Volume 10 No. 1, April 2014 ISSN : 1412 - 6184

Jurnal MATEMATIKA INTEGRATIF

Diterbitkan Oleh :
JMI Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
http://math.unpad.ac.id/jmi dan e-mail: jmi.unpad@gmail.com

Jurnal Matematika Integratif
Volume 10 No 1, April 2014

ISSN 1412-6184

Jurnal
MATEMATIKA INTEGRATIF

Alamat Redaksi

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Jatinangor Km 21, Jatinangor Telp./Fax : 022-7794696
http://math.unpad.ac.id/jmi dan e-mail: jmi.unpad@gmail.com
Jurnal Matematika Integratif terbit dua kali dalam satu tahun (bulan April dan Oktober)

Jurnal Matematika Integratif

Jurnal Matematika Integratif (JMI) adalah jurnal nasional matematika yang dimaksudkan sebagai wadah komunikasi para matematikawan serta ilmuwan lain dari praktisi yang banyak menggunakan matematika dalam kegiatan penelitiannya. JMI menerima naskah dalam bidang kajian matematika secara luas, yang meliputi diantaranya, analisis, aljabar, geometri, matematika terapan, pendidikan matematika dan kajian multidisipliner berbasis matematika yang berasal dari permasalahan diluar matematika.

Petunjuk berlangganan dan publikasi lihat halaman lampiran

Jurnal Matematika Integratif
Volume 10 No 1, April 2014, hal 9-17 ISSN 1412-6184

Kasus-kasus Buruk Penggunaan Metode Titik Interior pada Optimisasi Linear

Bib Paruhum Silalahi
Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor, 16680
Email: bibparuhum1@yahoo.com

ABSTRAK

Metode titik interior adalah suatu metode dengan waktu polinomial dalam menyelesaikan masalah optimisasi linear. Metode titik interior sering menggunakan *central path* sebagai panduan menuju solusi optimalnya. Pada paper ini diberikan suatu teorema yang menyatakan bahwasanya kendala redundan dapat mengubah pusat analitik *central path* yang sekaligus mengubah *central path*. Dengan bantuan teorema ini ditampilkan suatu kasus dimana metode titik interior berunjuk kerja buruk dengan adanya kendala redundan. Kemudian disajikan suatu masalah optimisasi linear yang memiliki central path dengan pola zigzag. Pola zigzag pada central path juga mengakibatkan metode titik interior bekerja lebih lama dalam menuju solusi optimal.

Kata kunci: metode titik interior, *central path*, pola zigzag, kendala redundan, kasus buruk, optimisasi linear.

ABSTRACT

Interior point method is a method with polynomial time for solving linear optimization problems. Interior point methods often use the central path as a guidance to the optimal solution. In this paper, we present a theorem which states that the redundant constraints can change the analytic center of the central path and therefore change the central path. With the help of this theorem, we present a case where an interior point method has bad performance. Then we also present a linear optimization problem which has central path with a zigzag pattern. Zigzag pattern of the central path led an interior point method work longer than usual towards the optimal solution.

Keywords: *interior point method, central path, zigzag pattern, redundant constraints, bad cases, linear optimization.*

1. Pendahuluan

Permasalahan optimisasi linear (OL) adalah suatu permalahan dimana seseorang ingin meminimumkan atau memaksimumkan suatu fungsi tujuan yang berbentuk linear dengan kendala-kendala yang dinyatakan dalam persamaan linear dan/atau pertaksamaan linear. Penelitian-penelitian optimisasi linear telah membentuk catatan yang panjang, dimulai pada tahun 1947 sewaktu Dantzig memaparkan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah OL [1]. Kelemahan dari metode simpleks adalah jumlah iterasi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah OL dapat tumbuh secara eksponensial. Hal ini ditunjukkan pertama sekali oleh Klee dan Minty [8]. Klee dan Minty memberikan contoh dimana metode simpleks memerlukan $2^n - 1$ iterasi untuk menyelesaikan masalah OL dengan $2n$ pertidaksamaan. Berikut adalah masalah Klee-Minty dimensi n:

$$\begin{aligned} &\min y_n \\ &\text{kendala } \rho y_{k-1} \le y_k \le 1 - \rho y_{k-1}, \quad k = 1, \ldots, n, \end{aligned}$$

dimana ρ adalah bilangan positif lebih kecil dari setengah dan $y_0 = 0$. Dapat diverifikasi bahwa jumlah vertex di dalam domain masalah Klee-Minty ada sebanyak $2n$. Klee-Minty menunjukkan bahwasanya dengan aturan pivot Dantzig, metode simpleks akan mengunjungi semua verteks, yang berarti waktu komputasi yang diperlukan adalah eksponensial ($2^n - 1$). Sejak itu hampir untuk semua aturan pivot metode simpleks dapat diberikan contoh yang memerlukan waktu eksponensial.

Pada tahun 1979, Kachiyan memaparkan suatu metode baru untuk menyelesaikan masalah OL dengan waktu polinomial[7]. Metode ini dikenal dengan nama metode elipsoid. Tetapi dalam aplikasinya metode elipsoid lebih buruk dari metode simpleks.

Pada tahun 1984, Karmarkar mengusulkan metode dengan waktu polinomial yang dikenal dengan nama metode projektif Karmarkar untuk menyelesaikan masalah OL [6]. Metode ini adalah awal dari berkembangnya metode titik interior. Metode ini juga efisien dalam aplikasinya. Cara yang sering digunakan metode titik interior dalam pendekatan menuju solusi optimal adalah dengan menggunakan *central path*, sebagai panduan. Suatu contoh metode yang menggunakan *central path* dipresentasikan oleh Roos dan Vial [10]. Untuk suatu problem dengan $n$pertidaksamaan dan L bit input data, metode mereka memerlukan $O\sqrt{n}L$ iterasi. Iterasi tersebut merupakan batas atas terbaik yang diketahui untuk metode-metode titik interior.Kemudian Roos, Terlaky dan Vial mendapatkan batas atas yang sama dengan menggunakan algoritme yang disebut dengan primal-dual langkah full-Newton [11]. Batas atas iterasi mereka dinyatakan dalam:

$$\left\lceil \sqrt{2n}\ln\frac{n\mu^0}{\varepsilon}\right\rceil$$

dimana $\mu^0 > 0$ menotasikan nilai awal barrier parameter, dan ε adalah akurasi mutlak dari fungsi tujuan. Buku tersebut menerangkan bahwa bila seseorang memilih nilai ε yang cukup kecil maka batas atas akan ekivalen dengan $\sqrt{n}L$.

Central path adalah kurva analitik yang bergerak pada interior dari suatu domain menuju solusi optimal. Idealnya *central path* adalah suatu kurva mulus menuju solusi optimal. Dalam hal ini metode titik interior dengan *central path* sangat efisien. Dalam prakteknya kurva mungkin memiliki beberapa belokan-belokan tajam, yang dapat mengakibatkan kinerja metode titik interior menjadi buruk.

Deza, Nematollahi, Peyghami dan Terlaky [2] menunjukkan bahwa dengan menambahkan suatu kendala-kendala redundan terhadap masalah Klee-Minty, dapat memaksa *central path* memiliki belokan-belokan yang tajam. Beberapa jenis kendala redundan kemudian dianalisis, seperti dapat dilihat pada [3, 4, 9], yang memberikan contoh kasus buruk metode titik interior. Gilbert, Gonzaga dan Karas memberikan contoh buruk *central path* pada masalah optimisasi konveks [5].

Pada paper ini diberikan contoh kasus dimana pengunaan metode titik interior untuk masalah OL dapat memiliki unjuk kerja yang buruk.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan analisis matematika dan dengan bantuan perangkat lunak MATLAB.

3. Hasil dan Pembahasan

Bentuk standar dari masalah OL adalah sebagai berikut:

$$\min\{c^Tx \;:\; Ax = b,\ x \geq 0\}. \tag{P}$$

dimana $c, x \in R^n$, $b \in R^m$ dan $A \in R^{mxn}$.

Masalah (P) sering disebut dengan masalah *primal*. Setiap masalah OL berpadanan dengan masalah OL lainnya yang disebut dengan masalah *dual*, yang mengandung data(A, b, c) yang sama namun dinyatakan dengan cara yang berbeda. Dual dari (P) adalah:

$$\max\{b^Ty \;:\; A^Ty + s = c,\ s \geq 0\}. \tag{D}$$

dimana $s \in R^n$dan$y \in R^m$. Mencari solusi optimal (P) dan (D) dengan menggunakan metode titik interior dapat dilakukan dengan menyelesaikan sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned} &Ax = b, \quad x \geq 0,\\ &A^Ty + s = c, \quad s \geq 0,\\ &xs = \mu e. \end{aligned}$$

dimana μ adalah sembarang bilangan positif dan e adalah vektor satu.

Jika sistem tersebut memiliki solusi untuk beberapa $\mu > 0$, maka dikatakan (P) dan (D) memenuhi kondisi interior. Ketika μ dievaluasi pada $(0, \infty)$ maka $x(\mu)$ akan memiliki suatu kurva pada interior daerah fisibel (P), kurva inilah yang disebut dengan *central path* (P). Demikian pula himpunan $\{(y(\mu), s(\mu)) : \mu \in (0, \infty)\}$ disebut dengan *central path* (D).

Jika $\mu \to 0$ maka $x(\mu), (y(\mu), s(\mu))$konvergen ke himpunan solusi optimal (P) dan (D). Pada sisi lain, jika $\mu \to \infty$ maka $x(\mu), (y(\mu), s(\mu))$ masing-masing konvergen ke *pusat analitik* dari (P) dan (D).

3.1. Masalah Optimisasi Linear dengan Kendala Redundan

Pada bagian ini diberikan suatu teorema dimana *central path* dari suatu masalah OL bergantung pada representasi dari masalah OL tersebut. Penambahan kendala-kendala redundan dapat mengubah *central path* masalah awal. Berikut didefinisikan pengertian kendala redundan.

Definisi 1. *Kendala redundan adalah suatu kendala dimana penghapusan kendala tersebut dari suatu masalah OL tidak mengubah daerah fisibel dari masalah OL tersebut.*

Selanjutnya diperlihatkan bahwa *central path* dari suatu masalah OL berubah ketika ditambahkan kendala redundan ke masalah awal OL. Tentu saja nilai optimal fungsi tujuan masalah OL dan masalah redundannya adalah sama. Ini berimplikasi bahwa jika masalah OL hanya memiliki satu solusi optimal maka untuk $\mu \to 0$, *central path* dari kedua masalah konvergen ke solusi yang sama. Sebaliknya jika $\mu \to \infty$ maka *central path* konvergen ke pusat analitik masalah. Teorema berikut memperlihatkan bagaimana pusat analitik berubah ketika kendala redundan ditambahkan ke masalah (D). Dalam pembuktian diperlukan lemma berikut :

Lemma 2. *Jika kondisi interior terpenuhi, maka pusat analitik* (D) *adalah solusi unik dari sistem:*

$$\begin{aligned} &Ax = 0, \quad x \geq 0, \\ &A^T y + s = c, \quad s \geq 0, \\ &xs = e. \end{aligned}$$

Bukti.
Dapat diperoleh bahwa jika kondisi interior terpenuhi maka sistem berikut terpenuhi.

$$\begin{aligned} &A(\mu^{-1}x) = \mu^{-1}b, \quad x \geq 0, \\ &A^T y + s = c, \quad s \geq 0, \\ &\mu^{-1}xs = e. \end{aligned}$$

Lemma didapatkan dengan mendefinisikan kembali $x$sebagai $x := \mu^{-1}x$, dan dengan mengambil μ menuju tak terhingga.

Berikut ini disajikan pembahasan dari teorema utama dari makalah ini.

Theorem 3. *Misal $a^T y \leq d, a \in R^m, d \in R$, sebuah kendala redundan (D). Dengan menambahkan kendala ini ke (D) sebanyak h kali, dan dengan mengambil h menuju takterhingga, maka pusat analitik dari masalah baru OL, dinotasikan dengan (DR), konvergen ke sebuah solusi optimal dari*

$$\min\{a^T y \quad : \quad A^T y \leq c\}. \qquad (1)$$

Bukti.
Ketika menambah kendala redundan $a^T y \leq d$, h kali ke (D), diperoleh masalah redundan berikut:

$$\max\{b^T y \quad : \quad A^T y \leq c, a^T y \leq d \ (h\text{kali})\}. \qquad \text{(DR)}$$

Masalah dual (DR) adalah

$$\min\{c^T x + h\bar{x}d \;:\; Ax + h\bar{x}a = b, x \geq 0, h\bar{x} \geq 0\}. \quad \text{(PR)}$$

dimana $\bar{x} \in R$. Menurut Lemma 2, pusat analitik (DR) secara unik ditentukan oleh sistem berikut:

$$Ax + h\bar{x}a = 0, x \geq 0, \quad \bar{x} \geq 0, \quad (2)$$
$$A^T y + s = c, \quad s \geq 0, \quad (3)$$
$$a^T y + \bar{s} = d, \quad \bar{s} \geq 0, \quad (4)$$
$$xs = e, \quad (5)$$
$$\bar{x}\bar{s} = 1, \quad (6)$$

Membagi persamaan-persamaan (2) dan (5) dengan $h\bar{x}$dan kemudian mendefinisikankembali $x$sehingga $x := x/h\bar{x}$), didapat sistem berikut:

$$Ax = -a, x \geq 0, (7)$$
$$A^T y + s = c, \quad s \geq 0, \quad (8)$$
$$a^T y + \bar{s} = d, \quad \bar{s} \geq 0, \quad (9)$$
$$xs = \frac{e}{h\bar{x}}, \quad (10)$$
$$\bar{x}\bar{s} = 1. \quad (11)$$

Dengan mengambil $h \to \infty$, diperoleh dari (10) bahwa

$$xs = 0. \quad (12)$$

Karena (7), (8) dan (12) adalah kondisi-kondisi optimal untuk (1), lemma diperoleh.

3.2. Masalah Klee-Minty dengan Kendala Redundan

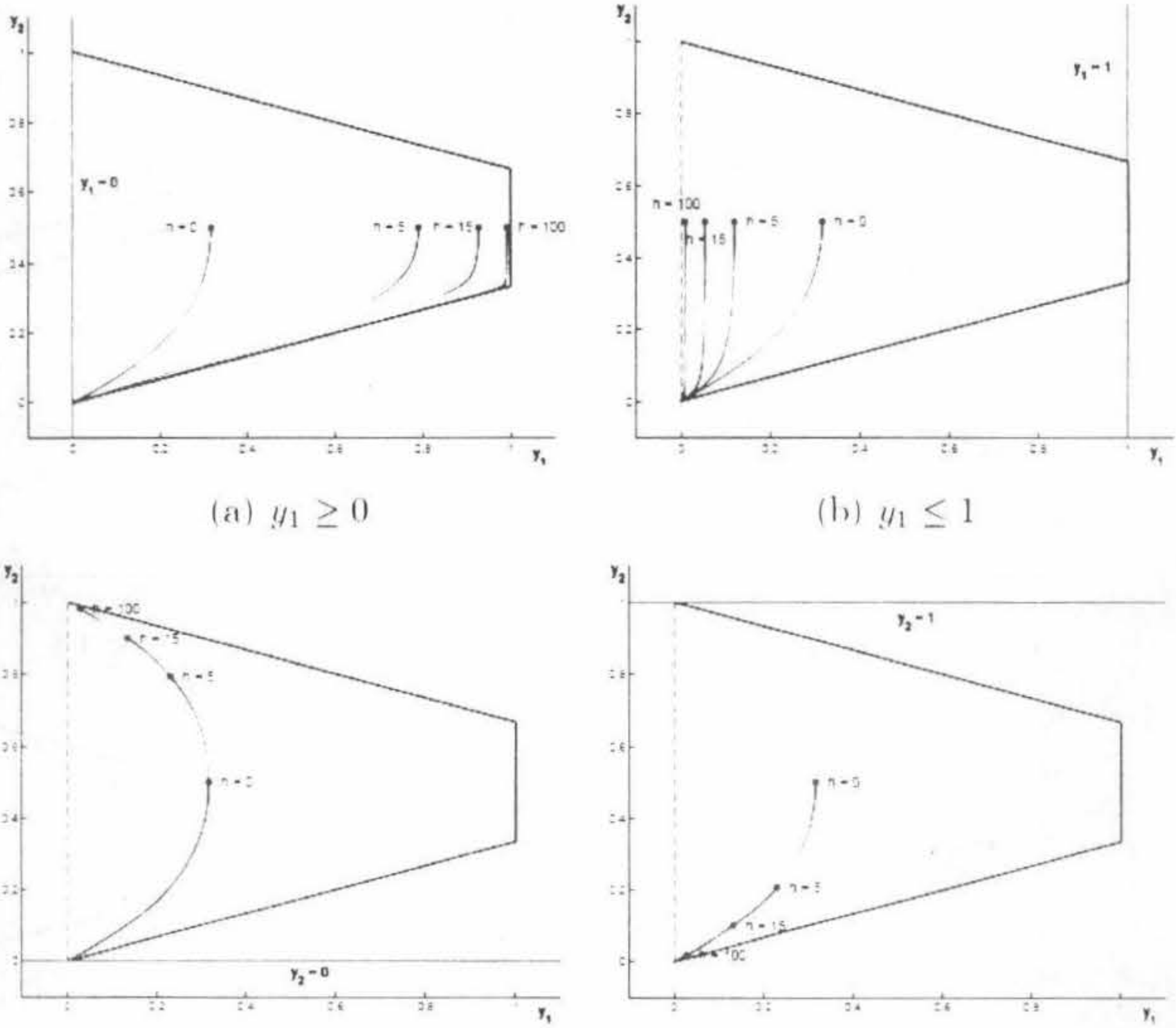
Berikut ini akan disajikan *central path* dari masalah Klee dan Minty dengan penambahan kendala redundan. Masalah awal Klee-Minty yang digunakan adalah masalah 2-dimensi dengan ρ= 1/3, seperti sbb:

$$\begin{aligned} &\min y_2 \\ &\text{kendala } 0 \leq y_1 \leq 1, \\ &\frac{1}{3}y_1 \leq y_2 \leq 1 - \frac{1}{3}y_1. \end{aligned} \quad (13)$$

Kendala redundan yang digunakan adalah kendala yang disajikan pada kolom pertama Tabel 1. Kolom kedua menyatakan gambar yang memperlihatkan efek pada *central path* ketika kendala yang bertautan ditambahkan h kali, untuk beberapa nilai h. Dari Gambar 1 dan 2 dapat dilihat bahwa jika h bertambah besar maka pusat analitik bergerak ke suatu titik dari kotak Klee-Minty dimana *slack* kendala redundan dimaksimumkan, yang sejalan dengan Teorema 3.

Table 1. Kendala redundan masalah (13) dan gambar tautan.

Kendala redundan	Gambar
$y_1 \geq 0$	1(a)
$y_1 \leq 1$	1(b)
$y_2 \geq 0$	1(c)
$y_2 \leq 1$	1(d)
$y_2 + \frac{1}{3}y_1 \geq 0$	2(a)
$y_2 + \frac{1}{3}y_1 \leq 1.1$	2(b)
$y_2 - \frac{1}{3}y_1 \geq -0.1$	2(c)
$y_2 - \frac{1}{3}y_1 \leq 1$	2(d)



(a) $y_1 \geq 0$ (b) $y_1 \leq 1$

(c) $y_2 \geq 0$ (d) $y_2 \leq 1$

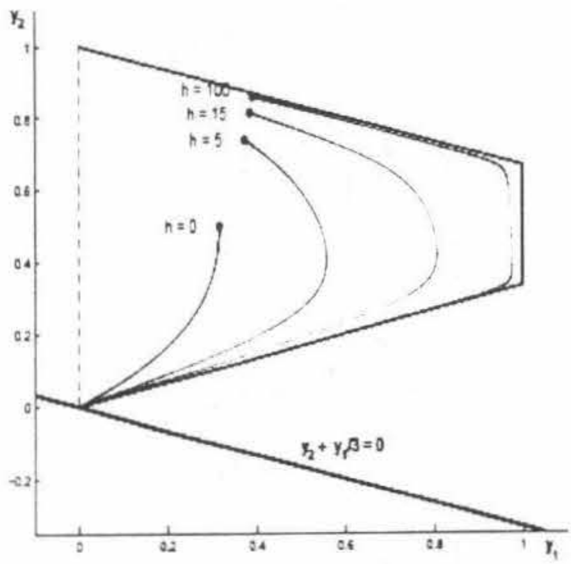
Gambar 1. *Central path* dari masalah redundan 2 dimensi Klee-Minty dimana kendala redundan sejajar dengan salah satu sumbu koordinat

Dengan menambahkan kendala redundan pada masalah Klee-Minty, dapat terjadi *central path* berada dekat dengan titik-titik pojok dari daerah fisibelnya. Hal ini akan berakibat buruk. Metode titik interior akan membutuhkan iterasi yang lebih banyak untuk menuju solusi optimal. Percobaan dilakukan dengan menambah kendala redundan $y_1 \geq 0$ sebanyak 30 kali dan $y_2 \geq 0$ sebanyak 150 kali.

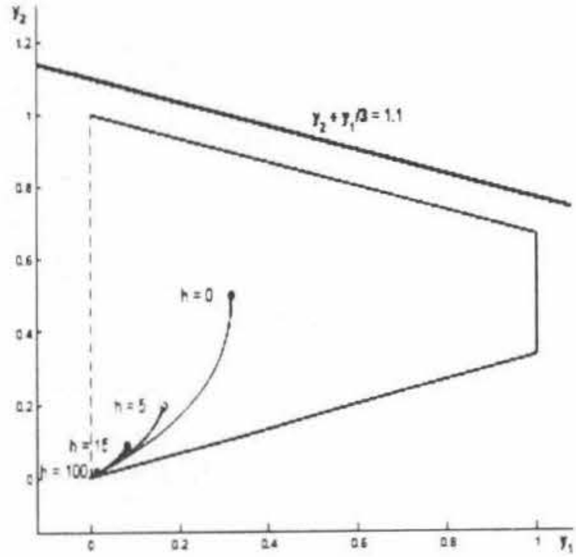
Gambar 3 memperlihatkan *central path* dari masalah 2 dimensi Klee-Minty dengan kendala redundan tersebut. *Central path* berada dekat dengan titik-titik pojok dari daerah fisibelnya. Dengan menggunakan metode titik interior *small-update path-following method*, diperlihatkan pula (warna hitam) sebuah jalur yang ditempuh dalam mencari solusi optimal.

3.3. Contoh kasus buruk lain

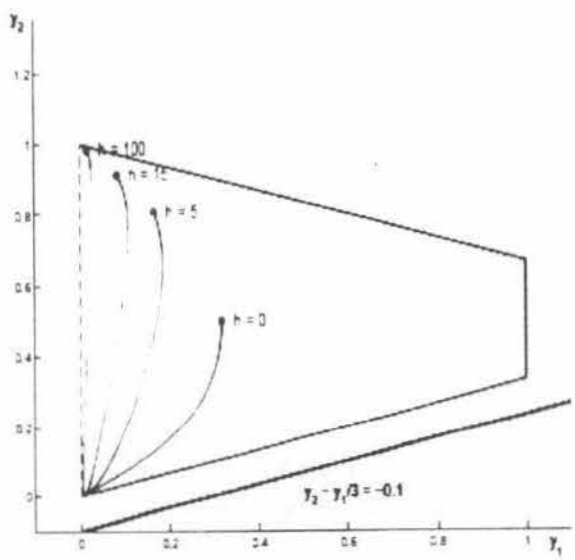
Telah didiskusikan bahwa versi redundan dari masalah Klee-Minty dapat menyebabkan *central path* dipaksa berada cukup dekat dengan titik-titik ujung daerah fisibel,yang mengakibatkan unjuk kerja metode titik interior menjadi buruk. Gilbert, Gonzaga dan Karas memberikan contoh buruk *central path* pada masalah optimisasi konveks [5].



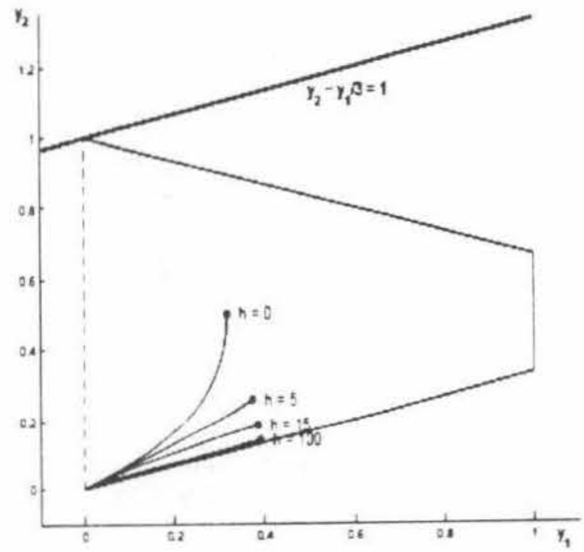
(a) $y_2 + y_1/3 \geq 0$



(b) $y_2 + y_1/3 \leq 1.1$



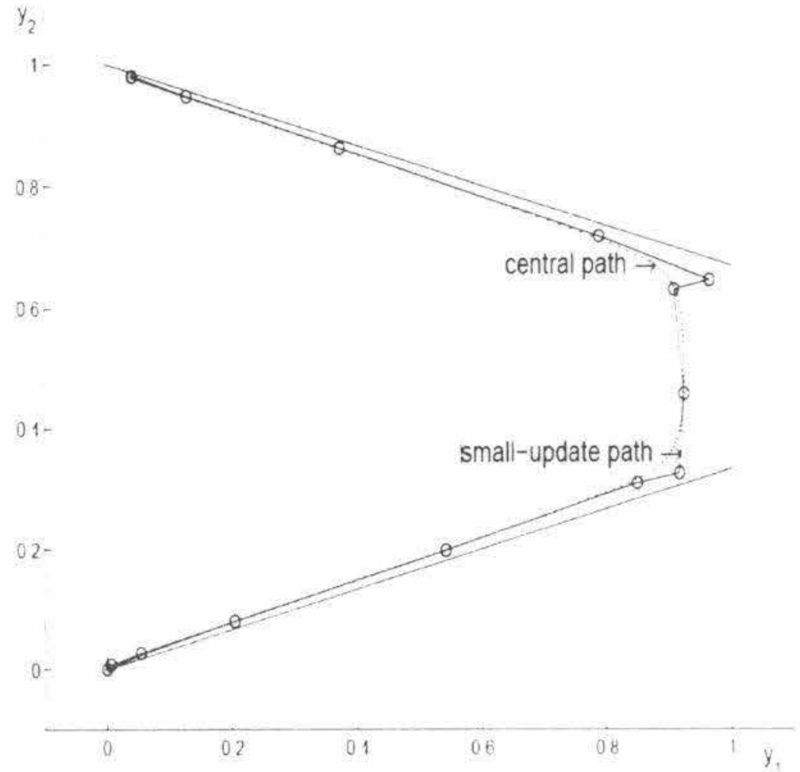
(c) $y_2 - y_1/3 \geq -0.1$



(d) $y_2 - y_1/3 \leq 1$

Gambar 2. *Centrall path* dari masalah redundan 2 dimensi Klee-Minty dimana kendala redundan sejajar dengan salah satu kendala

Berikut ini diperlihatkan suatu contoh dimana *central path* memiliki pola zigzag. Pola zigzag ini juga mengakibatkan metode titik interior lebih lama dalam memperoleh solusi optimal. Contoh berikut adalah varian dari contoh yang diberikan oleh Deza, Terlaky and Zinchenko [4].



Gambar 3. Sebuah jalur metode titik interior masalah redundan 2 dimensi Klee-Minty dan *central path*-nya

Masalah OL dengan *central path* memiliki pola zigzag:

$$\begin{aligned}
&\min y_2 \\
&\text{kendala} \quad 2y_2 \le 1, \\
&-2y_1 - y_2 \le 1, \\
&\quad 5y_1 - y_2 \le 5, \\
&(-1)^{i+1}\, 11y_1 - 10^{i+1}\, y_2 \le 5, \text{ untuk } i = 1, \ldots, m-3,
\end{aligned} \tag{14}$$

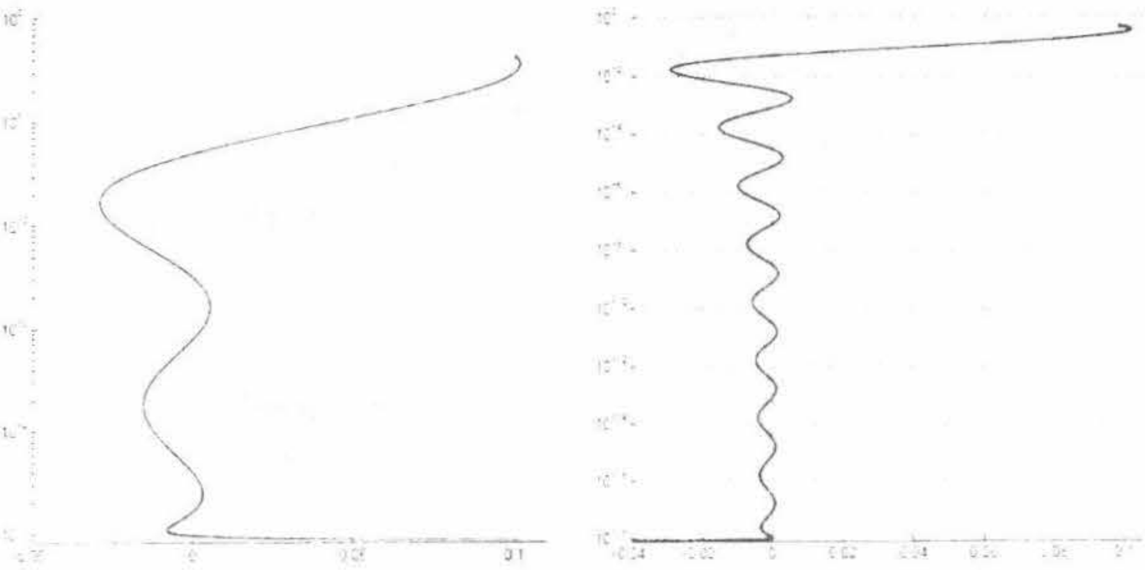
dimana m adalah jumlah pertidaksamaan. Solusi optimal masalah tersebut untuk $m \ge 5$ adalah:

$$(y_1^*, y_2^*) = \left((-1)^{m-1}\frac{45}{121}, \frac{-1}{10^{m-3}11}\right).$$

Ketika parameter m bertambah, y_1^* berubah-ubah antara 45/121 dan -45/121, sementara y_2^* bertambah dengan lambat menuju nol. Hal ini mengakibatkan masalah tersebut memiliki *central path* dengan pola zigzag. Gambar 4 menunjukkan *central path* dari (14) untuk $m = 9$ dan $m = 22$. Terdapat $m - 3$ belokan pada *central path* sebelum menuju solusi optimal, dan "lebar" belokan berkurang jika μ menurun menuju nol.

4. Simpulan

Metode titik interior dengan panduan *central path* dalam menuju solusi optimal memiliki unjuk kerja yang buruk pada kasus-kasus *central path* berada dekat dengan semua titik sudut pada daerah fisibelnya. Kasus ini dapat terjadi dengan adanya kendala redundan. Pola zigzag pada *central path* juga mengakibatkan metode titik interior berunjuk kerja buruk. Namun demikian kasus-kasus terburuk tersebut tetap dalam waktu polinomial.



(a) $m = 9$ (b) $m = 22$

Gambar 4. Pola zigzag *central path* masalah (14)

Daftar Pustaka

1. Dantzig, G. B., 1963., *Linear Programming and Extensions*.Princeton N.J.: Princeton University Press.

2. Deza, A., Nematollahi, E., Peyghami, R., and Terlaky, T., 2006, The central path visits all the vertices of the Klee-Minty cube. *Optimization Methods & Software, 21(5), pages 851–865.*

3. Deza, A., Nematollahi, E., and Terlaky, T., 2008, How good are interior point methods? Klee-Minty cubes tighten iteration-complexity bounds. *Mathematical Programming 113(1, Ser. A), pages 1–14.*

4. Deza, A., Terlaky, T., and Zinchenko, Z., 2009,Central path curvature and iteration-complexity for redundant Klee-Minty cubes.*Vol. 17, in Advances in applied mathematics and global optimization, page 223-256, New York: Springer.*

5. Gilbert, J.C., Gonzaga, C.C., and Karas, E., 2005, Examples of ill-behaved central paths in convex optimization. *Mathematical Programming* 103, *pages 63-94.*

6. Karmarkar, N., 1984, A new polynomial-time algorithm for linear programming.*Combinatorica(Springer-Verlag New York, Inc.) 4, no. 4, pages 373-395.*

7. Khachiyan, L.G., 1980, Polynomial Algorithms in Linear Programming. *Zhurnal Vychisditel'noi Matematiki i Matematicheskoi Fiziki (Translated into English in USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics 20, pages 53-72)* 20, *pages 51-68.*

8. Klee, V., and Minty, G. J., How good is the simplex algorithm?, 1972.*Inequalities, III (Proc. Third Sympos., Univ.California, Los Angeles, Calif., 1969; dedicated to the memory of Theodore S. Motzkin, pages 159-175), New York: Academic Press.*

9. Nematollahi, E., and Terlaky, T., 2008, A simpler and tighter redundant Klee-Minty construction. *Optimization Letters, 2(3), pages 403–414.*

10. Roos. C., and Vial. J.-Ph.. 1992. A polynomial method of approximate centers for the linear programming problem. *Mathematical Programming 54, pages 295-306.*

11. Roos. C.. Terlaky. T.. and Vial. J.-Ph.. 2006. *Interior Point Methods for Linear Optimization.(Second edition of Theory and Algorithms for Linear Optimization, Wiley, Chichester, 1997)*. New York: Springer.

 ISSN 1412-6184

PETUNJUK BERLANGGANAN DAN PUBLIKASI NASKAH

CARA BERLANGGANAN
Permintaan berlangganan dapat dikirimkan ke alamat redaksi. MATEMATIKA INTEGRATIF diterbitkan dua kali setiap tahun (bulan April dan Oktober). Harga per eksemplar terbitan (nomor) Rp. 100.000,00 untuk daerah Bandung, dan untuk luar Bandung ditambah biaya pengiriman.

CARA PUBLIKASI NASKAH
Semua naskah yang ada kaitannya dengan matematika dan komputasi dapat dipublikasikan melalui Jurnal MATEMATIKA INTEGRATIF, dengan mengirimkan ke alamat redaksi di atas. Naskah yang masukakan diseleksi, yang terpilih akan diterbitkan dikenakan biaya Rp. 150.000,00 per naskah, untuk sampai dengan 15 halaman pertama dan selebihnya akan dikenakan biaya tambahan Rp. 15.000,00 per halaman. Penulis akan memperoleh satu eksemplar Jurnal MATEMATIKA INTEGRATIF edisi yang memuat naskahnya.

CARA PENGIRIMAN BIAYA
Pengiriman biaya berlangganan dan biaya penerbitan naskah dapat dikirimkan melalui poswesel ke alamat redaksi, atau ditransfer melalui Bank BNI Kantor Cabang UNPAD Bandung No. Rek : 0194851595 (a.n Nurul Gusriani, M.Si. / UNPAD Bandung).

PETUNJUK PENULISAN NASKAH

NASKAH

Naskah dapat ditulis dalam bahasa Indonesia atau dalam bahasa Inggris. Naskah dapat berupa Artikel Kupasan (*Review*) atau Artikel Riset (*Research Paper*). Naskah yang memuat hasil orisinal penelitian akan mendapatkan prioritas untuk diterbitkan.

PENGIRIMAN NASKAH

Naskah ditulis dengan MS Word dalam kualitas yang baik, dikirim dalam bentuk Hardcopy dan Softcopy. Naskah yang dikirim harus siap cetak dan disertai pernyataan belum pernah diterbitkan di media tulis manapun dan tidak sedang dikirim ke media lain.

TATA LETAK

Naskah dicetak dengan tinta hitam kontras pada satu muka kertas HVS putih berukuran A4 (210 x 296,9 mm). Ukuran marjinatas 2,5 cm, marjin bawah dan kanan masing-masing 2 cm, sedangkan marjin kiri 3 cm. Setiap halaman diberi nomor halaman.

HURUF DAN SPASI

Naskah ditulis dengan huruf *Century Schoolbook* ukuran 10 point dengan satu spasi. Judul naskah ditulis dengan huruf *Century Schoolbook* ukuran 14 point. Nama (tanpa gelar) ditulis dengan huruf *Century Schoolbook* ukuran 12 point. Afiliasi penulis (dengan alamat lengkap untuk komunikasi) ditulis dengan huruf *Century School book* ukuran 10 point. Abstrak ditulis dengan huruf*Century School book* ukuran 9 point dan *Abstract* ditulis dengan huruf *Century School book Italic* (miring).

JUDUL
Judul Naskah ditulis tebal dengan huruf besar semua dan diletakan di tengah halaman naskah. Judul naskah diikuti nama dan afiliasi penulis, abstrak, *abstract* dan kata kunci (*keywords*).

Judul Bagian (diberi nomor urut1., 2. Dan seterusnya di sisikiri) ditulis tebal dengan huruf besar semua, sedangkan Judul Sub bagian ditulis tebal gabungan huruf besar dan kecil, dimulai dari sisi kiri kolom juga.

Contoh :
2. FORMULASI MODEL
2.1 Model PembelahanSel

ABSTRAK
Abstrak harus ditulis dalam versi bahasa Indonesia dan bahasa Inggris. Abstrak maksimum terdiri dari 200 kata dan dilengkapi dengan kata kunci (*keywords*). Abstrak harus memuat Pendahuluan (*Introduction*), Metode/ Model (*Method / Models*), Hasil (*Result*), dan Pembahasan/ Diskusi (*Analysis / Discussion*).

UCAPAN TERIMA KASIH (*ACKNOWLEDGEMENT*) [JIKA ADA]

Dibuat ringkas sebagai ungkapan rasa terima kasih kepada pihak yang membantu penelitian, penelaahan manuskrip, atau penyedia dana penelitian.

DAFTAR PUSTAKA
Harus memuat semua pustaka yang digunakan di dalam manuskrip. Hanya pustaka yang telah diterbitkan yang boleh dicantumkan. Menggunakan sistem nama belakang (nama kedua) kecuali untuk pengarang yang bernama hanya satu kata. Daftar pustaka ditulis lengkap dan berurutan menurut alfabetis.

Contoh penyusunan Daftar Pustaka :
1. Gabrel, V., Murat,C., and Thiele, A., 2013, Recent Advances in Robust Optimization: An Overview, *Optimization Online*, *http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2012/07/3537.html* on *October 31, 2013*.
2. Rao, S.S., *Optimization: Theory and Application*, Prentice-Hall, New Delhi, 1989.
3. Supriatna, A.K, Soewono, E., van Gils,S.A., 2008, A two-age-classes dengue transmission model, *Mathematical BiosciencesVolume 216, Issue 1, November 2008, Pages 114–121*.