

PENJADWALAN KERETA API JALUR GANDA: MODEL JOB-SHOP DAN APLIKASINYA

Nur Aprianti Dwiycita, Farida Hanum, Toni Bakhtiar

Departemen Matematika FMIPA, Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680

ABSTRAK

Penjadwalan perjalanan kereta api merupakan masalah yang kompleks dan tidak mudah diselesaikan mengingat banyaknya aturan dan batasan yang harus dipenuhi. Makalah ini membahas masalah penjadwalan kereta api jalur ganda. Pendekatan *job-shop modeling* digunakan untuk memformulasikan masalah penjadwalan dalam bentuk pemrograman linear bilangan bulat dengan tujuan meminimumkan total waktu tempuh maksimum. Model diaplikasikan pada masalah penjadwalan perjalanan kereta api MRT Lebak Bulus-Sisingamangaraja yang melibatkan 7 stasiun dan 18 kereta api berkelas ekonomi dan ekspres. Jadwal perjalanan dalam bentuk diagram ruang-waktu diberikan.

Katakunci: penjadwalan kereta api, jalur ganda, model *job-shop*.

1 PENDAHULUAN

Sarana transportasi yang aman, nyaman, dan cepat sangat dibutuhkan oleh masyarakat, khususnya yang memiliki mobilitas tinggi dalam kesehariannya. Fenomena ibukota sebagai pusat dari kegiatan perekonomian mencerminkan bahwa sudah seleyaknya sistem transportasi yang ada minimal memenuhi ketiga standar tersebut. Salah satu alat transportasi darat yang dapat mengangkut massa dalam jumlah banyak, cepat, dan murah adalah kereta api.

Sistem penjadwalan kereta api yang optimal harus diperhatikan dalam menciptakan lalu lintas kereta api yang sesuai dengan aturan-aturan perkeretaapian. Sistem penjadwalan kereta api yang efektif dan efisien juga akan meminimalisasi terjadinya penumpukan penumpang di stasiun akibat adanya penundaan keberangkatan kereta api. Masalah penjadwalan kereta api merupakan hal yang tidak mudah diselesaikan terlebih pada jalur kereta api yang cukup kompleks. Terdapat banyak aturan atau batasan yang harus dipenuhi dalam memecahkan masalah ini. Salah satunya adalah bagaimana perjalanan suatu kereta api dapat berlangsung tanpa terjadi tumpang tindih dengan perjalanan kereta api yang lainnya. Masalah penjadwalan kereta api dapat dipandang sebagai implementasi masalah penjadwalan *job-shop* secara khusus; perjalanan-perjalanan kereta api dianggap sebagai sekumpulan

pekerjaan (*jobs*) yang dijadwalkan pada sekumpulan sumber daya (*resources*) yang berupa segmen-segmen jalur kereta api [1]. Dalam tulisan ini akan dibahas penyelesaian masalah penjadwalan kereta api menggunakan model penjadwalan *job-shop* dengan meminimumkan total waktu tempuh perjalanan. Pemodelan tersebut akan dilakukan pada kasus kereta api dengan jalur ganda.

2 Masalah Penjadwalan *Job-Shop*

Terdapat tiga istilah yang digunakan dalam pembahasan masalah penjadwalan. Ketiga istilah tersebut adalah pekerjaan (*job*), prosesor (*processor*), dan operasi (*operation*). *Pekerjaan* merupakan sekumpulan aktivitas yang harus diproses, misalnya pembuatan suatu barang pada pabrik manufaktur atau operasi bedah yang akan dilakukan di suatu rumah sakit. *Prosesor* adalah sumber daya yang digunakan untuk memproses pekerjaan, misalnya dapat berupa mesin atau alat-alat kedokteran. Prosesor juga disebut sebagai sumber daya (*resource*) atau mesin (*machine*). *Operasi* merupakan aktivitas pemrosesan dari suatu pekerjaan. Berdasarkan ketiga istilah tersebut, masalah penjadwalan dapat diartikan sebagai proses pengalokasian sumber daya untuk suatu operasi pada periode waktu tertentu [2]. Apabila terdapat dua atau lebih pekerjaan menggunakan prosesor yang sama pada saat yang sama pula, maka suatu jadwal belum disebut sebagai jadwal yang fisibel.

Representasi dari penjadwalan dalam suatu industri biasanya ditampilkan dengan menggunakan diagram *Gantt* [2]. Diagram tersebut memperlihatkan pemrosesan setiap pekerjaan pada sumber daya yang tersedia dalam bentuk balok-balok sepanjang waktu tertentu.

Masalah penjadwalan *job-shop* merupakan masalah pengalokasian sumber daya untuk setiap operasi yang diproses sesuai dengan urutan yang ditentukan. Hal ini dapat diartikan bahwa urutan operasi dari suatu pekerjaan dapat berbeda dengan pekerjaan yang lainnya, namun operasi-operasi tersebut diproses berdasarkan jadwal penggunaan mesin yang ditentukan. Apabila dilambangkan secara matematis, pada umumnya masalah penjadwalan *job-shop* memiliki karakteristik sebagai berikut [3]:

- terdapat sekumpulan n pekerjaan $J = \{J_1, J_2, J_3, \dots, J_n\}$,
- terdapat sekumpulan m sumber daya $M = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_m\}$,

- setiap pekerjaan memiliki sekumpulan operasi (I); pekerjaan ke- i (J_i) memiliki urutan operasi ($o_{i1}, o_{i2}, o_{i3}, \dots, o_{ik}$), dengan k merupakan banyaknya operasi yang dilakukan untuk pekerjaan i ,
- setiap sumber daya dapat beroperasi maksimum satu operasi dalam selang waktu tertentu,
- setiap operasi dari suatu pekerjaan di sebuah sumber daya membutuhkan sejumlah waktu minimum; waktu minimum pekerjaan ke- i beroperasi di sumber daya ke- j dilambangkan dengan p_{ij} , untuk $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq m$.

Tujuan dari penyelesaian masalah penjadwalan *job-shop* adalah menentukan jadwal suatu pekerjaan yang fisibel dengan mempertimbangkan urutan pemrosesan dan kapasitas dari setiap sumber daya. Salah satu kriteria optimasi pada masalah penjadwalan *job-shop* adalah meminimumkan waktu maksimum pemrosesan dari setiap pekerjaan (*makespan*) yang dilambangkan dengan C_{maks} [4].

3 MODEL

3.1 Asumsi dan Notasi

Masalah penjadwalan kereta api pada karya ilmiah ini akan dimodelkan dengan mempertimbangkan asumsi-asumsi sebagai berikut:

- 1 model dibangun untuk kasus kereta api jalur ganda,
- 2 satuan waktu terkecil yang digunakan dalam penjadwalan adalah menit,
- 3 tidak ada urutan prioritas kereta api yang akan menggunakan petak blok yang sama.

Model penjadwalan kereta api pada karya ilmiah ini dirancang sebagai alat untuk merencanakan jadwal kereta api pada periode operasi tertentu. Jadwal yang akan dihasilkan merupakan jadwal faktual. Jadwal aktual akan sama dengan jadwal faktual apabila tidak terjadi gangguan operasional seperti pemadaman listrik, bencana alam yang mengakibatkan kerusakan infrastruktur, gangguan sinyal, dan lain sebagainya. Referensi utama yang digunakan penulis dalam memodelkan masalah penjadwalan kereta api jalur ganda adalah tulisan Higgins *et al.* (1996) di [5].

Notasi-notasi yang akan digunakan pada model penjadwalan kereta api sebagai kasus khusus dari masalah penjadwalan *job-shop* didefinisikan sebagai berikut: n = banyaknya kereta api, m = banyaknya petak blok, q = banyaknya stasiun, S = himpunan stasiun = $\{1, 2, \dots, q\}$, J = himpunan kereta api = $\{1, 2, \dots, n\}$, J_i = perjalanan kereta api i ($i = 1, 2, \dots, n$), o_{ik} = operasi di petak blok k ($k = 1, 2, \dots, m$), dari kereta api i , h = *time headway*, X_{ias} = waktu kedatangan kereta api i di stasiun s , X_{ids} = waktu keberangkatan kereta api i dari stasiun s , d_k = panjang petak blok k , v_{ik} = kecepatan rata-rata minimum kereta api i di petak blok ke- k , \bar{v}_{ik} = kecepatan rata-rata maksimum kereta api i di petak blok ke- k , p_{is} = lama waktu berhenti kereta api i di stasiun s , τ_{is} = waktu *delay* kereta api i di stasiun s , M = bilangan bulat positif besar, C_{maks} = waktu tempuh maksimum.

Didefinisikan variabel biner untuk beberapa kondisi antara dua kereta api yang akan terjadi konflik, yaitu $A_{ijk} = 1$ jika kereta api *outbound* i menggunakan petak blok k sebelum kereta api *outbound* i , dan $A_{ijk} = 0$ jika selainnya, serta $B_{ijk} = 1$ jika kereta api *inbound* i menggunakan petak blok k sebelum kereta api *inbound* i , dan $B_{ijk} = 0$ jika selainnya. Kereta api *outbound* merupakan jenis kereta api yang melakukan perjalanan dari stasiun ke-1 ke arah stasiun ke- q , sedangkan kereta api *inbound* merupakan jenis kereta api yang melakukan perjalanan dengan arah sebaliknya.

3.2 Fungsi Objektif

Tujuan penjadwalan kereta api pada karya ilmiah ini adalah meminimumkan total waktu tempuh maksimum. Hal ini dapat dihitung berdasarkan selisih antara waktu kedatangan di stasiun pertama dan waktu keberangkatan dari stasiun akhir kembali ke stasiun awal atau masuk ke dalam depo. Ditulis,

$$\min C_{max} = \sum_{i=1}^r (X_{idq} - X_{ia1}) + \sum_{i=r+1}^n (X_{id1} - X_{iaq}),$$

dengan X_{ia1} = waktu kedatangan kereta api i di stasiun ke-1, untuk $i = 1, 2, \dots, r$, X_{idq} = waktu keberangkatan kereta api i dari stasiun ke- q untuk kembali ke stasiun pertama atau masuk ke dalam depo, dengan $i = 1, 2, \dots, r$, X_{iaq} = waktu kedatangan kereta api i di stasiun ke- q , untuk

$i = r+1, r+2, \dots, n$, X_{id1} = waktu keberangkatan kereta api i dari stasiun ke-1 untuk kembali ke stasiun pertama atau masuk ke dalam depo, dengan $i = r+1, r+2, \dots, n$.

3.3 Fungsi Kendala

Kendala-kendala yang harus dipenuhi dalam rangka mendapatkan solusi jadwal kereta api yang fisibel ialah sebagai berikut:

Kendala 1 (Urutan Operasi)

$$X_{ias} + p_{is} + \tau_{is} = X_{ids}, \quad i \leq r, \quad s = 1, 2, \dots, q.$$

$$X_{ias} + p_{is} + \tau_{is} = X_{ids}, \quad i > r, \quad s = q, q-1, \dots, 1.$$

Kedua kendala di atas dikembangkan dari konsep masalah penjadwalan *job-shop*, yaitu operasi ke- $(k + 1)$ pada pekerjaan J_i hanya bisa dimulai setelah operasi ke- k telah selesai dikerjakan. Waktu dimulainya operasi $o_{i(k+1)}$ yaitu X_{ids} harus lebih dari atau sama dengan waktu dimulainya operasi o_{ik} yaitu X_{ias} ditambah lama waktu pemrosesannya yaitu p_{is} . Selain itu, terdapat variabel *delay* (τ_{is}) yang merupakan lama waktu penundaan dari suatu perjalanan kereta api i di stasiun s untuk menghindari konflik. Waktu tiba kereta api di stasiun pertama merupakan waktu tiba kereta api yang keluar dari depo atau waktu kembali dari stasiun tujuan akhir ke stasiun asal.

Kendala 2 (Aturan Penyusulan)

Dua kendala pertama digunakan apabila nilai $A_{ijk} = 0$, yaitu perjalanan kereta api J_j didahulukan, sehingga kereta api j tiba lebih awal dari kereta api i di stasiun berikutnya. Nilai h juga ditambahkan agar terdapat jarak antarkereta api ketika keluar dan masuk stasiun. Dua kendala berikutnya dapat dijelaskan dengan cara yang sama dengan nilai $A_{ijk} = 1$, yaitu kereta api i berangkat lebih dulu dari j .

$$MA_{ijk} + X_{ia(s+1)} \geq X_{ja(s+1)} + h, \quad i \neq j; \quad s = 1, 2, \dots, q-1; \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

$$MA_{ijk} + X_{ids} \geq X_{jds} + h, \quad i \neq j; \quad s = 1, 2, \dots, q-1; \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

$$M(1 - A_{ijk}) + X_{ja(s+1)} \geq X_{ia(s+1)} + h, \quad i \neq j; \quad s = 1, 2, \dots, q-1; \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

$$M(1 - A_{ijk}) + X_{jds} \geq X_{ids} + h, \quad i \neq j; \quad s = 1, 2, \dots, q-1; \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Aturan penyusunan pada kereta api *inbound* juga dapat dijelaskan dengan cara yang sama seperti kereta api *outbound*. Aturan tersebut dinyatakan dalam kendala berikut:

$$MB_{ijk} + X_{ias} \geq X_{jas} + h, i \neq j; s = q-1, q-2, \dots, 1; k = m, m-1, \dots, 1.$$

$$MB_{ijk} + X_{id(s+1)} \geq X_{jd(s+1)} + h, i \neq j; s = q-1, q-2, \dots, 1; k = m, m-1, \dots, 1.$$

$$M(1-B_{ijk}) + X_{jas} \geq X_{ias} + h, i \neq j; s = q-1, q-2, \dots, 1; k = m, m-1, \dots, 1.$$

$$M(1-B_{ijk}) + X_{jd(s+1)} \geq X_{id(s+1)} + h, i \neq j; s = q-1, q-2, \dots, 1; k = m, m-1, \dots, 1.$$

Kendala 3 (Aturan Lama Waktu Beroperasi)

Waktu penggunaan sumber daya pada masalah penjadwalan *job-shop* secara umum diberikan sebagai input. Waktu tersebut pada masalah penjadwalan kereta api sama dengan jarak tempuh dibagi dengan kecepatan rata-ratanya. Waktu rata-rata minimum dan maksimum penggunaan suatu petak blok untuk kereta api *outbound* dan *inbound* diberikan oleh kendala-kendala berikut:

$$\frac{d_k}{v_{ik}} \leq X_{ia(s+1)} - X_{ids} \leq \frac{d_k}{v_{ik}}, i = 1, 2, \dots, r, k = 1, 2, \dots, m, s = 1, 2, \dots, q-1.$$

$$\frac{d_k}{v_{ik}} \leq X_{ia(s)} - X_{id(s+1)} \leq \frac{d_k}{v_{ik}}, i = r+1, r+2, \dots, n, k = m, m-1, \dots, 1, s = q-1, q-2, \dots, 1.$$

Kendala 4 (Stasiun Pemberhentian)

Kendala (22) menggambarkan bahwa apabila kereta api tidak berhenti di stasiun ke- s , maka waktu kedatangan dan keberangkatan kereta api tersebut di stasiun ke- s adalah sama. Selain itu, sebagai input, waktu tunggu di stasiun tersebut bernilai nol. Ditulis,

$$X_{ias} = X_{ids}, i \in J, s \in S.$$

Kendala 5 (Ketaknegatifan dan Biner)

Selain kendala-kendala yang telah dijelaskan sebelumnya, terdapat kendala ketaknegatifan dan kendala biner. Kedua kendala tersebut secara berturut-turut didefinisikan sebagai berikut,

$$h, p_{is}, X_{ias}, X_{ids} \geq 0, A_{ijk}, B_{ijk} \in \{0,1\}.$$

4 APLIKASI MODEL

Aplikasi model pada karya ilmiah ini akan diterapkan pada kasus kereta api jalur ganda MRT (*Mass Rapid Transit*) rute Lebak Bulus-Sisingamangaraja, dengan asumsi sebagai berikut:

- 1 banyaknya kereta api jenis *outbound* (Lebak Bulus-Sisingamangaraja) adalah 10 unit dan jenis *inbound* (Sisingamangaraja-Lebak Bulus) 8 unit,
- 2 waktu simulasi dimulai pada pukul 06.00 WIB,
- 3 simulasi penjadwalan pada setiap kereta api dilakukan untuk satu kali perjalanan,
- 4 terdapat dua jenis kereta api, yaitu MRT Ekonomi dan MRT Ekspres.

Ilustrasi perjalanan kereta api dapat dilihat pada Gambar 1. Terdapat tujuh stasiun, yaitu: Lebak Bulus (LB), Fatmawati (FA), Cipete Raya (CR), Haji Nawu (HN), Blok A (BA), Blok M (BM), dan Sisingamangaraja (SI). Stasiun Lebak Bulus memiliki delapan jalur dan stasiun Sisingamangaraja memiliki empat jalur. Kedua stasiun tersebut memiliki depo. Stasiun di antara Lebak Bulus dan Sisingamangaraja beserta enam petak blok yang menghubungkannya hanya memiliki dua jalur. MRT Ekonomi berhenti di setiap stasiun, sedangkan MRT Ekspres hanya berhenti di stasiun Lebak Bulus, Haji Nawu, dan Sisingamangaraja. Data kecepatan rata-rata MRT Ekonomi dan MRT Ekspres pada setiap petak blok antarstasiun diberikan pada Tabel 1. Kecepatan tersebut diperhitungkan berdasarkan jarak yang harus ditempuh pada setiap petak blok. Waktu kedatangan setiap kereta api di stasiun pertama sebagai nilai awal pada Tabel 2 dan lama waktu pemberhentian (p_{is}) kereta api di setiap stasiun pada Tabel 1. Gambar 2 merupakan diagram ruang-waktu rute Lebak Bulus ke Sisingamangaraja.

Tabel 1 Data simulasi dari perjalanan MRT Lebak Bulus-Sisingamangaraja

Indeks stasiun	Stasiun	Indeks Petak Blok (d_k)	Jarak antarstasiun (km)	Kecepatan minimum (km/jam)		Kecepatan maksimum (km/jam)		Waktu tempuh minimum (menit)		Waktu tempuh maksimum (menit)		Waktu tunggu di stasiun (menit)	
				MRT	Eks.	MRT	Eks.	MRT	Eks.	MRT	Eks.	MRT	Eks.
1	Lebak Bulus (LB)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	3
2	Fatmawati (FA)	d_1	7.95	43.36	79.50	53.00	119.25	11	6	9	4	1	0
3	Cipete Raya (CR)	d_2	8.25	38.08	61.88	45.00	82.50	13	8	11	6	1	0
4	Haji Nawiri (HN)	d_3	7.30	43.80	87.60	54.75	146.00	10	5	8	3	1	1
5	Blok A (BA)	d_4	5.25	35.00	78.75	45.00	157.50	9	4	7	2	1	0
6	Blok M (BM)	d_5	6.70	36.55	67.00	44.67	100.50	11	6	9	4	1	0
7	Sisingamangaraja (SI)	d_6	7.25	33.46	54.38	39.55	72.50	13	8	11	6	5	3

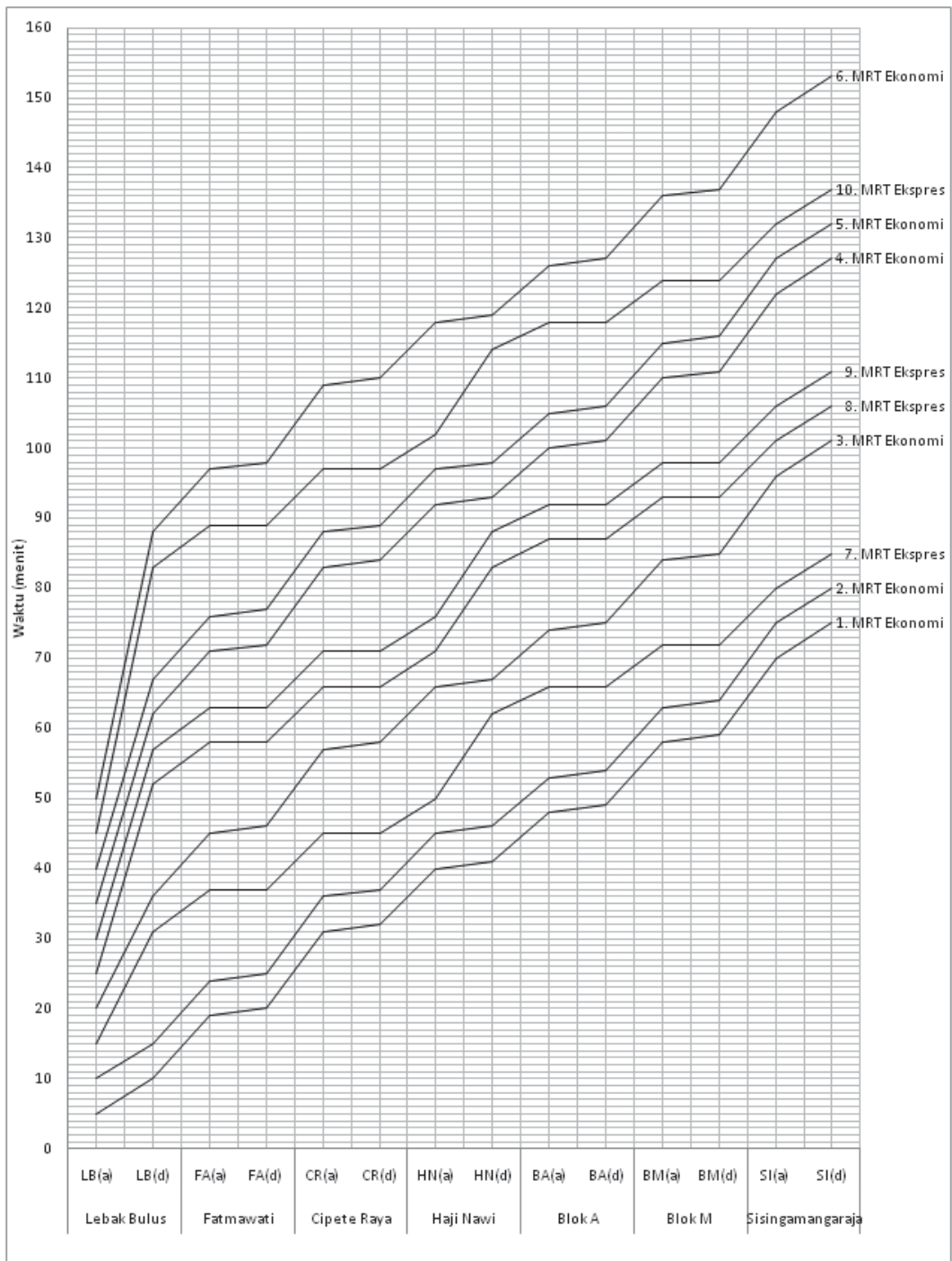
Keterangan: Eko. = MRT Ekonomi, Eks. = MRT Ekspres.



Gambar 1 Ilustrasi perjalanan MRT rute Lebak Bulus-Sisingamangaraja.

Tabel 2 Waktu kedatangan setiap MRT di stasiun pertama

Indeks MRT	Jenis MRT	Waktu Kedatangan (menit ke-)
1	MRT Ekonomi	5
2	MRT Ekonomi	10
3	MRT Ekonomi	20
4	MRT Ekonomi	35
5	MRT Ekonomi	40
6	MRT Ekonomi	50
7	MRT Ekspres	15
8	MRT Ekspres	25
9	MRT Ekspres	30
10	MRT Ekspres	45
11	MRT Ekonomi	5
12	MRT Ekonomi	15
13	MRT Ekonomi	20
14	MRT Ekonomi	30
15	MRT Ekonomi	40
16	MRT Ekspres	10
17	MRT Ekspres	25
18	MRT Ekspres	35



Gambar 2 Diagram ruang waktu dari simulasi penjadwalan MRT dari Lebak Bulus ke Sisingamangaraja yang sudah tidak mengandung konflik.

5 SIMPULAN DAN SARAN

Masalah penjadwalan kereta api merupakan kasus khusus dari masalah penjadwalan *job-shop*, sehingga model masalah penjadwalan kereta api dapat dibentuk dari konsep model masalah penjadwalan *job-shop*. Aturan-aturan umum yang berlaku pada masalah penjadwalan *job-shop* dapat dimodifikasi sesuai aturan-aturan umum yang berlaku pada kasus jalur ganda. Penyelesaian model dengan algoritme *branch and bound* menghasilkan solusi jadwal kereta api yang optimal, yakni tidak terjadinya konflik antarkereta api. Hal tersebut dibuktikan dengan simulasi yang dilakukan pada rute MRT Lebak Bulus-Sisingamangaraja menghasilkan jadwal kereta api yang tidak mengandung konflik. Waktu *delay* akibat akan terjadinya suatu konflik, dapat dikurangi dengan menambahkan kendala yang membatasi nilai *delay* tersebut.

Pemodelan dan simulasi penjadwalan kereta api sebaiknya dilakukan untuk perjalanan MRT secara keseluruhan. Selain itu, agar lebih aplikatif sebaiknya dibuat model penjadwalan MRT yang mempertimbangkan kapasitas MRT dalam mengangkut penumpang dan faktor lain yang bersifat aktual.

PUSTAKA

- [1] Oliveira E, Smith BM. 2000. A job-shop scheduling model for the single-track railway scheduling problem. *Technical Report* University of Leeds 21: 145-160.
- [2] Pham DN. 2008. Complex job shop scheduling: formulations, algorithms and a health care application [tesis]. Fribourg: Faculty of Economics and Social Sciences, University of Fribourg.
- [3] Shukla A. 2010. Single track train scheduling [tesis]. Bombay: Department of Computer Science and Engineering, Indian Institute of Technology.
- [4] Liu SQ, Kozan E. 2009. Scheduling trains as a blocking parallel-machine job shop scheduling problem. *Computers & Operations Research* 36: 2840-2852.
- [5] Higgins A, Kozan E, Ferreira L. 1996. Optimal scheduling of trains on a single line track. *Transportation Research* 30B (2): 147-161.