

MODEL KONTROL OPTIMUM PENYEBARAN PENYAKIT MENULAR PERNAPASAN MELALUI TINDAKAN PREVENTIF DAN PENGOBATAN

BOBY RINALDI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**

PERNYATAAN MENGENAI TESIS DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Saya menyatakan bahwa tesis dengan judul “Model Kontrol Optimum Penyebaran Penyakit Menular Pernapasan Melalui Tindakan Preventif dan Pengobatan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2026



Boby Rinaldi
NIM G5501222007



PERNYATAAN MENGENAI TESIS DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Saya menyatakan bahwa tesis dengan judul “Model Kontrol Optimum Penyebaran Penyakit Menular Pernapasan Melalui Tindakan Preventif dan Pengobatan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2026

Boby Rinaldi
NIM G5501222007

RINGKASAN

BOBY RINALDI. Model Kontrol Optimum Penyebaran Penyakit Menular Pernapasan Melalui Tindakan Preventif dan Pengobatan. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan JAHARUDDIN.

Penyakit menular pernapasan, seperti infeksi saluran pernapasan akut, pneumonia, influenza, MERS-CoV, dan terutama COVID-19, masih menjadi ancaman kesehatan global karena memiliki tingkat penyebaran dan angka kematian yang tinggi. Penyakit ini tidak hanya berdampak pada kesehatan masyarakat, tetapi juga memengaruhi kondisi sosial dan ekonomi. Oleh karena itu, diperlukan strategi pengendalian yang efektif untuk menekan penyebaran penyakit sekaligus meminimalkan biaya intervensi yang digunakan.

Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model kontrol optimum penyebaran penyakit menular pernapasan menggunakan model matematika $S_1S_2EI_1I_2QR$ dengan tujuh kompartemen, yaitu populasi rentan tanpa masker (S_1), populasi rentan bermasker (S_2), populasi terpapar (E), populasi terinfeksi tanpa masker (I_1), populasi terinfeksi bermasker (I_2), populasi karantina (Q), dan populasi sembuh (R). Model ini dikembangkan dengan menambahkan empat variabel kontrol berupa penggunaan masker, vaksinasi, karantina, dan pengobatan. Penggunaan masker bertujuan mengurangi risiko penularan penyakit, vaksinasi meningkatkan kekebalan individu rentan, karantina membatasi penyebaran dari individu terpapar maupun terinfeksi, sedangkan pengobatan diberikan untuk mempercepat proses penyembuhan individu terinfeksi.

Tahap awal penelitian dilakukan dengan menentukan titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik, kemudian dilakukan analisis kestabilan titik tetap menggunakan matriks Jacobi melalui pemeriksaan tanda bagian real dari nilai-nilai eigen yang diperoleh dari persamaan karakteristik. Selain itu, penelitian ini juga menentukan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) menggunakan metode *next generation matrix* untuk mengetahui potensi penyebaran penyakit dalam populasi. Nilai $\mathcal{R}_0 < 1$ menunjukkan bahwa penyakit cenderung menghilang, sedangkan $\mathcal{R}_0 > 1$ menunjukkan bahwa penyakit dapat menyebar dalam populasi.

Permasalahan kontrol optimum diselesaikan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Dari prinsip tersebut diperoleh sistem persamaan *state* dan *costate* yang kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan kombinasi metode Runge-Kutta orde empat dan metode *Forward-Backward Sweep*. Seluruh simulasi numerik dilakukan menggunakan parameter yang diperoleh dari berbagai literatur terkait penyakit menular pernapasan dan COVID-19.

Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa setiap variabel kontrol memberikan pengaruh terhadap penurunan jumlah individu terinfeksi. Pada strategi *single*

control, pengobatan menjadi intervensi yang paling efektif dibandingkan penggunaan masker, vaksinasi, maupun karantina. Pengobatan mampu menekan jumlah infeksi hingga mendekati nol dalam waktu sekitar 18–20 hari. Sementara itu, kombinasi empat kontrol, yaitu penggunaan masker, vaksinasi, karantina, dan pengobatan, menjadi strategi paling efektif secara keseluruhan dengan waktu penurunan infeksi sekitar 10 hari.

Selain menganalisis efektivitas pengendalian, penelitian ini juga melakukan analisis efektivitas biaya menggunakan *Average Cost-Effectiveness Ratio* (ACER) dan *Incremental Cost-Effectiveness Ratio* (ICER). Hasil analisis menunjukkan bahwa kombinasi empat kontrol menghasilkan nilai ACER terkecil sehingga menjadi strategi dengan efektivitas biaya rata-rata terbaik. Berdasarkan analisis ICER, strategi 15 dipilih sebagai strategi yang paling efektif dari segi biaya karena setelah dilakukan proses eliminasi terhadap strategi yang didominasi, strategi tersebut menghasilkan nilai ICER terkecil dibandingkan strategi lainnya. Dengan demikian, meskipun pengobatan merupakan strategi tunggal yang paling cepat menekan infeksi, kombinasi penggunaan keempat kontrol yang paling efisien dari segi biaya dalam pengendalian penyakit menular pernapasan.

Kata Kunci: Analisis Efektivitas Biaya, Kontrol Optimum, Model Matematika, Penyakit Menular Pernapasan, Prinsip Maksimum Pontryagin,

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

SUMMARY

BOBY RINALDI. Optimal Control Model for the Spread of Respiratory Infectious Diseases Through Preventive Measures and Treatment. Supervised by TONI BAKHTIAR and JAHARUDDIN.

Respiratory infectious diseases, such as acute respiratory infections, pneumonia, influenza, MERS-CoV, and particularly COVID-19, remain major global health threats due to their high transmission and mortality rates. These diseases not only affect public health but also have significant social and economic impacts. Therefore, effective control strategies are required to suppress disease transmission while minimizing the associated intervention costs.

This study aims to formulate an optimal control model for the transmission of respiratory infectious diseases based on an $S_1S_2EI_1I_2QR$ compartmental framework. The model consists of seven compartments representing susceptible individuals without masks (S_1), susceptible individuals wearing masks (S_2), exposed individuals (E), infected individuals without masks (I_1), infected individuals wearing masks (I_2), quarantined individuals (Q), and recovered individuals (R). The model was extended by incorporating four control variables, namely mask use, vaccination, quarantine, and treatment. Mask usage is implemented to reduce disease transmission, vaccination is applied to increase the immunity of susceptible individuals, quarantine is used to restrict transmission from exposed and infected individuals, and treatment is introduced to accelerate the recovery of infected individuals.

The initial stage of the study involves determining the disease-free equilibrium point and endemic equilibrium point, the stability of the equilibrium point was analyzed using the Jacobian matrix through an examination of the real parts of the eigenvalues derived from the characteristic equation. In addition, the basic reproduction number ($\mathfrak{R}_0$) is determined using the next-generation matrix method to evaluate the potential spread of the disease within the population. A value of $\mathfrak{R}_0 < 1$ indicates that the disease will gradually disappear from the population, whereas $\mathfrak{R}_0 > 1$ indicates that the disease will continue to spread within the population.

The optimal control problem is solved using the Pontryagin Maximum Principle. This approach yields the state and costate systems, which are then solved numerically using a combination of the fourth-order Runge–Kutta method and the Forward–Backward Sweep method. All numerical simulations are performed using parameter values obtained from various studies related to respiratory infectious diseases and COVID-19.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

The numerical simulation results indicate that each control variable contributes to reducing the number of infected individuals. Under the single-control strategy, treatment is shown to be the most effective intervention compared to mask usage, vaccination, and quarantine. Treatment is capable of reducing the number of infections to nearly zero within approximately 18–20 days. Meanwhile, the combination of all four controls, namely mask usage, vaccination, quarantine, and treatment, becomes the most effective overall strategy, reducing infections within approximately 10 days.

In addition to evaluating the effectiveness of control interventions, this study also conducted a cost-effectiveness analysis using the Average Cost-Effectiveness Ratio (ACER) and the Incremental Cost-Effectiveness Ratio (ICER). The results indicate that the combination of all four control measures yields the lowest ACER value, making it the strategy with the highest average cost-effectiveness. Furthermore, the ICER analysis identifies Strategy 15 as the most cost-effective option, as it achieves the lowest ICER value after the elimination of dominated strategies. Therefore, although treatment alone is the most effective single intervention for rapidly reducing the number of infected individuals, the integrated implementation of all four control measures represents the most economically efficient strategy for controlling the spread of respiratory infectious diseases.

Keywords: Cost-Effectiveness Analysis, Mathematical Modeling, Optimal Control, Pontryagin's Maximum Principle, Respiratory Infectious Disease.

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian dan seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

MODEL KONTROL OPTIMUM PENYEBARAN PENYAKIT MENULAR PERNAPASAN MELALUI TINDAKAN PREVENTIF DAN PENGobatan

BOBY RINALDI

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Matematika pada
Program Studi Matematika Terapan

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA TERAPAN
SEKOLAH DATA SAINS, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Judul Tesis : Model Kontrol Optimum Penyebaran Penyakit Menular
Pernapasan Melalui Tindakan Preventif dan Pengobatan

Nama : Bobby Rinaldi
NIM : G5501222007

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.

Pembimbing 2:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.
NIP 19651102 199302 1 001

Dekan Sekolah Sains Data, Matematika, dan Informatika:
Prof. Dr. Ir. Agus Buono, M.Si., M.Kom.
NIP 19660702 199302 1 001



Tanggal Ujian: 9 Juli 2026

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah subhanaahu wa ta'ala atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan dengan baik. Tema yang dipilih dalam penelitian ini ialah pemodelan matematika dengan judul “Model Kontrol Optimum Penyebaran Penyakit Menular Pernapasan Melalui Tindakan Preventif dan Pengobatan”.

Dalam proses penyusunan karya ilmiah ini, penulis memperoleh dukungan, bimbingan, dan masukan yang sangat berharga dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian karya ilmiah ini, khususnya kepada Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc. dan Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku komisi pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu dan memberikan arahan selama penyusunan tesis ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada Bapak Dr. Drs. Paian Sianturi selaku pembahas pada kolokium, Prof. Dr. Ir. Bib Paruhum Silalahi, M.Kom. selaku moderator pada kolokium, Ibu Dr. Ir. Erfiani, M.Si. selaku dosen seminar hasil, Ibu elis khatizah, M.Si., Ph.D. selaku moderator pada sidang tesis, serta Bapak Prof. Dr. Ir. I Wayan Mangku, M.Sc. selaku penguji luar komisi pembimbing atas kritik dan saran yang sangat membantu dalam penyempurnaan karya ilmiah ini. Selain itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua, kakak, seluruh anggota keluarga, dan teman-teman atas segala doa, dukungan moral, serta motivasi yang tiada henti.

Penulis berharap karya ilmiah ini dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, terutama bidang pemodelan matematika dan epidemiologi, serta menjadi referensi yang berguna bagi akademisi, praktisi kesehatan, dan pihak-pihak yang berkepentingan dalam upaya pengendalian penyakit menular pernapasan.

Bogor, Juli 2026



Boby Rinaldi

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	iii
DAFTAR GAMBAR	iv
DAFTAR TABEL	iv
DAFTAR LAMPIRAN	iv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
1.3 Kebaruan	3
II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Penyakit Menular Pernapasan	5
2.1 COVID-19	6
2.3 Vaksinasi	6
2.4 Penggunaan Masker	7
2.5 Karantina	8
2.6 Pengobatan	8
2.7 Konsep Matematika dalam Epidemiologi	8
2.8 Penelitian Sebelumnya	17
III METODE	23
3.1 Tahapan Penelitian	23
3.2 Diagram Alur Penelitian	23
3.3 Model Penyebaran Penyakit COVID-19	24
3.4 Model Penyebaran COVID-19 dengan Kontrol Optimum	25
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	29
4.1 Pencarian Titik Tetap	29
4.2 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	30
4.3 Analisis Kestabilan Titik Tetap	32
4.4 Analisis Kontrol optimum	33
4.5 Simulasi Numerik	36
4.6 Analisis Efektivitas Biaya	46
V KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1 Kesimpulan	49
5.2 Saran	49
DAFTAR PUSTAKA	51
LAMPIRAN	57
RIWAYAT HIDUP	93

DAFTAR GAMBAR

1	Kasus terkonfirmasi COVID-19	7
2	Ukuran partisi waktu	15
3	Kompartemen SEIAR COVID-19 Yiran dan Ning (2022)	18
4	Kompartemen Model SEIQR COVID-19 Hamdy <i>et al.</i> (2022)	19
5	Kompartemen model SEIQR COVID-19 Mandal <i>et al.</i> (2020)	20
6	Alur penelitian	23
7	Kompartemen model $S_1S_2EI_1I_2QR$ COVID-19 dengan kontrol konstan	25
8	Kompartemen model $S_1S_2EI_1I_2QR$ COVID-19 dengan kontrol optimum	26
9	Dinamika populasi pada model kontrol konstan dengan $\mathfrak{R}_0 < 1$	37
10	Dinamika populasi pada model kontrol konstan dengan $\mathfrak{R}_0 > 1$	38
11	Pengaruh kontrol optimum dan kontrol konstan pada kompartemen E	40
12	Pengaruh kontrol optimum dan kontrol konstan pada kompartemen I_1	40
13	Pengaruh kontrol optimum dan kontrol konstan pada kompartemen I_2	41
14	Pengaruh kombinasi 2 kontrol pada kompartemen E	41
15	Pengaruh kombinasi 2 kontrol pada kompartemen I_1	42
16	Pengaruh kombinasi 2 kontrol pada kompartemen I_2	42
17	Pengaruh kombinasi 3 kontrol pada kompartemen E	43
18	Pengaruh kombinasi 3 kontrol pada kompartemen I_1	44
19	Pengaruh kombinasi 3 kontrol pada kompartemen I_2	44
20	Pengaruh kombinasi 4 kontrol optimum pada kompartemen E, I_1, I_2	45

DAFTAR TABEL

1	Jadwal vaksinasi di Indonesia	7
2	Deskripsi parameter model SEIAR COVID-19 Yiran dan Ning (2022)	18
3	Deskripsi parameter model SEIQR COVID-19 Hamdy <i>et al.</i> (2022)	19
4	Deskripsi parameter model SEIQR COVID-19 Mandal <i>et al.</i> (2020)	20
5	Variabel Kontrol	26
6	Deskripsi parameter	27
7	Nilai parameter dari model penyebaran COVID-19 untuk $\mathfrak{R}_0 < 1$	37
8	Nilai parameter dari model penyebaran COVID-19 untuk $\mathfrak{R}_0 > 1$	38
9	Strategi pemberian variabel kontrol	39
10	Hasil perhitungan nilai ACER	46
11	Hasil perhitungan nilai ICER	47
12	Hasil perhitungan nilai ICER setelah eliminasi pertama	48
13	Hasil perhitungan nilai ICER setelah eliminasi kedua	48
14	Hasil akhir perhitungan ICER	48

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap bebas penyakit	58
2	Penentuan titik tetap endemik	60
3	Penentuan bilangan reproduksi dasar	63
4	Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit	66

5	Dinamika model dengan kontrol konstan	72
6	Simulasi Numerik <i>Single</i> dan <i>multiple control</i>	76
7	Analisis Efektivitas Biaya	83

@Hak cipta milik IPB University

IPB University

