



TRANSFORMASI KOORDINAT DAN GEOMETRI WORMHOLE PADA RUANG-WAKTU REISSNER- NORDSTRÖM 4+1 DIMENSI

ZAKY VEBRIAN



**DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Transformasi Koordinat dan Geometri Wormhole pada Ruang-Waktu Reissner-Nordström 4+1 Dimensi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Oktober 2026

Zaky Vebrian
G7401221061



ABSTRAK

ZAKY VEBRIAN. Transformasi Koordinat dan Geometri Wormhole pada Ruang-Waktu Reissner-Nordström 4+1 Dimensi. Dibimbing oleh HUSIN ALATAS dan FAOZAN.

Solusi Reissner–Nordström merupakan solusi medan Einstein yang merepresentasikan ruang-waktu di sekitar benda bermassa dan bermuatan listrik serta memiliki struktur geometri lebih kompleks dibandingkan solusi Schwarzschild. Penelitian ini bertujuan menentukan transformasi koordinat dari koordinat statik ke koordinat Eddington–Finkelstein dan koordinat sejenis Kruskal pada solusi Reissner–Nordström 4+1 dimensi kasus subekstremal, serta pada kasus ekstremal tanpa transformasi koordinat Kruskal, dan menentukan fungsi penyematan untuk memvisualisasikan geometri *throat* yang dikenal sebagai *wormhole*. Penelitian dilakukan secara analitik dengan menurunkan transformasi koordinat dan fungsi penyematan berdasarkan metrik Reissner–Nordström 4+1 dimensi. Integrasi numerik menggunakan Python pada Google Colab diterapkan apabila fungsi penyematan tidak memiliki antiturunan analitik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa koordinat Eddington–Finkelstein menghilangkan singularitas koordinat pada salah satu jenis lintasan null, sedangkan koordinat sejenis Kruskal menghasilkan dua bentuk metrik berdasarkan horizon luar dan horizon dalam. Selain itu, fungsi penyematan berhasil diperoleh sehingga visualisasi menunjukkan geometri *wormhole* dengan karakteristik tiga lapisan *throat* pada kasus subekstremal dan ekstremal. Hasil penelitian ini memperkaya kajian geometri ruang-waktu berdimensi lebih tinggi melalui representasi koordinat dan visualisasi geometri *wormhole*.

Kata kunci: fungsi penyematan, koordinat Eddington–Finkelstein, koordinat sejenis Kruskal, Reissner–Nordström 4+1 dimensi, *wormhole*.

ABSTRACT

ZAKY VEBRIAN. Coordinate Transformations and Wormhole Geometry in 4+1 Dimension Reissner-Nordström Spacetime. Supervised by HUSIN ALATAS and FAOZAN.

The Reissner–Nordström solution is an exact solution of the Einstein field equations that represents spacetime around a massive and electrically charged object and has a more complex geometric structure than the Schwarzschild solution. This study aims to determine coordinate transformations from static coordinates to Eddington–Finkelstein and Kruskal-like coordinates for the subextremal 4+1-dimensional Reissner–Nordström solution, as well as for the extremal case without applying the Kruskal coordinate transformation, and to determine embedding functions for visualizing the throat geometry, commonly referred to as a *wormhole*. The study employs an analytical approach by deriving coordinate transformations and embedding functions from the 4+1-dimensional Reissner–Nordström metric. Numerical integration using Python in Google Colab is employed when the embedding functions do not have analytical antiderivatives. The results show that



Eddington–Finkelstein coordinates remove the coordinate singularity for one type of null trajectory, while Kruskal-like coordinates yield two metric forms associated with the outer and inner horizons. The embedding functions are also obtained, and the resulting visualizations exhibit *wormhole* geometries characterized by three throat layers in both subextremal and extremal cases. These results contribute to the study of higher-dimensional spacetime geometry through coordinate representations and *wormhole* visualizations.

Keywords: 4+1-dimensional Reissner–Nordström, Eddington–Finkelstein coordinates, embedding function, Kruskal-like coordinates, wormhole.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



TRANSFORMASI KOORDINAT DAN GEOMETRI WORMHOLE PADA RUANG-WAKTU REISSNER- NORDSTRÖM 4+1 DIMENSI

ZAKY VEBRIAN

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana pada
Program Studi Fisika

**DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

- 1 Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata, S.Si., M.Si.
- 2 Annisa Tsalsabila, S.Si., M.Si.



Judul Skripsi : Transformasi Koordinat dan Geometri Wormhole pada Ruang-
Waktu Reissner-Nordström 4+1 Dimensi

Nama : Zaky Vebrian
NIM : G7401221061

@Hak cipta milik IPB University

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si.

Pembimbing 2:
Dr. Faozan, S.Si., M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Fisika:
Dr. Ir. Irmansyah, M.Si.
NIP. 196809161994031001





@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahu wa Ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Januari 2026 sampai bulan Juli 2026 ini ialah Relativitas Umum, dengan judul “Transformasi Koordinat dan Geometri Wormhole pada Ruang-Waktu Reissner-Nordström 4+1 Dimensi”.

Tidak lupa tentunya penulis mengucapkan terima kasih kepada para dosen pembimbing, Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si. dan Dr. Faozan, S.Si., M.Si., yang telah membimbing dan banyak memberi saran. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada pembimbing akademik, moderator seminar, dan penguji luar komisi pembimbing. Di samping itu, penghargaan penulis sampaikan kepada Departemen Fisika, bapak/ibu beserta staf Laboratorium Fisika Teori, serta rekan-rekan satu bimbingan tugas akhir dan rekan terdekat yang telah membantu selama pengumpulan data. Ungkapan terima kasih juga disampaikan kepada ayah, ibu, serta seluruh keluarga yang telah memberikan dukungan, doa, dan kasih sayangnya.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Oktober 2026

Zaky Vebrian



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

DAFTAR ISI

PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xi
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
1.5 Ruang Lingkup	4
II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Dasar-dasar Relativitas Umum	5
2.2 Solusi Eksak Persamaan Medan Einstein	6
2.3 Struktur Singularitas dan Transformasi Koordinat	9
2.4 Diagram Penyelesaian (<i>Embedding Diagram</i>)	16
III METODE	21
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	21
3.2 Alat dan Bahan	21
3.3 Prosedur Kerja	21
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Solusi Reissner-Nordström 4+1 Dimensi	23
4.2 Transformasi Koordinat	25
4.3 Fungsi Penyelesaian dan Geometri Throat	30
V SIMPULAN DAN SARAN	39
5.1 Simpulan	39
5.2 Saran	39
DAFTAR PUSTAKA	40
LAMPIRAN	41
RIWAYAT HIDUP	70

DAFTAR GAMBAR

1	Gambar 1 Kerucut cahaya (<i>lightcone</i>) dari metrik Schwarzschild 3+1 dimensi pada koordinat Eddington–Finkelstein, baik <i>ingoing</i> maupun <i>outgoing</i> (Hobson <i>et al.</i> 2006)	14
2	Gambar 2 Kerucut cahaya (<i>lightcone</i>) dari metrik Reissner-Nordström 3+1 dimensi pada koordinat Eddington–Finkelstein, baik <i>ingoing</i> maupun <i>outgoing</i> (Hobson <i>et al.</i> 2006)	14
3	Gambar 3 Kurva permukaan (<i>ct</i> bernilai tetap dan $\theta = \pi/2$) dari metrik Schwarzschild 3+1 dimensi yang menyerupai semacam <i>throat</i> . Sumbu <i>z</i> dapat dibayangkan dengan suatu garis lurus yang menembus penampang melintang <i>throat</i> secara tegak lurus (Plebański dan Krasiński 2006)	17
4	Gambar 4 Kurva permukaan <i>throat</i> (<i>ct</i> bernilai tetap dan $\theta = \pi/2$) dari metrik Reissner-Nordström 3+1 dimensi kasus subekstremal untuk $\rho \geq \rho_+$ (paling luar), jika dibandingkan dengan kurva permukaan dari metrik Schwarzschild 3+1 dimensi (paling dalam). Perbandingan dilakukan pada penampang membujurnya (<i>longitudinal section</i>) dan dengan parameter massa (<i>M</i>) yang sama (Plebański dan Krasiński 2006)	18
5	Gambar 5 Kurva permukaan <i>throat</i> dari metrik Reissner-Nordström 3+1 dimensi kasus subekstremal untuk $q^2/\rho_s \leq \rho \leq \rho_-$ (gambar kiri) dan $\rho < q^2/\rho_s$ (gambar kanan) (Plebański dan Krasiński 2006)	19
6	Gambar 6 Kurva permukaan <i>throat</i> dari metrik Reissner-Nordström 3+1 dimensi kasus ekstremal untuk $\rho \geq \rho_e$ (gambar kiri) serta untuk $\rho_e/2 \leq \rho < \rho_e$ dan $\rho < \rho_e/2$ (gambar kanan) (Plebański dan Krasiński 2006)	20
7	Gambar 7 Ilustrasi tiga dimensi dari <i>wormhole</i> Reissner-Nordström 4+1 dimensi kasus subekstremal, dengan delapan variasi nilai horizon yang berbeda. Diketahui tetapan <i>a</i> dan <i>b</i> pada setiap gambar masing-masing mewakili nilai horizon dalam (ρ_-) dan horizon luar (ρ_+)	34
8	Gambar 8 Ilustrasi tiga dimensi dari <i>wormhole</i> Reissner-Nordström 4+1 dimensi kasus ekstremal, dengan delapan variasi nilai horizon yang berbeda. Diketahui tetapan <i>c</i> pada setiap gambar mewakili nilai horizon degenerat (ρ_e)	38

DAFTAR TABEL

9	Tabel 1 Komponen simbol Christoffel yang tidak bernilai nol	44
10	Tabel 2 Komponen kovarian tensor Riemann yang tidak bernilai nol	45
11	Tabel 3 Komponen kontravarian tensor Riemann yang tidak bernilai nol	46

DAFTAR LAMPIRAN

12	Lampiran 1 Bagan alir penelitian	42
13	Lampiran 1 Transformasi metrik Minkowski 4+1 dimensi dari sistem koordinat Cartesius ke sistem koordinat bola	43

14	Lampiran 3 Perhitungan skalar Kretschmann dari metrik Reissner-Nordström 4+1 dimensi, baik kasus subekstremal maupun kasus ekstremal	44
15	Lampiran 4 Penurunan rumus koordinat tortoise	51
16	Lampiran 5 Perhitungan gravitasi permukaan dari solusi Reissner-Nordström 4+1 dimensi kasus subekstremal	53
17	Lampiran 6 Perhitungan transformasi koordinat dari koordinat statik $(ct, r, \alpha, \theta, \phi)$ ke koordinat Eddington–Finkelstein $(v, r, \alpha, \theta, \phi)$ dan $(u, r, \alpha, \theta, \phi)$	58
18	Lampiran 7 Pemrograman visualisasi geometri <i>wormhole</i> pada metrik Reissner-Nordström 4+1 dimensi untuk kasus subekstremal dan ekstremal	60
19	Lampiran 8 Antiturunan dari $dz/d\rho$ untuk Persamaan (42)	67