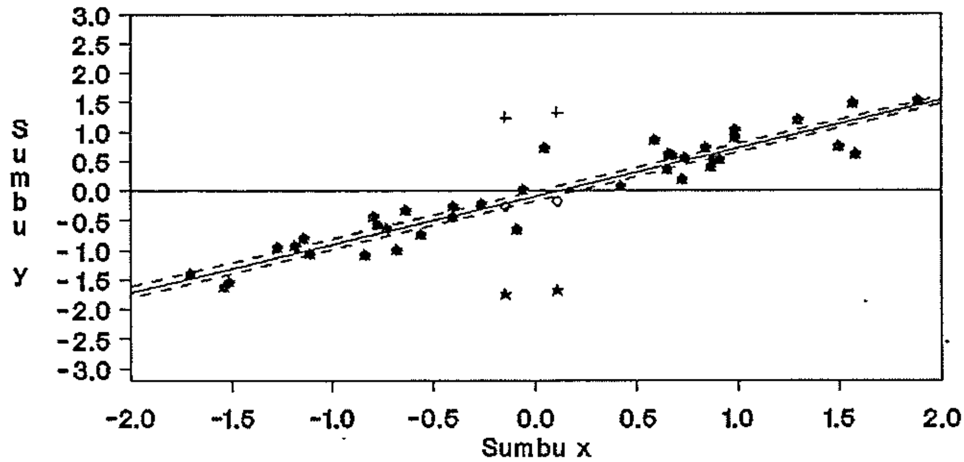


Gambar 1a

Normal OLS1 OLS2

Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5

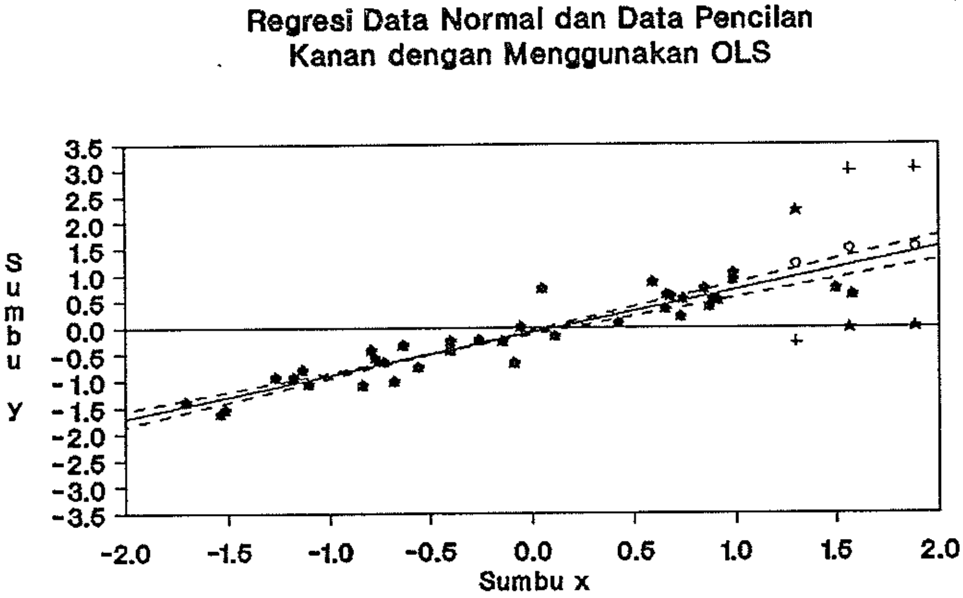
Regresi Data Normal dan Data Pencilan Tengah dengan Menggunakan OLS



Gambar 1b

Normal OLS1 OLS2

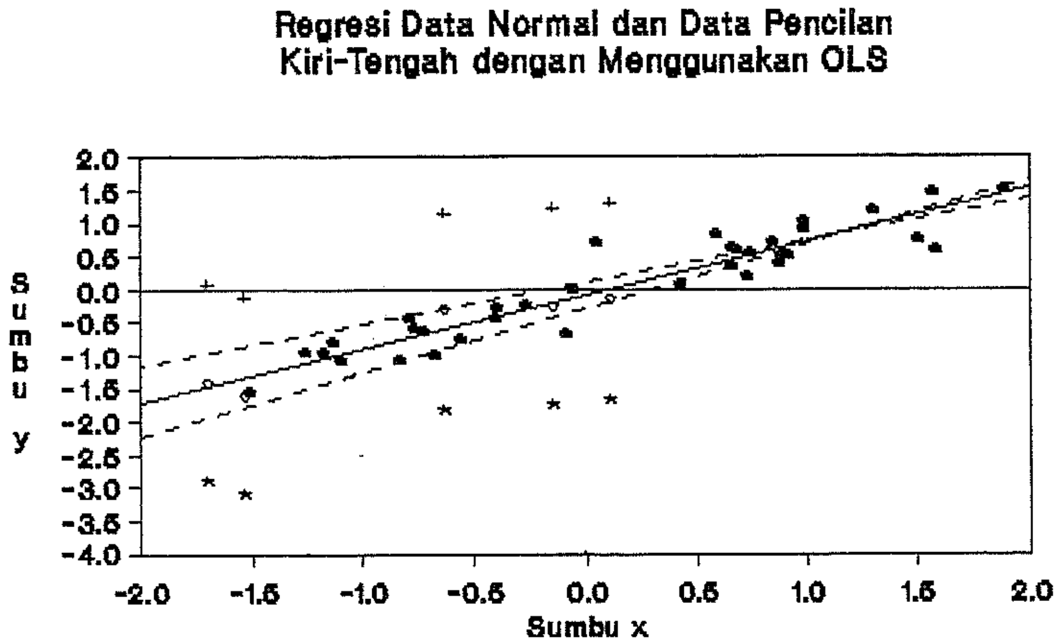
Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5



Gambar 1c

Normal OLS1 OLS2

Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5

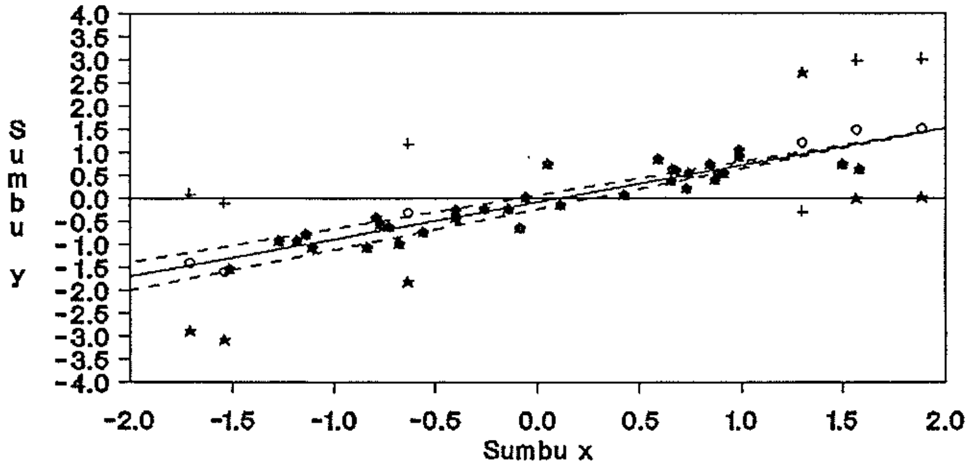


Gambar 1d

Normal OLS1 OLS2

Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5

Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri-Kanan dengan Menggunakan OLS

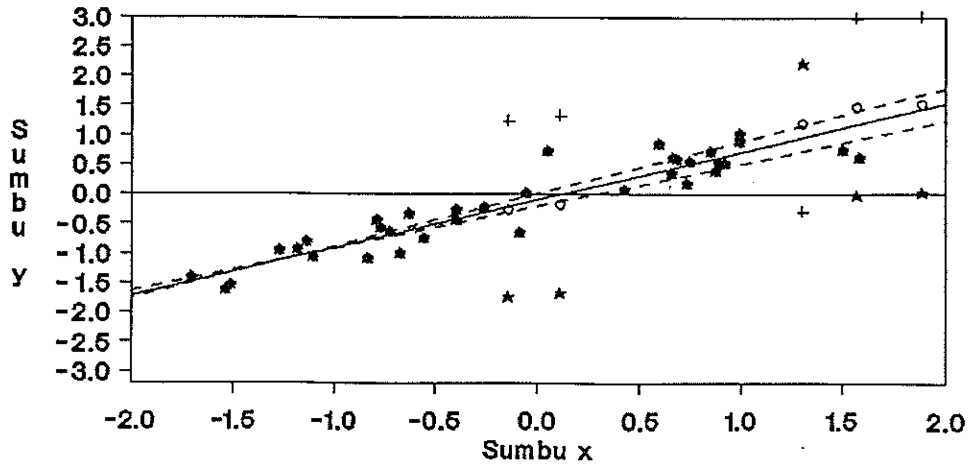


Gambar 1e

Normal — OLS1 — OLS2

Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5

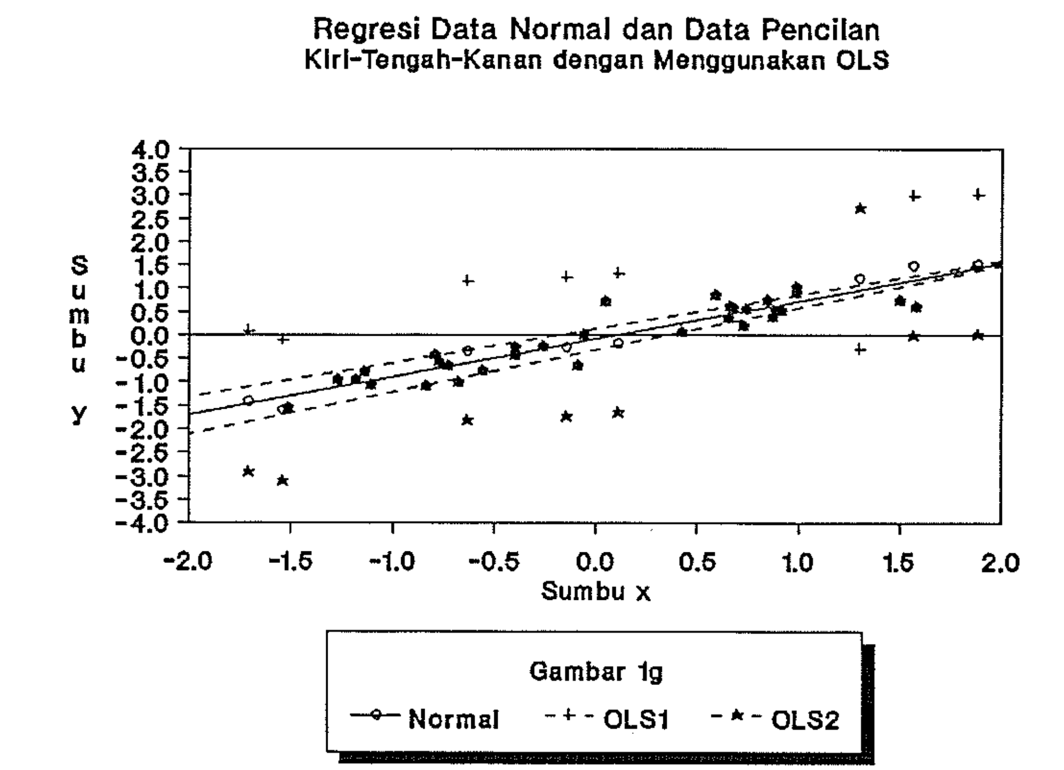
Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kanan-Tengah dengan Menggunakan OLS



Gambar 1f

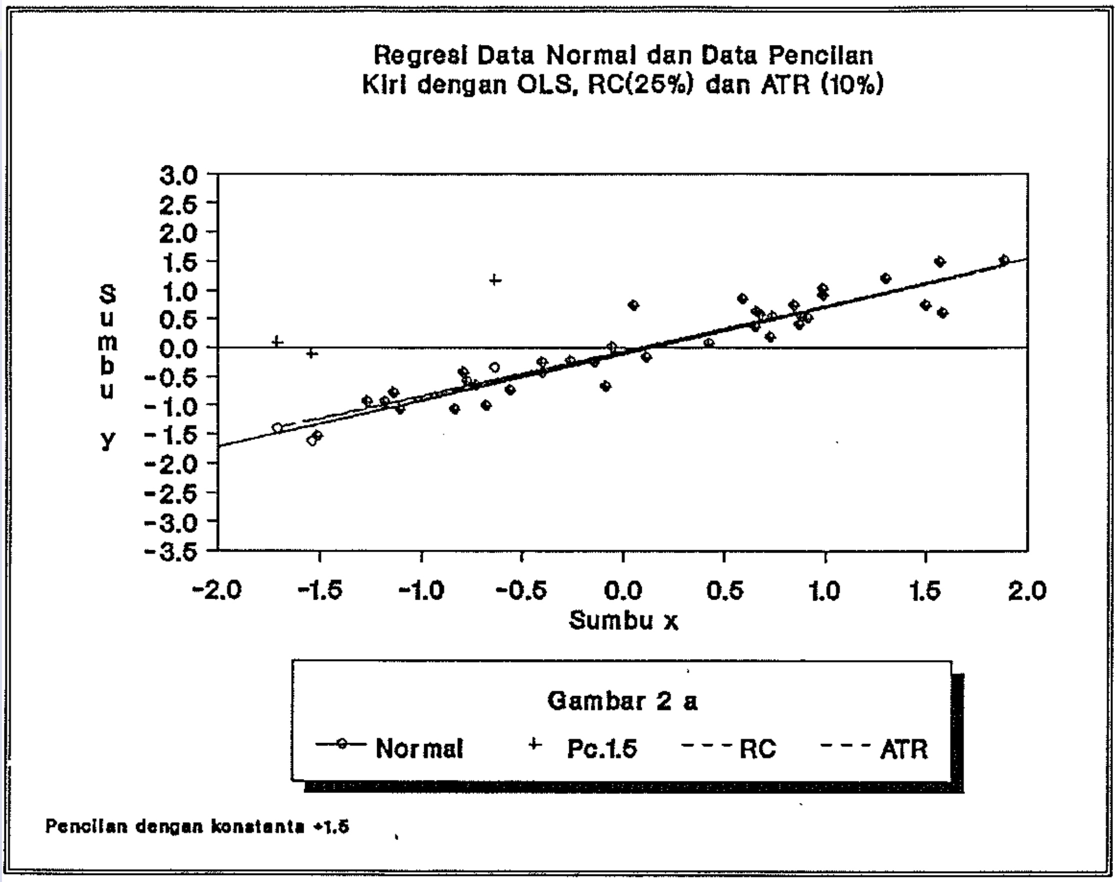
Normal — OLS1 — OLS2

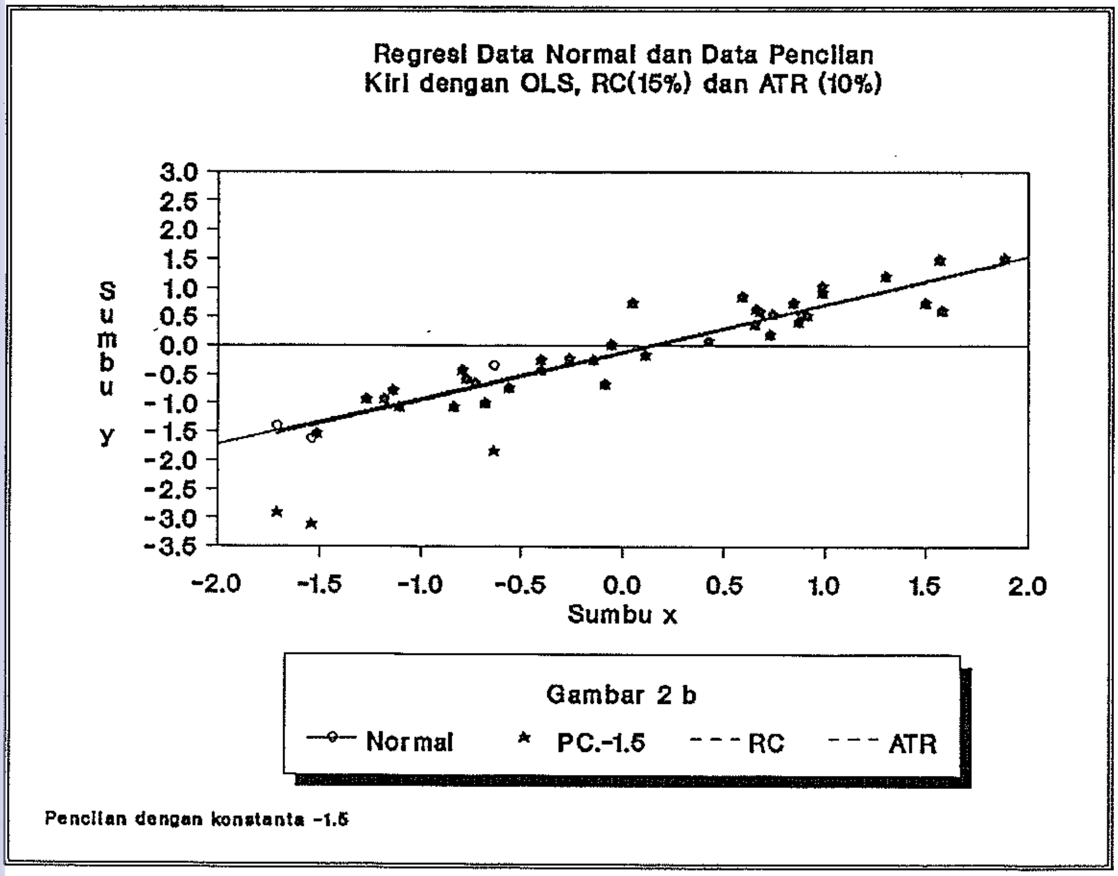
Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5

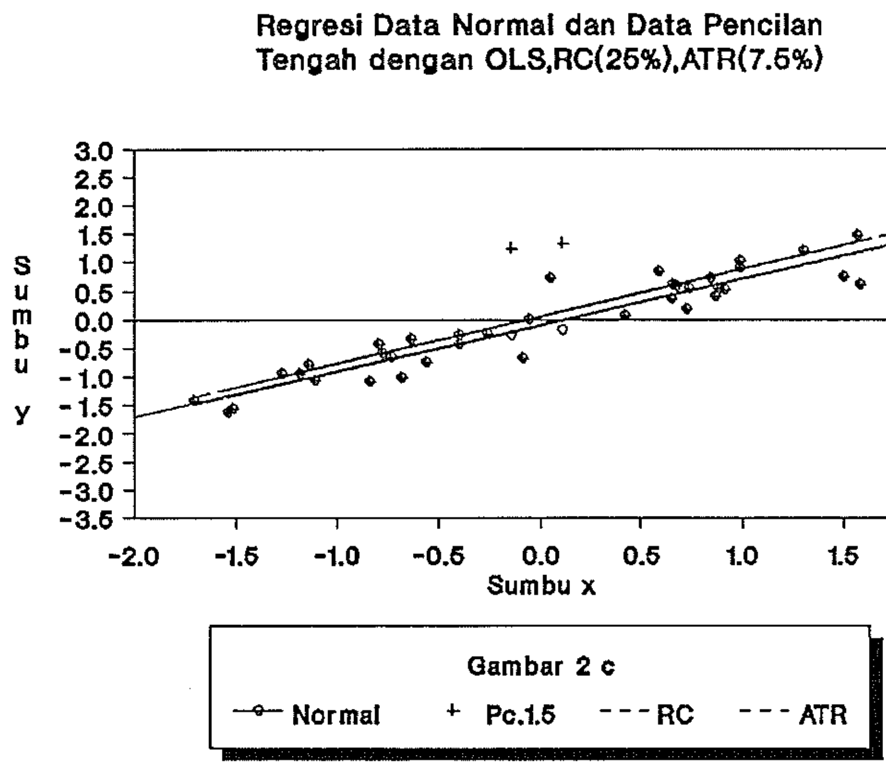


Gambar 1g

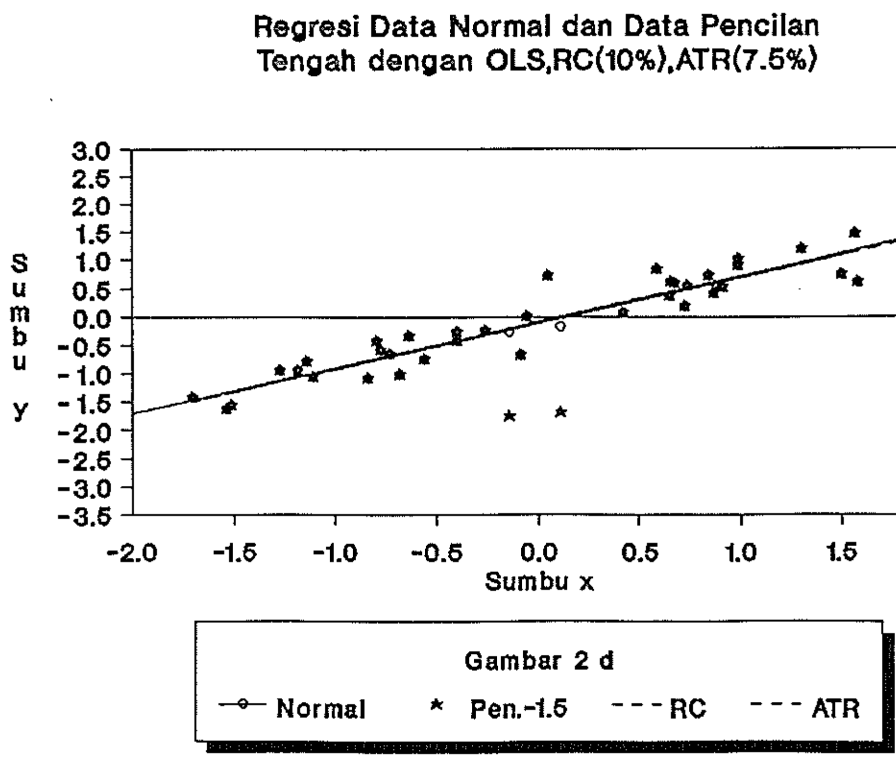
Pencilan dengan konstanta +1.5 atau -1.5


Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri dengan OLS, RC(25%) dan ATR (10%)
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
Sumbu y
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 a
Normal
Pc.1.5
RC
ATR
Pencilan dengan konstanta +1.5

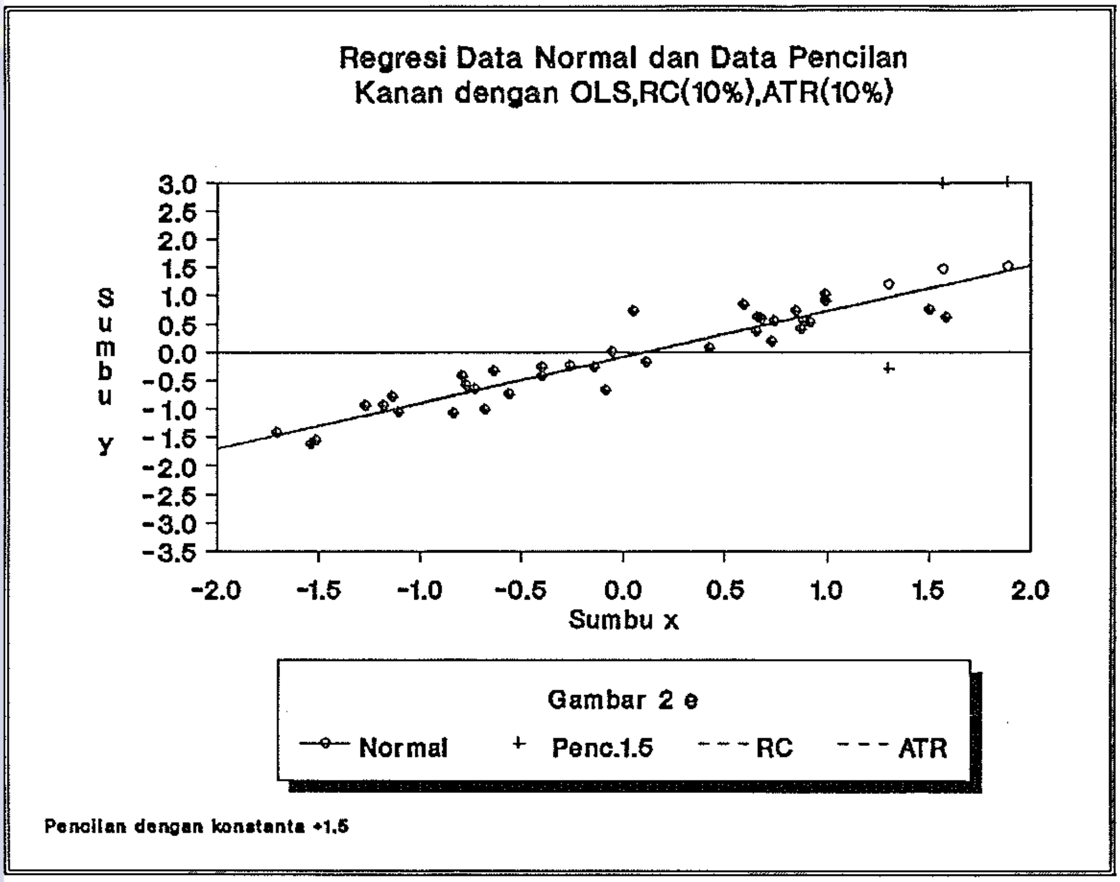

Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri dengan OLS, RC(15%) dan ATR (10%)
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
Sumbu y
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 b
Normal
PC.-1.5
RC
ATR
Pencilan dengan konstanta -1.5



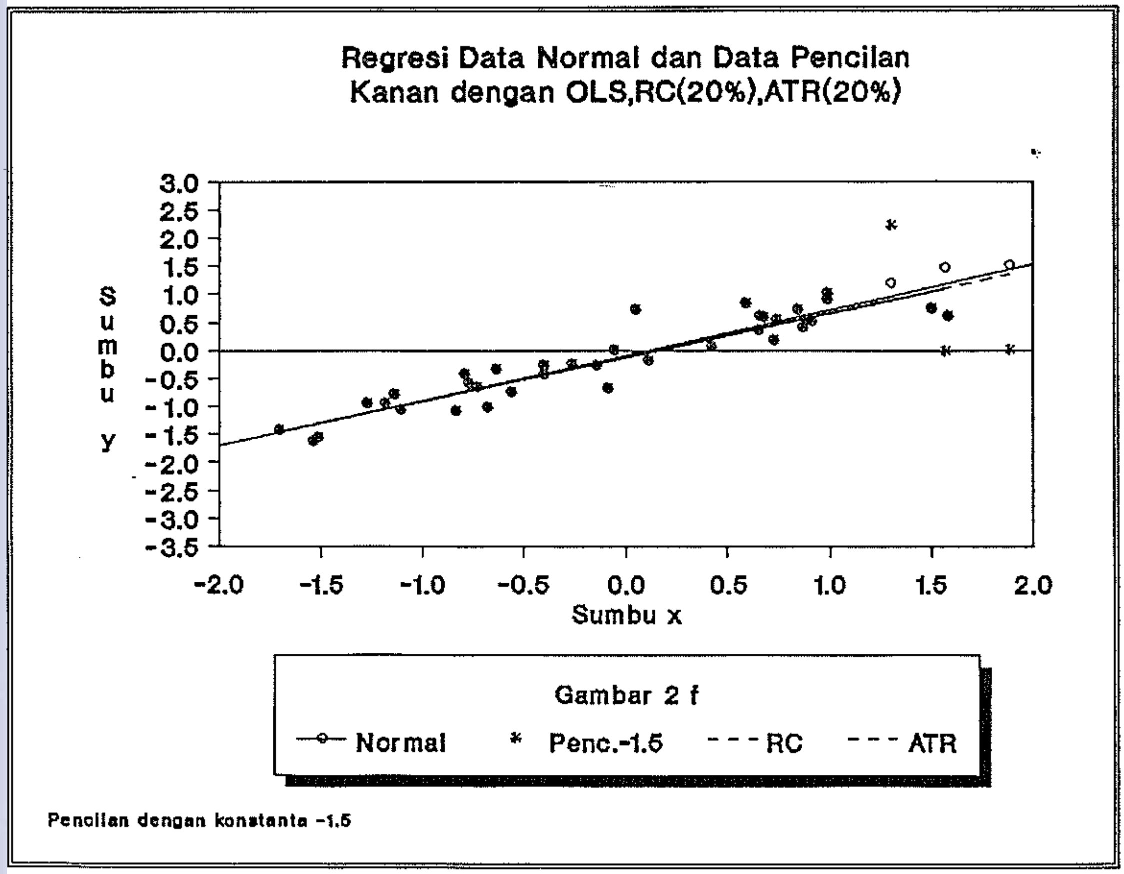
Pencilan dengan konstanta +1.5



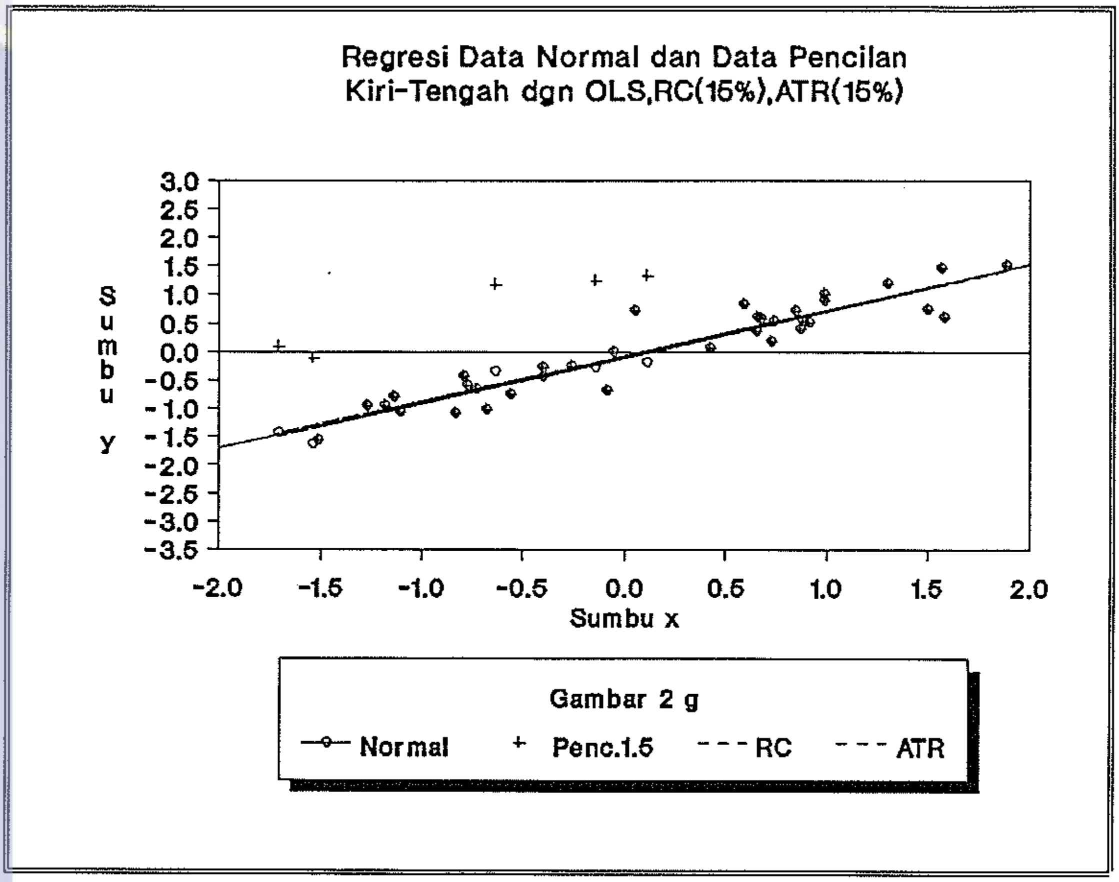
Pencilan dengan konstanta -1.5



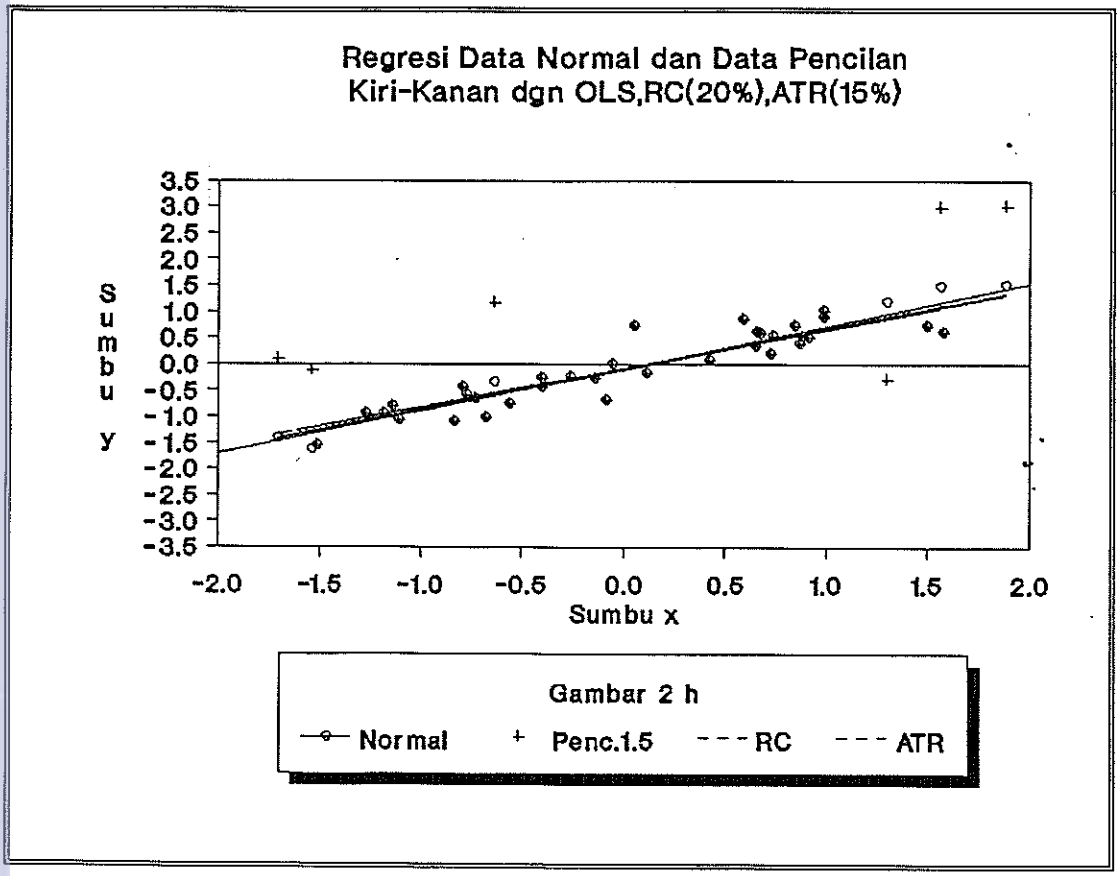
Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kanan dengan OLS,RC(10%),ATR(10%)
Sumbu y
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 e
Normal
Penc.1.5
RC
ATR
Pencilan dengan konstanta +1.5



Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kanan dengan OLS,RC(20%),ATR(20%)
Sumbu y
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 f
Normal
Penc.-1.5
RC
ATR
Pencilan dengan konstanta -1.5

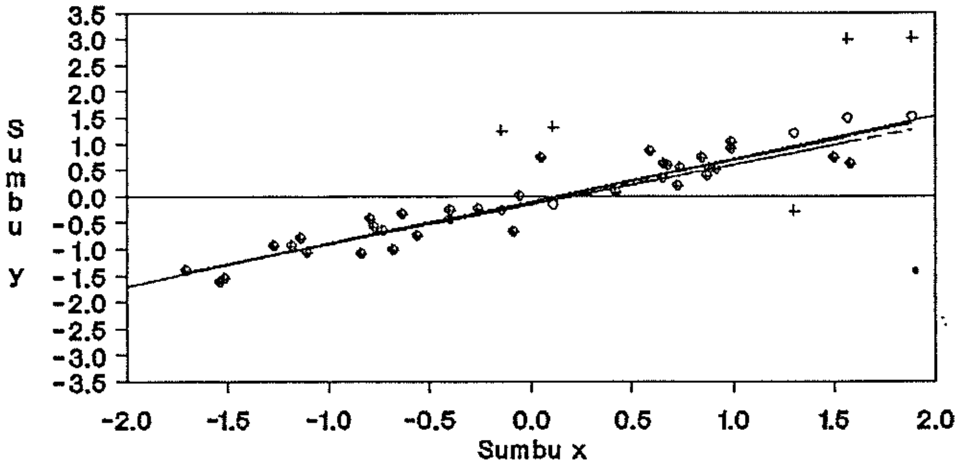


Gambar 2 g



Gambar 2 h

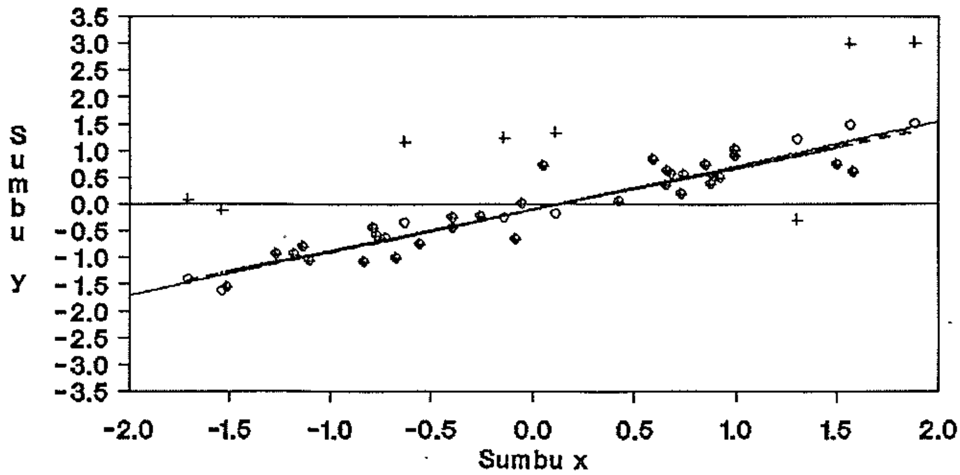
Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kanan-Tengah dgn OLS,RC(20%),ATR(12.5%)



Gambar 2 i

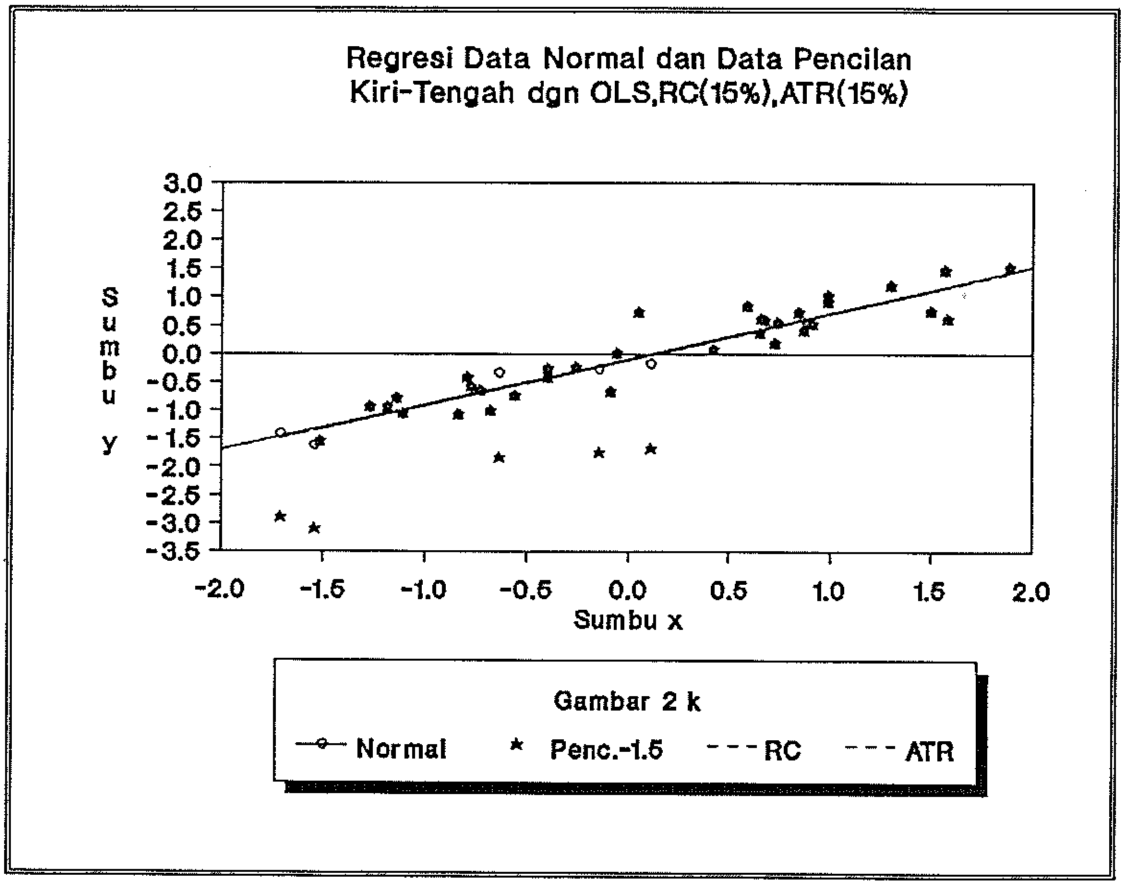
Normal + Penc.1.5 --- RC --- ATR

Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri-Tengah-Kanan dgn OLS,RC & ATR (20%)

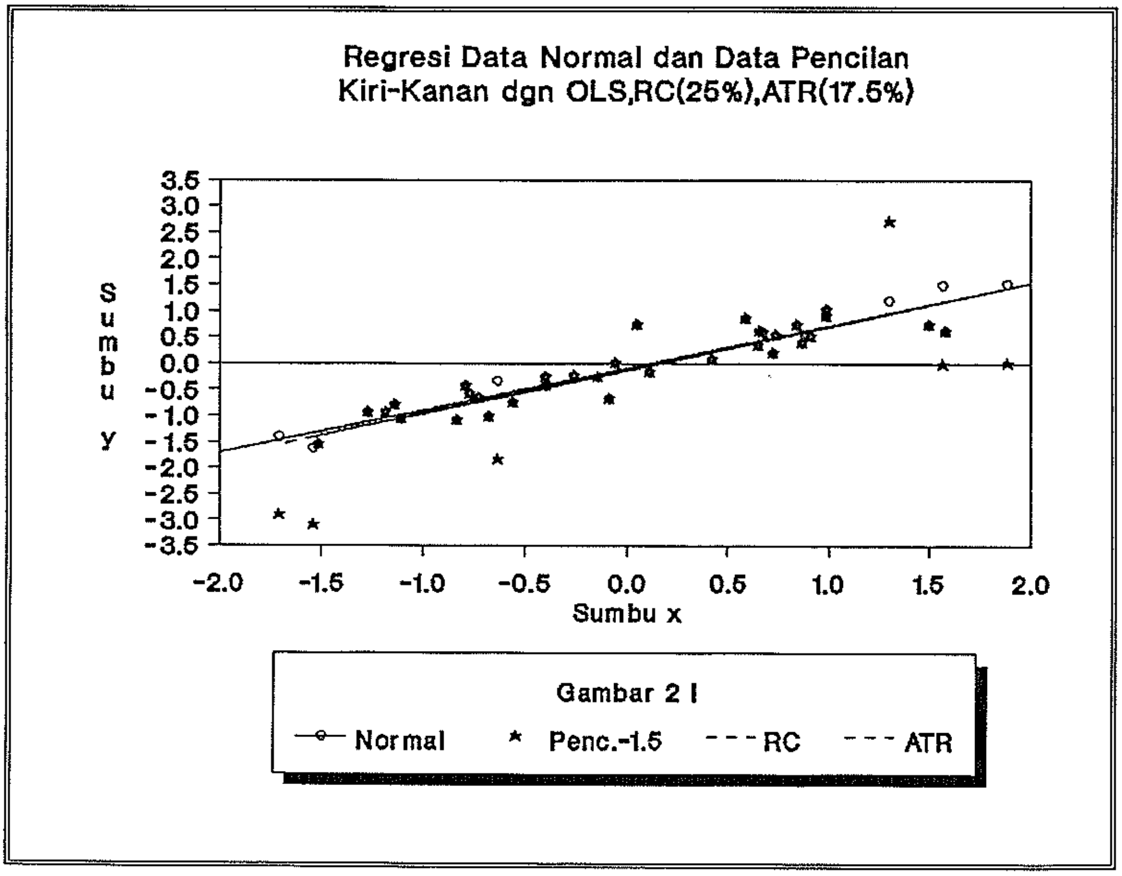


Gambar 2 j

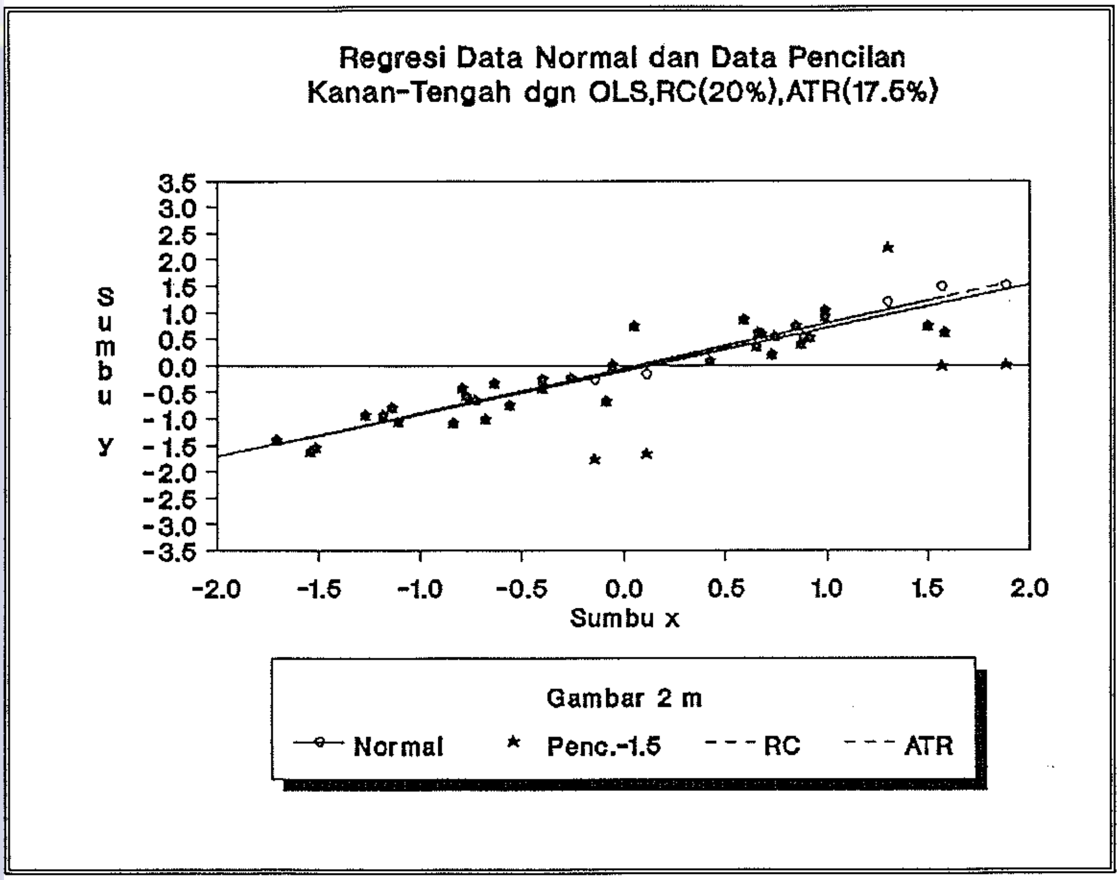
Normal + Penc.1.5 --- RC --- ATR



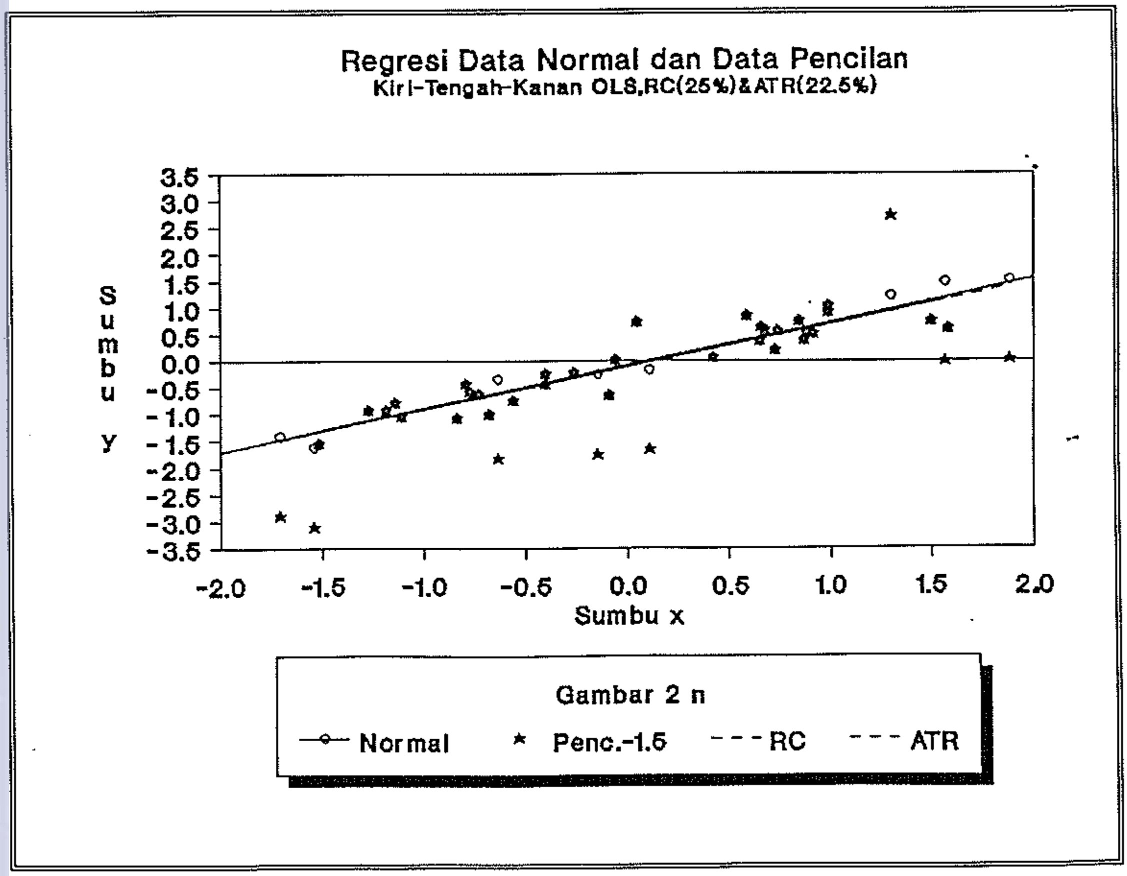
Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri-Tengah dgn OLS,RC(15%),ATR(15%)
Sumbu y
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 k
Normal
Penc.-1.5
RC
ATR



Regresi Data Normal dan Data Pencilan
Kiri-Kanan dgn OLS,RC(25%),ATR(17.5%)
Sumbu y
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-2.0
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
Sumbu x
Gambar 2 l
Normal
Penc.-1.5
RC
ATR



Gambar 2 m



Gambar 2 n

DAFTAR PUSTAKA

Efron , B. dan Diaconis, P. 1983. Computer Intensive Methods Statistics. Scientific American, 96-108.

Hoaglin, D.C. , Frederick M. dan John W. Tukey. 1983. Understanding Robust and Exploratory Data Analysis. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Kelly, P. J. 1988. A Comparison of Classical & Robust Methods of Parameter Estimation. University of Newcastle. England.

Nasution, A. H. dan Abdurrauf R. 1984. Teori Statistika. Bhratara Karya Aksara. Jakarta.

Weisberg, S. 1980. Applied Linear Regression. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Wetherill, G. B. 1986. Regression Analysis with Applications. Chapman and Hall. London.

L A M P I R A N

Tabel 1. Data bangkitan X, Y dan ∈

X	Y	∈
0.10533	-0.18485	-0.269115
1.56470	1.46763	0.215874
-1.27673	-0.95688	0.064501
-0.56419	-0.75908	-0.307728
0.98103	0.89078	0.105951
-0.06527	-0.00778	0.044429
-0.73126	-0.64986	-0.064844
-0.77557	-0.58642	0.034037
-0.40699	-0.43945	-0.113858
0.64997	0.34531	-0.174663
-1.11269	-1.07370	-0.183543
0.71997	0.18172	-0.394256
-0.83984	-1.08733	-0.415452
-1.52089	-1.55034	-0.333636
0.58199	0.83382	0.368233
0.65389	0.61146	0.088345
0.98309	1.01440	0.227930
0.04247	0.72065	0.686672
0.41388	0.05728	-0.273827
-1.14458	-0.80341	0.112256
0.83833	0.72283	0.052166
-0.09783	-0.67268	-0.594411
-0.68236	-1.01319	-0.467304
1.88155	1.49792	-0.007318
-0.79487	-0.44299	0.192902
-0.15420	-0.26776	-0.144405
-1.71090	-1.41912	-0.050401
1.49788	0.72784	-0.470462
0.86453	0.38762	-0.303999
-0.63506	-0.34536	0.162688
1.29812	1.19475	0.156257
0.73680	0.53384	-0.055595
-0.40492	-0.27134	0.052599
0.88077	0.52639	-0.178223
-1.54581	-1.62118	-0.384531
1.57932	0.60159	-0.661865
0.90848	0.50838	-0.218404
-1.18521	-0.94990	-0.001733
-0.27146	-0.24395	-0.026784
0.67006	0.57290	0.036854

Tabel 2. Penduga RC dan ATR pada α=5% untuk berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}_{rc}$	$\hat{a}_{atr}$	$\hat{b}_{rc}$	$\hat{b}_{atr}$	s^2_{rc}	s^2_{atr}
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	0.0072	-0.0492	0.648	0.674	0.1353	0.1118
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.1880	-0.1250	0.906	0.834	0.1422	0.1169
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	-0.0282	-0.0674	0.829	0.811	0.1230	0.1099
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.1430	-0.0816	0.818	0.809	0.1261	0.0787
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0605	-0.0605	0.872	0.872	0.1394	0.1394
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1380	-0.1380	0.722	0.722	0.1073	0.1073
g.	Kombinasi a & d	-0.0423	0.0453	0.686	0.647	0.2329	0.2247
h.	Kombinasi a & f	-0.0253	-0.0911	0.546	0.522	0.2386	0.1967
i.	Kombinasi d & f	-0.2060	-0.2060	0.665	0.665	0.2044	0.2044
j.	Kombinasi a,d & f	-0.0848	-0.0848	0.501	0.501	0.3351	0.3351
k.	Kombinasi b & c	-0.1280	-0.1280	0.905	0.905	0.2141	0.2141
l.	Kombinasi b & e	-0.1670	-0.1750	1.050	1.040	0.2917	0.2692
m.	Kombinasi c & e	0.0184	0.0184	0.872	0.872	0.2338	0.2338
n.	Kombinasi b,c & e	-0.0987	-0.0987	1.110	1.110	0.3738	0.3738

Tabel 3. Penduga RC dan ATR pada α=10% untuk berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}_{rc}$	$\hat{a}_{atr}$	$\hat{b}_{rc}$	$\hat{b}_{atr}$	s^2_{rc}	s^2_{atr}
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	-0.0190	-0.1100	0.729	0.806	0.1023	0.0620
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.1590	-0.1100	0.848	0.806	0.0100	0.0620
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	-0.0521	-0.0866	0.834	0.835	0.0636	0.0549
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.1150	-0.1150	0.803	0.803	0.0590	0.0590
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0874	-0.0874	0.811	0.811	0.0701	0.0701
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1280	-0.1280	0.775	0.775	0.0601	0.0601
g.	Kombinasi a & d	-0.0402	-0.0402	0.743	0.743	0.1166	0.1166
h.	Kombinasi a & f	-0.0391	-0.0995	0.623	0.643	0.1568	0.1388
i.	Kombinasi d & f	-0.1900	-0.1340	0.658	0.722	0.1297	0.1132
j.	Kombinasi a,d & f	-0.0843	-0.0843	0.522	0.522	0.2045	0.2045
k.	Kombinasi b & c	-0.1200	-0.1200	0.834	0.834	0.1231	0.1231
l.	Kombinasi b & e	-0.1770	-0.1770	0.885	0.885	0.1694	0.1694
m.	Kombinasi c & e	0.0060	-0.0625	0.918	0.787	0.1733	0.1291
n.	Kombinasi b,c & e	-0.0966	-0.0966	0.980	0.980	0.2782	0.2782

Tabel 4. Penduga RC dan ATR pada α=15% untuk berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}_{rc}$	$\hat{a}_{atr}$	$\hat{b}_{rc}$	$\hat{b}_{atr}$	s^2_{rc}	s^2_{atr}
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	-0.0463	-0.0821	0.769	0.791	0.0686	0.0537
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.1300	-0.1080	0.829	0.845	0.0605	0.0516
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	-0.0584	-0.0584	0.854	0.854	0.0432	0.0432
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.1080	-0.0846	0.819	0.826	0.0492	0.0444
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0948	-0.0948	0.832	0.832	0.0504	0.0504
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1310	-0.1310	0.763	0.763	0.0488	0.0488
g.	Kombinasi a & d	-0.0648	-0.1040	0.798	0.806	0.0754	0.0650
h.	Kombinasi a & f	-0.0589	-0.1040	0.672	0.766	0.1104	0.0790
i.	Kombinasi d & f	-0.1750	-0.1240	0.709	0.776	0.0877	0.0633
j.	Kombinasi a,d & f	-0.0930	-0.0930	0.643	0.643	0.1466	0.1466
k.	Kombinasi b & c	-0.1040	-0.1040	0.806	0.806	0.0650	0.0650
l.	Kombinasi b & e	-0.1700	-0.1040	0.858	0.766	0.1180	0.0790
m.	Kombinasi c & e	-0.0224	-0.0802	0.855	0.813	0.1176	0.0733
n.	Kombinasi b,c & e	-0.1010	-0.1750	0.952	0.886	0.2017	0.1796

Tabel 5. Penduga RC dan ATR pada α=20% untuk berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}_{rc}$	$\hat{a}_{atr}$	$\hat{b}_{rc}$	$\hat{b}_{atr}$	s^2_{rc}	s^2_{atr}
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	-0.0539	-0.0539	0.758	0.758	0.0500	0.0500
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.1310	-0.1080	0.875	0.884	0.0500	0.0452
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	-0.0595	-0.0368	0.839	0.838	0.0361	0.0375
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.1030	-0.1030	0.825	0.825	0.0413	0.0413
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0957	-0.0661	0.819	0.847	0.0388	0.0411
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1250	-0.1250	0.778	0.778	0.0392	0.0392
g.	Kombinasi a & d	-0.0740	-0.0740	0.790	0.790	0.0560	0.0560
h.	Kombinasi a & f	-0.0799	-0.1190	0.730	0.747	0.0752	0.0601
i.	Kombinasi d & f	-0.1550	-0.1550	0.748	0.748	0.0527	0.0527
j.	Kombinasi a,d & f	-0.0980	-0.0980	0.766	0.766	0.0832	0.0832
k.	Kombinasi b & c	-0.1020	-0.0787	0.845	0.857	0.0541	0.0506
l.	Kombinasi b & e	-0.1350	-0.1130	0.777	0.801	0.0612	0.0538
m.	Kombinasi c & e	-0.0460	-0.0875	0.843	0.834	0.0622	0.0525
n.	Kombinasi b,c & e	-0.0980	-0.0980	0.766	0.766	0.0832	0.0832

Tabel 6. Penduga RC dan ATR pada α=25% untuk berbagai daerah

No.	Keterangan	$\hat{a}_{rc}$	$\hat{a}_{atr}$	$\hat{b}_{rc}$	$\hat{b}_{atr}$	s^2_{rc}	s^2_{atr}
a.	Penc. daerah bawah (+1.5)	-0.0562	-0.0321	0.782	0.779	0.0352	0.0390
b.	Penc. daerah bawah (-1.5)	-0.1340	-0.1340	0.894	0.894	0.0384	0.0384
c.	Penc. daerah tengah (+1.5)	0.0577	-0.0367	0.822	0.840	0.0324	0.0297
d.	Penc. daerah tengah (-1.5)	-0.0920	-0.1220	0.831	0.815	0.0355	0.0381
e.	Penc. daerah atas (+1.5), kecuali data no. 31 (-1.5)	-0.0910	-0.0722	0.840	0.825	0.0344	0.0329
f.	Penc. daerah atas (-1.5), kecuali data no. 31 (+1.5)	-0.1260	-0.1070	0.758	0.751	0.0348	0.0333
g.	Kombinasi a & d	-0.0738	-0.0738	0.766	0.766	0.0495	0.0495
h.	Kombinasi a & f	-0.0879	-0.0879	0.728	0.728	0.0497	0.0497
i.	Kombinasi d & f	-0.1530	-0.1530	0.736	0.736	0.0458	0.0458
j.	Kombinasi a,d & f	-0.1130	-0.1130	0.747	0.747	0.0636	0.0636
k.	Kombinasi b & c	-0.1020	-0.0731	0.883	0.864	0.0473	0.0412
l.	Kombinasi b & e	-0.1320	-0.1070	0.828	0.845	0.0517	0.0500
m.	Kombinasi c & e	-0.0562	-0.0562	0.850	0.850	0.0423	0.0423
n.	Kombinasi b,c & e	-0.1070	-0.1070	0.802	0.802	0.0521	0.0521