SIMULASI METODE NUMERIK BEDA-HINGGA UNTUX MENDUGA PENYEBARAN KADAR AIR VOLUMETRIK DAN POTENSIAL AIR TANAH

The Simulation of Numerical Method of Finite Difference for Predicting the Distribution of Volumetric Water and Water Potential

Tamrin Latief[1], **Hermantoro**[2], dan Budi Indra **Setiawan**[3]

ABSTRACT

This paper describes an application of numerical method of finite difference for predicting the distribution of volumetric water (θ) and water potential (Ψ) by using diffusity and conductivity approach. The result of current study showed that the parameters, volumetric water and water potential, correlated reversely. The trend of application of numerical method was similar to that of exact method. The simulation of parameters was not significant. The reliability of models is still needed to test emperically.

Keywords: volumetric water, water potential.

PENDAHULUAN

Air berperan penting dalam pertumbuhan dan perkembangan tanaman. Walaupun didukung dengan penyediaan kondisi lingkungan lain, seperti suhu, cahaya, kelembaban dan lain-lain, pertumbuhan dan perkembangan tanaman tidak akan berjalan seperti yang diharapkan bila tidak didukung oleh penyediaan air yang sesuai.

Secara lebih spesifik, fungsi air bagi tanaman adalah untuk pelarut bahan-bahan organik dan anorganik; sebagai komponen protoplasma; untuk pereaksi dalam proses sintesis dan hidrolisis; untuk memantapkan tekanan turgor; untuk pembelahan dan pembesaran sel-sel; untuk mengangkut nutrisi dari akar tanaman ke bagian tanaman lainnya; dan untuk mengatur suhu tanah dan tanaman.

Tanah terdiri dari tiga fase penyusun, yaitu fase padat (partikel tanah), fase cair atau larutan tanan (air dan zat terlarut lainnya), dan fase gas berupa udara (Hillel, 1973). Di dalam tanah air merupakan lapisan tipis (film) yang berada dalam ruang pori diantara partikel tanah. Pada

[1] Staf Pengajar Jurusan Teknologi Pertanian Fakultas Pertanian, UNSRI
[2] Staf Pengajar Jurusan Teknologi Pertanian Fakultas Pertanian, STIPER-YOGYA
[3] Staf Pengajar Jurusan Teknik Pertanian Fakultas Teknologi Pertanian, IPB

keadaan jenuh air, semua ruang pori tanah terisi oleh air. Pada saat pengeringan atau terjadi evapotranspirasi bagian ruang pori yang diisi oleh air berangsur-angsur digantikan oleh udara, sejalan dengan pengurangan kadar air dalam tanah.

Konsep aliran air di dalam tanah melalui tanaman ke atmosfer dikenal dengan istilah Soil-Plant-Atmosphere Continum (SPAC). Aliran air tersebut melalui dua interface (antar muka), yakni interface tanah (termasuk lengas) dengan tanaman dan interface tanaman dengan atmosfer. Aliran air di dalam tanah tidak jenuh akan sangat dipengaruhi oleh penyebaran dan beda potensial air dalam tanah. Dalam hubungannya dengan aliran air dalam tanah dan tanaman, potensial air merupakan pernyataan keberadaan air yang lebih sesuai dibandingkan dengan lainnya, misalnya kadar air tanah. Hal ini disebabkan semua aliran air merupakan konsekuensi dari gradien potensial. Sebagai aliran yang kontinyu, laju aliran air juga dipengaruhi oleh laju penyerapan air dari tanah oleh tanaman, serta dari tanaman melalui jaringan tanaman dan stomata ke atmosfer.

Beda potensial ataupun gradien potensial dari suatu sistem ke sistem lainnya merupakan daya dorong dalam aliran air. Walaupun aliran air tersebut kontinyu, aliran tersebut tidak harus berlangsung terus-menerus karena laju aliran akan mengalami resitensi pada interface tanah-akar tanaman, antara jaringan dalarn tanaman, dan tanaman-atmosfer.

Penyebaran potensial air penting dipelajari terutama untuk lebih memahami aliran air maupun larutan dalam Soil-Plant-Atmosphere-Continum. Pendugaan penyebaran potensial air di dalam tanah sangat sulit. Dibutuhkan banyak waktu dan biaya bila dilakukan pengamatan langsung, serta dikhawatirkan akan mengganggu keadaan alami dari sistem yang ada bila menggunakan alat. Oleh karena itu pendekatan secara numerik merupakan alternatif lain yang mungkin dapat diandalkan (Setiawan, 1994).

Pada paper ini dikemukakan pendugaan kadar air volumetrik dan potensial air yang didasarkan pada fenomena di lapangan serta simulasinya dengan menggunakan pendekatan numerik beda hingga (finite difference).

PENDEKATAN ALIRAN AIR DALAM SISTEM TANAH

Aliran air dalam sistem tanah adalah gabungan air yang bergerak di taNah (mikro dan makro pori) dan yang mengalir ke permukaan akar (temu muka tanah-akar). Situasinya di lapangan merupakan pergerakan aliran air secara radial. Untuk mensimulasi situasi ini didekati dengan pergerakan air secara horizontal dan vertikal.

Sebelum sampai kepada pemahaman pendeketan tersebut di atas, perlu dimengerti terlebih dahulu beberapa karakteristik air tanah, seperti kadar air volumetrik (θ), potensial air (Y), fluks air (q), difusivitas air, konduktivitas air, (K), dan kapasitas spesifik air (C).

Potensial air merupakan pernyataan keberadaan air yang lebih sesuai bila dibandingkan dengan yang lainnya, seperti keadaan air tanah. Kadar air volumetrik merupakan fungsi potensial air. Hubungan kedua variabel ini dikenal dengan hubungan kurva retensi air tanah (water retention curve in soil). Hubungan antara kadar air volumetrik dan potensial air dinyatakan oleh Van Genuchten melalui persamaan (1).

$$\theta(\Psi) = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{\left[1 + \left\{\frac{|\Psi|}{\alpha}\right\}^n\right]^m} \quad (1)$$

dimana:
θ = kadar air volumetrik (cm^3/cm^3)
Ψ = potensial air cm H_2O
8s = kadar air volumetrik jenuh (cm^3/cm^3)
θ_r = kadar air volumetrik sisa (cm^3/cm^3)
a, n, m = konstanta jenis tanah

Konstanta untuk melalukan air dikenal dikenal dengan konduktivitas hidrolika (K). Konduktivitas hidrolika tanah tidak jenuh air merupakan fungsi kadar air volumetrik. Adapun hubungan tersebut dinyatakan oleh Setiawan (1993) sebagai berikut,

$$k(\theta) = k_s Exp\left\{-a(\theta_s - \theta)^b\right\} \ldots (2)$$

dimana:
K = konduktivitas hidrolika (cmldetik)
Ks = konduktivitas hidrolika jenuh (cmldetik)
a,b = konstanta untuk fitting

Karakteristik air tanah lain, yaitu kapasitas spesifik air dan difusivitas. Kapasitas spesifik air diturunkan dari hubungan kadar air volumetrik dengan potensial (persamaan 1). Adapun hasil penurunan tersebut adalah seperti persamaan (3).

Sedangkan difusitas hidrolik merupakan rasio kondukstivitas hidrolik dengan kapasitas spesifik air, yaitu mengikuti persamaan berikut,

$$D = \frac{K}{C} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

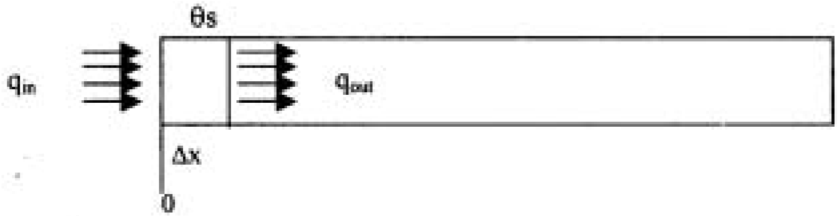
Air tanah mengandung energi dalam bentuk dan jumlah yang berbeda. Energi tersebut, yaitu energi potensial dan energi kinetik. Oleh karena gerakan air di dalam tanah relatif pelan dan energi kinetik merupakan kuadrat dari kecepatan, maka, umumnya energi kinetik aliran air di dalam tanah sangat kecil atau dianggap tidak ada. Sebaliknya energi potensial yang menunjukkan kedudukan dan kondisi internal menjadi sangat penting dalam hal kedudukan dan aliran air dalam tanah (Hillel, 1973). Adanya perbedaan potensial energi di tempat yang berbeda di dalam tanah menyebabkan adanya kecenderungan aliran air. Aliran air pada umumnya berasal dari tempat dengan potensial tinggi ke tempat dengan potensial rendah

Pada kondisi tekanan hidrostatik lebih besar dari tekanan atmosfer, portensial air tanah lebih besar dari tekanan pada titik acuan, dan disebut tekanan positif. Sedangkan pada keadaan tidak jenuh air, tanah ditahan oleh gaya kapiler dan adsobrsi, maka umumnya disebut potensial negatif.

$$C = -m(\theta_s - \theta_r)\left\{1 + \left(\frac{\psi}{\alpha}\right)^n\right\}^{-m-1} n\left(\frac{\psi}{\alpha}\right)^{n-1} \quad (3)$$

dimana C = kapasitas spesifik (1/cm)

Pendekatan difusitas pada lapisan tipis tanah yang diasumsikan terjadi gerakan air ke arah horisontal adalah sebagai berikut,



Pada prinsipnya pendekatan difusivitas di atas sama dengan pendekatan konduktivitas, yaitu hanya mensubstitusikan ψ dan WC ke dalam persamaan 10. Dimana WC = D, sehingga persamaan 10 berubah menjadi persamaan 11.

$$-\frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (5)$$

$$\Delta\theta = -\frac{qout - qin}{\Delta x} . At \quad (6)$$

$$qx = -D(\theta)\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{qout - qin}{\Delta x} = -\frac{\Delta\theta}{At} \quad (8)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} = -\left\{\frac{\partial\left(-D(\theta).\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)}{\partial x}\right\} \quad (9)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D(\theta).\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right) = \frac{\partial D(\theta)}{\partial x}\frac{\partial\Psi}{\partial x} + D(\theta)\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$C.\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{\partial k(\Psi)}{\partial x}.\frac{\partial\Psi}{\partial x} + k(\Psi)\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \quad (11)$$

PEMECAHAN MODEL DENGAN METODE NUMERIK

Pemecahan model matematik pendekatan difusivitas dan konduktivitas dengan metode numerik beda hingga adalah sebagai berikut :

1. Pendekatan difusivitas (D) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial D(\theta)}{\partial x}\frac{\partial \theta}{\partial x} + D(\theta)\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \text{...} (12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta_i^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial D(\theta)}{\partial x} = \frac{D(\theta)_{i+1}^t - D(\theta)_{i-1}^t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\theta_{i+1}^t - \theta_{i-1}^t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\theta_{i+1}^t - 2\theta_i^t + \theta_{i-1}^t}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\theta_i^{t+1} - \theta_i^t}{\Delta t} = \frac{D_{i+1}^t - D_{i-1}^t}{2\Delta x}\,\frac{\theta_{i+1}^t - \theta_{i-1}^t}{2\Delta x} + D_i\,\frac{\theta_{i+1}^t - 2\theta_i^t + \theta_{i-1}^t}{\Delta x^2}$$

$$\theta_i^{t+\Delta t} = \left\{\frac{1}{2\Delta x}\left(D_{i+1}^t - D_{i-1}^t\right)\frac{1}{2\Delta x}\left(\theta_{i+1}^t - \theta_{i-1}^t\right) + \frac{1}{\Delta x^2}\left(D_i^t\left(\theta_{i+1}^t - 2\theta_i^t + \theta_{i-1}^t\right)\right)\right\}\Delta t + \theta_i^t$$

$$\theta_i^{t+\Delta t} = \left\{\frac{1}{4\Delta x^2}\left(D_{i+1}^t - D_{i-1}^t\right)\left(\theta_{i+1}^t - \theta_{i-1}^t\right) + \frac{1}{\Delta x^2}\left(D_i^t\left(\theta_{i+1}^t - 2\theta_i^t + \theta_{i-1}^t\right)\right)\right\}\Delta t + \theta_i^t$$

$$A = (D_{i+1}^t - D_{i-1}^t)\frac{\Delta t}{(2\Delta x)^2}$$

$$B = D_i^t\,\frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

$$\theta_i^t = (A - B)\theta_{i-1}^t + (1 - 2B)\theta_i^t + (B + A)\theta_{i+1}^t$$

adapun..kondisi..batasnya. :

$$\theta(0,t) = 0{,}8;\ \theta(x_{max}, t) = 0{,}65 \Rightarrow 0 < t < x_{max}$$

2. Pendekatan kondukstivitas (K)

$$C\frac{\partial \psi}{\partial t}=\frac{\partial k}{\partial x}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial x}+k\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\quad\text{.........(13)}$$

$$C\frac{\partial \psi}{\partial t}=C\frac{\psi_i^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial k}{\partial x}=\frac{k_{i+1}-k_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}=\frac{\psi_{i+1}-\psi_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}=\frac{\psi_{i+1}-\psi_i+\psi_{i-1}}{\Delta x^2}$$

$$C\frac{\partial \psi}{\partial t}=\left(\frac{k_{i+1}-k_{k-1}}{2\Delta x}\right)\left(\frac{\psi_{i+1}-\psi_{i-1}}{2\Delta x}\right)+k\left(\frac{\psi_{i+1}-\psi_i+\psi_{i-1}}{\Delta x^2}\right)$$

$$\psi_i^{t+\Delta t}-\psi_i^t=\left[\frac{\Delta t}{4\Delta x^2 C}(k_{i+1}-k_{i-1})(\psi_{i+1}-\psi_{i-1})+\frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C}(\psi_{i+1}-2\psi_i+\psi_{i-1})\right]\Delta t$$

$$\psi_i^{t+\Delta t}=\left[\frac{\Delta t}{4\Delta x^2 C}(k_{i+1}-k_{i-1})(\psi_{i+1}-\psi_{i-1})+\frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C}(\psi_{i+1}-2\psi_i+\psi_{i-1})\right]\Delta t+\psi_i^t$$

$$A=\frac{\Delta t}{4\Delta x^2 C}(k_{i+1}-k_{i-1})$$

$$B=\frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C}$$

$$\psi_i^{t+\Delta t}=(A+B)\psi_{i+1}+(1-2B)\psi_i+(B-A)\psi_{i-1}$$

Adapun kondisi batasnya

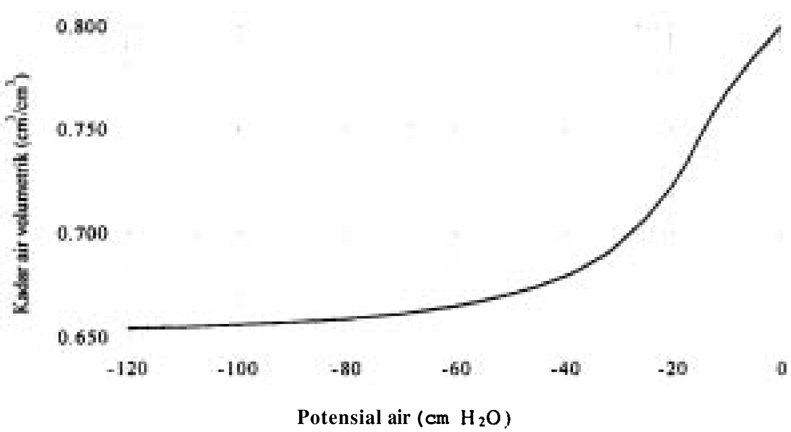
$$(\psi(0,t)=0),(\psi(x_{max},t)=120)\Rightarrow 0<t<x_{max}$$

Untuk keperluan simulasi, pada kedua pendekatan tersebut di atas dikurangi dengan besarnya nilai evapotranspirasi (q). Dan kondisi air tanah di lapang adalah: kadar air volumetrik sisa (residual) = 0,65 cm^3/cm^3; kadar air volumetrik saturasi = *0,8* cm^3/cm^3; Konduktivitas saturasi = *0,002* cm/detik; a = 4437; b=3.15; alpha = 18.7; n = 2; m = *0.95*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hubungan kadar air volumetrik dengan potensial air secara analitik (exact) dapat dilihat pada Gambar 1. Dari kurva tersebut nampak bahwa pada kisaran nilai potensial kecil (0 – 50 cm H_2O) terjadi penurunan kadar air yang tajam, dan selanjutnya cenderung menjadi landai dan kemudian mendekati nilai kadar air residu (konstan).

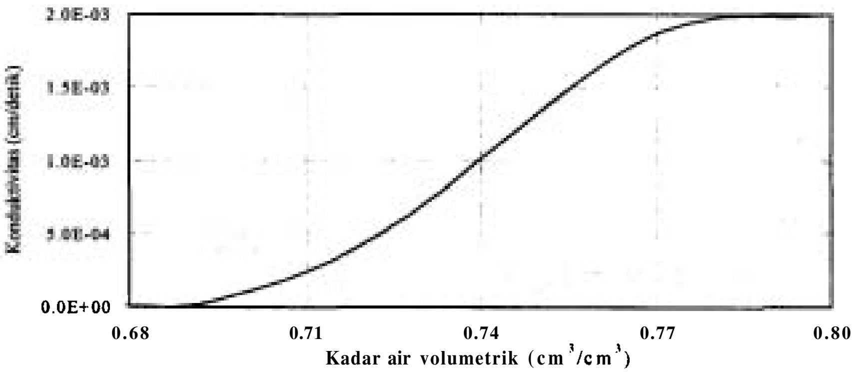
Pada Gambar 3 terlihat kurva konduktivitas (K) dan difusifitas air (D) mempunyai kecenderungan yang sama. Dari nilai potensial air 0-10 cm H_2O, ke dua variabel naik secara tajam (terutama K), dan mencapai maksimum pada potensial air sekitar 12 cm H_2O. Selanjutnya menurun. Kurva divusifitas lebih dahulu mendekati nol (pada potensial air 30 cm H_2O). Sedangkan kurva konduktivitas kemudian (pada potensial air sekitar 100 cm H_2O).



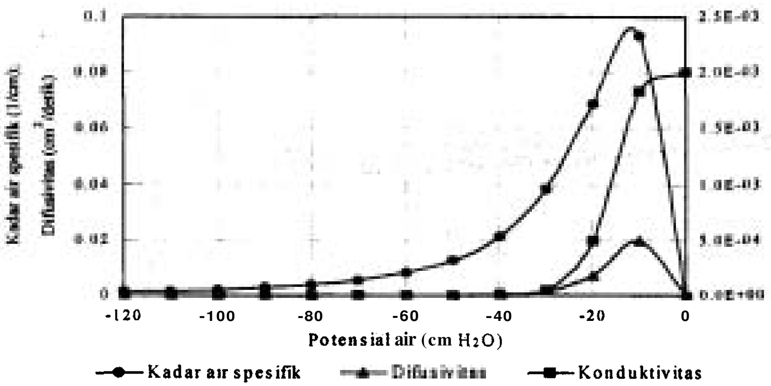
Garnbar 1. Kurva retensi air tanah

Kurva konduktivitas (K) fungsi kadar air volumetrik dapat dilihat pada Gambar 2. Dari gambar tersebut terlihat bahwa pada nilai kadar air volumetrik residu, yakni 0,65 konduktivitas tanah akan mendekati nol, kemudian akan meningkat dengan tajam sejalan dengan peningkatan kadar air mencapai kurang lebih 0,775 dan akhirnya akan sama dengan 0,002 pada keadaan jenuh air.

Hasil analisis numerik beda hingga (finite difference) menunjukkan kecenderungan seperti pada Gambar 4 – 5, sedangkan data selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 1 sampai 6. Dari kurva yang dihasilkan dapat dikemukakan bahwa keberlakuan dari analisis numerik beda hingga (finite difference) yang didasarkan pada nilai D, kadar air tanah volumetrik sangat tergantung pada kondisi kadar



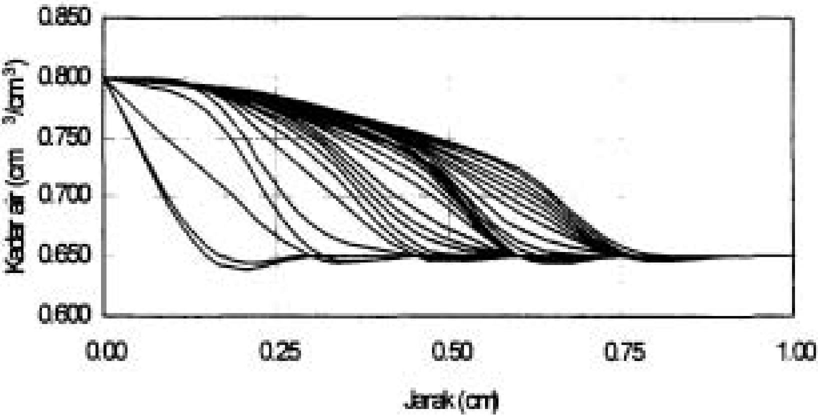
Gambar 2. **Kurva** konduktivitas **tanah** fungsi kadar air volumetrik



Gambar 3. Kurva karakteristik air **tanah** fungsi potensial air

air **tanah.** Pada **analisis** ini digunakan 0.8 cm^3/ cm^3 untuk kadar air volumetrik jenuh dan 0.65 cm^3/ cm^3 untuk kadar air volumetrik residu. Sedangkan **analisis** potensial air yang didasarkan pada nilai konduktivitas (K), keberlakuannya dibatasi oleh kondisi awal pada saat **tanah** dalam keadaan kering, yaitu potensial air **tanah** sama dengan 120 cm H_2O dan jenuh, potensial air **tanah** sama dengan 0 cm H_2O.

Pada kurva kadar air volumetrik fungsi **jarak** terlihat bahwa pada **waktu-waktu** awal kurva **menurun** tajam kemudian melandai dan selanjutnya stabil. **Dengan melakukan** simulasi terjadinya **evapotranspirasi** sebesar 0.001 cm^3/ cm^3 melalui **hisapan** akar **tanaman menyebabkan** kadar air **tanaman turun** dan **memperlihatkan** kecenderungan grafik yang **menurun** lebih tajam.

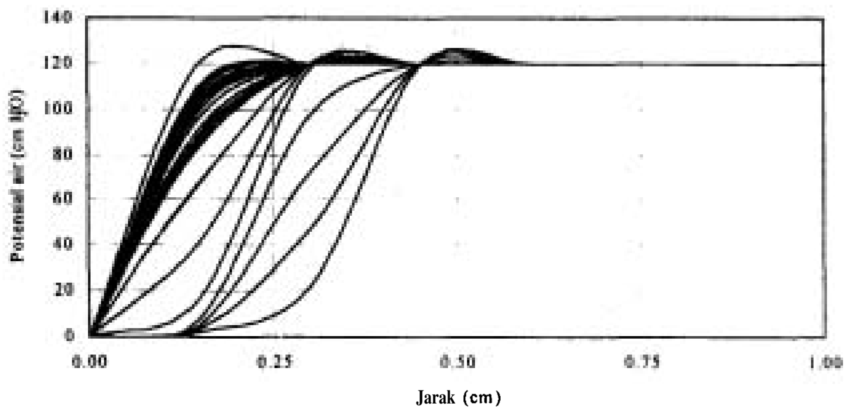


Gambar 4. Kurva kadar air volumetrik fungsi jarak

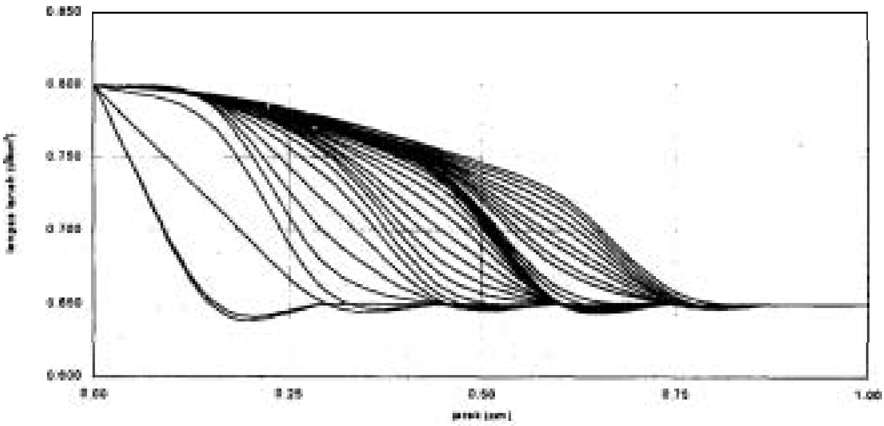
Sedangkan pada kurva potensial air mempunyai kecenderungan yang serupa dengan kadar air tetapi arah kurvanya terbalik. Hal ini sesuai dengan hubungan antara kadar air dan potensial air yang dikemukakan sebelumnya.

Demikian juga kecenderungan kurva pada simulasi evapotranspirasi dan simulasi potensial air (Gambar 6 dan 7). Keduanya tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan dengan kurva hasil analisis masing-masing. Hal ini dikarenakan perubahan yang disimulasikan kecil sekali.

Untuk menguji keberlakukan dari dua model numerik tersebut dilakukan verifikasi hasil keluaran dari masing-masing model (Tabel 1). Verikasi dilakukan terhadap kadar air volumetrik tanah dari dua model pada

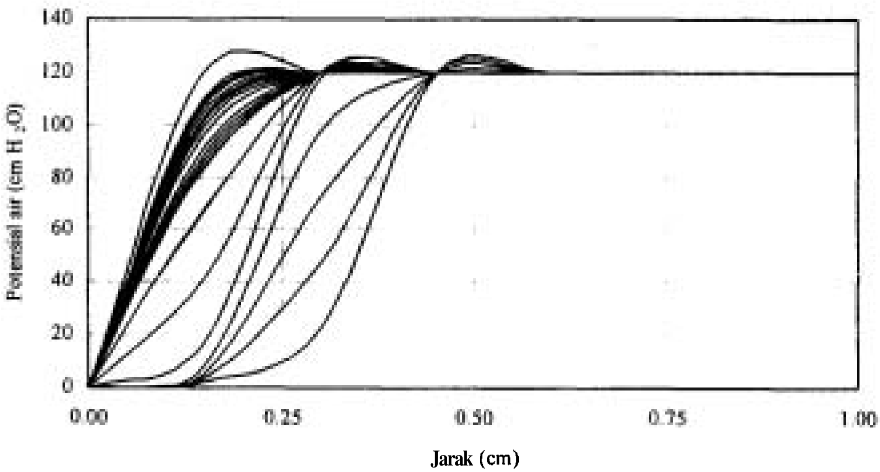


Gambar 5. Kurva potensial air tanah fungsi jarak



Gambar 6. Kurva kadar air volumetrik dengan simulasi evapotranspirasi

saat waktu dan jarak yang sama, setelah terlebih dahulu melakukan konversi dari potensial air tanah (model II) ke bentuk kadar air volumetrik tanah. Hasil verifikasi menunjukkan bahwa terjadi perbedaan antara kadar air volumetrik tanah pada model 1 dan model 2. Perbedaan kadar air tanah tersebut meningkat mulai dari waktu awal (t=0) sampai mencapai maksimum pada waktu 11.110 detik, kemudian perbedaan kadar air tanah menurun mencapai minimal pada 44 detik, dimana kondisi tanah hampir mencapai tingkat jenuh.



Gambar 7. Kurva potensial air dengan simulasi