



FORMULA EKSPLISIT DAN ALGORITMA KOMPUTASI UNTUK DETERMINAN, INVERS, SERTA NILAI EIGEN MATRIKS *LEFT CIRCULANT* LUCAS BERGANTI TANDA

MUALIM ARYA ILYAS WIRADINATA



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Formula Eksplisit dan Algoritma Komputasi untuk Determinan, Invers, serta Nilai Eigen Matriks *Left Circulant* Lucas Berganti Tanda” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2026

Mualim Arya Ilyas Wiradinata
G5401221013



ABSTRAK

MUALIM ARYA ILYAS WIRADINATA. Formula Eksplisit dan Algoritma Komputasi untuk Determinan, Invers, serta Nilai Eigen Matriks *Left Circulant* Lucas Berganti Tanda. Dibimbing oleh SUGI GURITMAN dan ELIS KHATIZAH.

Penelitian ini membahas matriks *left circulant* yang dibangun dari barisan Lucas berganti tanda untuk memperoleh formula eksplisit determinan, invers, dan nilai eigen, serta mengkaji efisiensi komputasinya melalui *Fast Fourier Transform* (FFT). Hasil penelitian menunjukkan bahwa determinan, invers, dan nilai eigen matriks dapat dinyatakan berdasarkan nilai eigen matriks *circulant* pasangannya. Validasi numerik memperlihatkan bahwa formula yang diperoleh konsisten dengan metode standar hingga galat pembulatan numerik. Dari sisi komputasi, metode berbasis FFT lebih cepat daripada metode standar pada seluruh ordo yang diuji, dengan rasio percepatan sekitar 2,29 kali pada $n = 100$ dan 1,17 kali pada $n = 1000$.

Kata kunci: determinan, *Fast Fourier Transform*, invers, matriks *left circulant*, nilai eigen

ABSTRACT

MUALIM ARYA ILYAS WIRADINATA. Explicit Formulas and Computational Algorithms for the Determinant, Inverse, and Eigenvalues of *Left Circulant* Matrices Generated by the Alternating-Sign Lucas Sequence. Supervised by SUGI GURITMAN and ELIS KHATIZAH.

This study investigates *left circulant* matrices generated by the alternating-sign Lucas sequence to derive explicit formulas for the determinant, inverse, and eigenvalues, as well as to examine their computational efficiency using the *Fast Fourier Transform* (FFT). The results show that the determinant, inverse, and eigenvalues can be expressed in terms of the eigenvalues of the associated *circulant* matrix. Numerical validation confirms that the derived formulas agree with those obtained using the standard method up to numerical rounding error. Furthermore, the FFT-based method requires less computation time than the standard method for all tested matrix orders, with speedups of approximately 2.29 at $n = 100$ and 1.17 at $n = 1000$.

Keywords: determinant, eigenvalues, *Fast Fourier Transform*, inverse, *left circulant* matrix



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

FORMULA EKSPLISIT DAN ALGORITMA KOMPUTASI UNTUK DETERMINAN, INVERS, SERTA NILAI EIGEN MATRIKS *LEFT CIRCULANT* LUCAS BERGANTI TANDA

MUALIM ARYA ILYAS WIRADINATA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University

Penguji pada Ujian Skripsi:
Bidayatul Masulah, S.Si., M.Sc.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Formula Eksplisit dan Algoritma Komputasi untuk Determinan, Invers, serta Nilai Eigen Matriks *Left Circulant*
Lucas Berganti Tanda
Nama : Mualim Arya Ilyas Wiradinata
NIM : G5401221013

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dr. Drs. Sugi Guritman

Pembimbing 2:

Elis Khatizah, S.Si., M.Si., Ph.D.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi Matematika:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
197902272005011001

Tanggal Ujian: 15 Juni 2026

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur ke hadirat Allah *subhanahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga skripsi berjudul “Formula Eksplisit dan Algoritma Komputasi untuk Determinan, Invers, serta Nilai Eigen Matriks *Left Circulant* Lucas Berganti Tanda” ini dapat diselesaikan.

Penyelesaian karya ilmiah ini tidak lepas dari bimbingan, dukungan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan penuh rasa syukur dan hormat, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. kedua orang tua tercinta, Bapak Diding dan Ibu Yunar, beserta keluarga besar, atas segala dukungan moral, materi, serta doa yang tidak pernah putus demi kelancaran dan keberhasilan penulis;
2. Bapak Dr. Drs. Sugi Guritman dan Ibu Elis Khatizah, S.Si., M.Si., Ph.D., selaku dosen pembimbing, atas keikhlasan waktu, kesabaran, dan arahan berharga yang senantiasa menuntun penulis dalam merampungkan karya ini;
3. Ibu Bidayatul Masulah, S.Si., M.Sc., selaku dosen penguji, atas evaluasi, saran, dan kritik membangun yang sangat berarti untuk mempertajam kualitas skripsi ini;
4. segenap dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika IPB, atas bekal ilmu yang tak ternilai serta dukungan fasilitas dan administrasi selama masa perkuliahan;
5. Alinka Najwa Sonia, Dezvini Muthmainnati Vidia, dan Mohammad Mathew Elhans, selaku pembahas pada seminar hasil, atas kesediaan dan masukan yang diberikan;
6. keluarga besar Matematika IPB angkatan 59, khususnya Muhamad Arya Waliyudin, Iftarr Hendry, dan Arya Galuh Dhiyaa Ulhaq. Terima kasih telah menjadi ruang yang nyaman untuk meredam lelah, berbagi tawa, dan bertukar keluh kesah. Kebersamaan sejak langkah pertama di departemen hingga tiba di tahap akhir ini merupakan salah satu babak terbaik yang akan selalu dikenang;
7. Alya Meirina, atas segala pengertian, kesabaran, dan dukungan yang tiada henti. Terima kasih telah menjadi pendengar terbaik dalam setiap suka dan duka, menemani pada titik-titik terberat, serta membersamai penulis hingga perjalanan ini terasa jauh lebih bermakna.

Penulis menyadari bahwa karya ini masih jauh dari sempurna. Meskipun demikian, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi positif bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juli 2026

Mualim Arya Ilyas Wiradinata

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II LANDASAN TEORI	3
2.1 Konvensi Indeks dan Notasi	3
2.2 Barisan Lucas dan Lucas Berganti Tanda	4
2.3 Determinan, Nonsingularitas, dan Invers Matriks	10
2.4 Matriks <i>Circulant</i> dan Akar Kesatuan	11
2.5 Matriks <i>Left Circulant</i>	18
2.6 Aspek Komputasi dan Algoritma Spektral	23
2.6.1 DFT dan FFT	23
2.6.2 Bilangan Kondisi dan Log-Determinan	26
III HASIL DAN PEMBAHASAN	29
3.1 Konstruksi Matriks <i>Left Circulant</i> Lucas Berganti Tanda	29
3.2 Formula Spektral Determinan dan Invers	30
3.3 Formula Spektral Nilai Eigen	33
3.4 Algoritma Komputasi Spektral Berbasis FFT	35
3.5 Validasi Formula Spektral	37
3.6 Evaluasi Efisiensi dan Stabilitas Numerik	40
IV SIMPULAN DAN SARAN	44
4.1 Simpulan	44
4.2 Saran	44
DAFTAR PUSTAKA	45
LAMPIRAN	47
RIWAYAT HIDUP	56



DAFTAR TABEL

1	Algoritma komputasi spektral berbasis FFT	36
2	Validasi formula spektral untuk determinan	37
3	Validasi formula spektral untuk invers	38
4	Validasi formula spektral untuk nilai eigen	38
5	Waktu komputasi metode standar dan metode FFT	40
6	Log-determinan dan bilangan kondisi matriks	42

DAFTAR GAMBAR

1	Representasi geometris akar kesatuan ke-8 pada bidang kompleks	14
2	Perbandingan nilai eigen metode standar dan formula spektral	39
3	Galat validasi formula spektral	39
4	Perbandingan waktu komputasi metode standar dan metode FFT	41
5	Log-determinan dan bilangan kondisi matriks terhadap ordo	42

DAFTAR LAMPIRAN

1	Skrip validasi formula spektral untuk Tabel 3.2–3.4 dan Gambar 3.1–3.2	47
1a	Fungsi dasar validasi formula spektral	47
1b	Skrip pembentukan Tabel 3.2–3.4	48
1c	Skrip pembentukan Gambar 3.1–3.2	50
2	Skrip evaluasi efisiensi dan stabilitas numerik untuk Tabel 3.5–3.6 dan Gambar 3.3–3.4	51
2a	Fungsi dasar evaluasi efisiensi dan stabilitas numerik	51
2b	Skrip pembentukan Tabel 3.5	53
2c	Skrip pembentukan Tabel 3.6 dan Gambar 3.3–3.4	54