

# ANALISIS DINAMIKA SISTEM DEFLEKSI FOTON DI SEKITAR LUBANG HITAM KERR 4+1 DIMENSI

MOHAMAD KELFIANA



DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026



## PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Dinamika Sistem Defleksi Foton di sekitar Lubang Hitam Kerr 4+1 Dimensi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2026

Mohamad Kelfiana  
G7401221034

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

## ABSTRAK

MOHAMAD KELFIANA. Analisis Dinamika Sistem Defleksi Foton di sekitar Lubang Hitam Kerr 4+1 Dimensi. Dibimbing oleh HUSIN ALATAS dan HENDRADI HARDHIENATA.

Dekfleksi foton di sekitar lubang hitam berotasi dipengaruhi oleh struktur geodesik *null* dan parameter rotasi ruang-waktu. Penelitian ini bertujuan menganalisis titik kritis, kestabilan orbit, dan karakteristik defleksi foton di sekitar lubang hitam Kerr 4+1 dimensi melalui pendekatan dinamika sistem. Analisis dilakukan pada lintasan bidang ekuator dengan menurunkan Lagrangian geodesik dari metrik Kerr 4+1 dimensi, memperoleh persamaan geodesik dan persamaan orbit. Selanjutnya, dilakukan transformasi koordinat radial ke variabel  $u = 1/r$ . Persamaan orbit diformulasikan sebagai sistem dinamika dua dimensi dengan variabel  $u$  dan  $du/d\phi$ . Titik kritis ditentukan dari akar persamaan orbit, sedangkan kestabilannya dianalisis melalui linearisasi matriks Jacobian, nilai eigen, dan vektor eigen untuk variasi parameter rotasi  $a = 0,1; 0,5; \text{ dan } 0,9$ . Hasil penelitian menunjukkan adanya dua cabang titik kritis yang disebut *Equatorial Circular Photon Orbit* (ECPO), yaitu  $u_+$  dan  $u_-$ . Titik kritis tersebut berkaitan dengan ECPO searah dan ECPO berlawanan arah rotasi lubang hitam. Seluruh titik kritis memiliki pasangan nilai eigen berlawanan tanda sehingga bersifat tidak stabil dan membentuk struktur *saddle point*. Peningkatan parameter rotasi menyebabkan pemisahan kedua cabang ECPO semakin jelas dan mengubah kedekatan orbit terhadap *event horizon*. Hasil ini menunjukkan bahwa pendekatan dinamika sistem efektif untuk menjelaskan kestabilan dan struktur defleksi foton pada ruang-waktu Kerr 4+1 dimensi.

Kata kunci: defleksi foton, dinamika sistem, ECPO, Kerr 4+1 dimensi, orbit foton, titik kritis.

## ABSTRACT

MOHAMAD KELFIANA. *Dynamical System Analysis of Photon Deflection around a Kerr 4+1 Dimensional Black Hole. Supervised by HUSIN ALATAS and HENDRADI HARDHIENATA.*

*Photon deflection around a rotating black hole is influenced by the structure of null geodesics and the rotational parameter of spacetime. This study aims to analyze the critical points, orbital stability, and photon deflection characteristics around a Kerr 4+1 dimensional black hole using a dynamical systems approach. The analysis is carried out on equatorial trajectories by deriving the geodesic equations and orbital equations, and transforming the radial coordinate into the variable  $u = 1/r$ . The orbital equation is then formulated as a two-dimensional dynamical system with the variables  $u$  and  $du/d\phi$ . The critical points are determined from the roots of the orbital equation, while their stability is analyzed through Jacobian matrix linearization, eigenvalues, eigenvectors, and phase diagrams for rotational parameter variations  $a = 0,1; 0,5; \text{ and } 0,9$ . The result show the existence of two critical-point branches, referred to as *Equatorial**



*Circular Photon Orbit (ECPO) namely  $u_+$  and  $u_-$ . Which are associated with ECPO co-rotating and counter-rotating with the black hole. All critical points have eigenvalue pairs with opposite signs, indicating unstable behavior and forming saddle-point structures. Increasing the rotational parameter causes the separation between the two ECPO branches to become more distinct and changes their proximity to the event horizon. These results show that the dynamical systems approach is effective for explaining stability and photon deflection structures in Kerr 4+1 dimensional spacetime.*

**Keywords:** *critical point, dynamical systems, ECPO, Kerr 4+1 dimensional black hole, photon deflection, photon orbit.*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026<sup>1</sup>  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.*

# **ANALISIS DINAMIKA SISTEM DEFLEKSI FOTON DI SEKITAR LUBANG HITAM KERR 4+1 DIMENSI**

**MOHAMAD KELFIANA**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana pada  
Program Studi Fisika

**DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026**



### @Hak cipta milik IPB University

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

- 1 Dr. Faozan, S.Si., M.Si.
- 2 Nur Aisyah Nuzulia, S.Si., M.Si.



## @Hak cipta milik IPB University

### Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Analisis Dinamika Sistem Defleksi Foton di sekitar Lubang  
Hitam Kerr 4+1 Dimensi  
Nama : Mohamad Kelfiana  
NIM : G7401221034

@Hak Cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si.  
NIP. 197106041998021001

Pembimbing 2:

Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata, S.Si., M.Si.  
NIP. 198301142008121001

Diketahui oleh

Ketua Departemen Fisika:  
Dr. Ir. Irmansyah, M.Si.  
NIP. 196809161994031001

Tanggal Ujian: 10 Agustus 2026

Tanggal Lulus:



## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga usulan penelitian dengan judul “Analisis Dinamika Sistem Defleksi Foton di sekitar Lubang Hitam Kerr 4+1 Dimensi” sebagai salah satu syarat melaksanakan penelitian di Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor.

Terima kasih penulis ucapkan kepada para pembimbing yaitu Prof. Dr. Husin Alatas, S.Si., M.Si. dan Dr.rer.nat. Hendradi Hardhienata, S.Si., M.Si. yang telah membimbing dan banyak memberi saran. Ungkapan terima kasih juga disampaikan kepada ayah, ibu, serta seluruh keluarga yang telah memberi dukungan, doa, dan semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan usulan penelitian ini. Selain itu, terima kasih kepada teman-teman IPB angkatan 59 serta seluruh civitas akademika Fisika IPB yang selalu memberikan perhatian, dorongan dan motivasi yang menjadi salah satu sumber semangat bagi penulis.

Penulis menyadari bahwa usulan penelitian ini masih memiliki banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis berharap adanya kritik dan saran yang membangun. Semoga penelitian ini dapat dilaksanakan sesuai dengan yang diharapkan dan memberikan hasil penelitian yang bermanfaat.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juni 2026

*Mohamad Kelfiana*



## DAFTAR ISI

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| DAFTAR TABEL                                | x  |
| DAFTAR LAMPIRAN                             | x  |
| I PENDAHULUAN                               | 1  |
| 1.1 Latar Belakang                          | 1  |
| 1.2 Rumusan Masalah                         | 2  |
| 1.3 Tujuan                                  | 2  |
| 1.4 Manfaat                                 | 2  |
| 1.5 Ruang Lingkup                           | 3  |
| II TINJAUAN PUSTAKA                         | 4  |
| 2.1 Metrik Kerr 4+1 Dimensi                 | 4  |
| 2.2 Lagrangian Geodesik dan Persamaan Gerak | 5  |
| 2.3 Defleksi Foton                          | 6  |
| 2.4 Dinamika Sistem                         | 8  |
| III METODE                                  | 10 |
| 3.1 Waktu dan Tempat                        | 10 |
| 3.2 Alat dan Bahan                          | 10 |
| 3.3 Prosedur Kerja                          | 10 |
| IV HASIL DAN PEMBAHASAN                     | 11 |
| 4.1 Lagrangian Kerr 4+1 Dimensi             | 11 |
| 4.2 Persamaan Geodesik Kerr 4+1 Dimensi     | 12 |
| 4.3 Persamaan Orbit                         | 13 |
| 4.4 Dinamika Sistem dan Kestabilan          | 15 |
| V SIMPULAN DAN SARAN                        | 20 |
| 5.1 Simpulan                                | 20 |
| 5.2 Saran                                   | 20 |
| DAFTAR PUSTAKA                              | 21 |
| LAMPIRAN                                    | 23 |
| RIWAYAT HIDUP                               | 36 |



## DAFTAR TABEL

|   |                                                                                                      |    |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Klasifikasi titik kritis berdasarkan nilai eigen matriks Jacobian                                    | 8  |
| 2 | Nilai $u_{1+}$ , $u_{1-}$ , $b_+$ , dan $b_-$ untuk beberapa nilai parameter rotasi $a$ pada $M = 1$ | 16 |
| 3 | Nilai eigen dan jenis kestabilan orbit foton untuk beberapa nilai parameter rotasi $a$ pada $M = 1$  | 18 |

## DAFTAR LAMPIRAN

|   |                         |    |
|---|-------------------------|----|
| 1 | Diagram Alir Penelitian | 23 |
| 2 | Lagrangian Geodesik     | 24 |
| 3 | Persamaan Geodesik      | 26 |
| 4 | Persamaan Orbit         | 30 |
| 5 | Titik Kritis Sistem     | 31 |
| 6 | Dinamika Sistem         | 33 |