

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT LEPTOSPIROSIS PADA LINGKUNGAN YANG KOTOR

SEPTIANA ISNA DIAN NOOR



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Lingkungan yang Kotor” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2026

Septiana Isna Dian Noor
G5401221014

ABSTRAK

SEPTIANA ISNA DIAN NOOR. Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Lingkungan yang Kotor. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Leptospirosis merupakan penyakit zoonosis yang penularannya dipengaruhi oleh interaksi manusia, tikus sebagai reservoir, dan lingkungan yang terkontaminasi bakteri *Leptospira*. Penelitian ini bertujuan menganalisis model matematika penyebaran leptospirosis yang diformulasikan dalam sistem persamaan diferensial dengan melibatkan populasi manusia, tikus, dan bakteri di lingkungan. Analisis dilakukan melalui penentuan titik tetap, bilangan reproduksi dasar (R_0), kestabilan, bifurkasi, sensitivitas, dan simulasi numerik. Hasil menunjukkan adanya dua titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit yang stabil saat $R_0 < 1$ dan titik tetap endemik yang stabil saat $R_0 > 1$. Analisis bifurkasi menunjukkan terjadinya bifurkasi maju pada $R_0 = 1$. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter β_1, β_2 , dan β_3 paling berpengaruh terhadap R_0 . Simulasi numerik mendukung hasil analitik dan menunjukkan bahwa penurunan parameter tersebut dapat menekan penyebaran leptospirosis dalam populasi.

Kata kunci: analisis kestabilan, leptospirosis, model matematika, sensitivitas, simulasi numerik

ABSTRACT

SEPTIANA ISNA DIAN NOOR. Stability Analysis of a Mathematical Model for Leptospirosis Transmission in Contaminated Environments. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Leptospirosis is a zoonotic disease transmitted through interactions among humans, rodents as reservoirs, and environments contaminated with *Leptospira*. This study aims to analyze a mathematical model of leptospirosis transmission formulated as a system of differential equations involving human, rodent, and environmental bacterial populations. The analysis includes the determination of equilibrium points, the basic reproduction number (R_0), stability, bifurcation, sensitivity, and numerical simulations. The results show two equilibrium points: a disease-free equilibrium that is stable when $R_0 < 1$ and an endemic equilibrium that is stable when $R_0 > 1$. Bifurcation analysis indicates the occurrence of a forward bifurcation at $R_0 = 1$. Sensitivity analysis identifies β_1, β_2 , and β_3 as the parameters with the greatest influence on R_0 . Numerical simulations support the analytical results and demonstrate that reducing these transmission parameters can suppress the spread of leptospirosis in the population.

Keywords: leptospirosis, mathematical model, numerical simulation, sensitivity analysis, stability analysis



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT LEPTOSPIROSIS PADA LINGKUNGAN YANG KOTOR

SEPTIANA ISNA DIAN NOOR

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University

IPB University
— Bogor Indonesia —

Perpustakaan IPB University

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Drs. Siswandi, M.Si.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit
Leptospirosis pada Lingkungan yang Kotor
Nama : Septiana Isna Dian Noor
NIM : G5401221014

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
NIP 197902272005011001

Tanggal Ujian: 26 Mei 2026

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2025 sampai bulan Juli 2026 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Lingkungan yang Kotor". Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang terlibat dalam penyusunan karya ilmiah ini, di antaranya:

1. Bapak Sulistiyono dan Ibu Nana Yuniyati selaku orang tua penulis yang telah memberikan kasih sayang, cinta, doa, dukungan yang tak pernah terputus, pengorbanan yang tak terhitung, dan pelajaran hidup yang sangat berharga sehingga penulis bisa menyelesaikan karya ilmiah ini dan pendidikan hingga saat ini.
2. Tazqya Ayu Cahyaningrum, Amara Salsabilla Rahayu, Amirrul Huda Permana serta Amira Salsabilla Rahayu selaku adik penulis yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam menjalani perkuliahan.
3. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing pertama, Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing kedua, Drs. Siswandi, M.Si. selaku dosen penguji serta Dr. Ir. Fakhren Bukhori, M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik. Terima kasih atas ilmu, arahan, saran, kritik, serta motivasi kepada penulis sehingga karya ilmiah ini bisa terselesaikan dengan baik.
4. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini.
5. Shakila, Risna, Wiga, Zelisha, Salsa, Kasih, Marisa, Nova, Foky selaku teman dekat penulis yang selalu membersamai, membantu, memberikan motivasi, semangat, dan menjadi tempat berkeluh kesah.
6. Pengurus Gumatika SSMI IPB Periode 2024/2025 Kabinet Akasha Phivana yang telah menjadi rumah tempat bertumbuh bagi penulis.
7. Seluruh teman-teman Matematika 59 yang telah bersama-sama berjuang selama empat tahun ini dengan tangis, canda, tawa, dan cerita yang tidak akan terlupakan.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan..

Bogor, Juli 2026

Septiana Isna Dian Noor



DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	3
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	4
2.2 Titik Tetap	4
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	5
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	7
2.6 Analisis Bifurkasi	7
2.7 Analisis Sensitivitas	8
III METODE PENELITIAN	9
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	13
4.1 Sifat Dinamik	13
4.2 Analisis Kestabilan Lokal Titik Tetap	19
4.3 Simulasi Numerik	27
V SIMPULAN DAN SARAN	45
5.1 Simpulan	45
5.2 Saran	46
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN	49
RIWAYAT HIDUP	77



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter pada model penyebaran penyakit leptospirosis	12
2	Data parameter	27
3	Nilai indeks sensitivitas	28
4	Pengaruh peluang infeksi dari tikus terinfeksi ke manusia rentan terhadap R_0	30
5	Pengaruh peluang infeksi akibat paparan lingkungan terhadap R_0	35
6	Pengaruh peluang infeksi dari manusia terinfeksi ke tikus rentan terhadap R_0	39

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram kompartemen penyebaran penyakit leptospirosis	10
2	Dinamika populasi manusia rentan dengan variasi β_1	31
3	Dinamika populasi manusia terpapar dengan variasi β_1	31
4	Dinamika populasi manusia terinfeksi dengan variasi β_1	31
5	Dinamika populasi manusia sembuh dengan variasi β_1	32
6	Dinamika populasi tikus rentan dengan variasi β_1	32
7	Dinamika populasi tikus terinfeksi dengan variasi β_1	32
8	Dinamika populasi tikus sembuh dengan variasi β_1	32
9	Dinamika populasi bakteri <i>Leptospira</i> dengan variasi β_1	33
10	Dinamika sistem pada setiap variasi nilai parameter β_1	34
11	Dinamika populasi manusia rentan dengan variasi β_2	36
12	Dinamika populasi manusia terpapar dengan variasi β_2	36
13	Dinamika populasi manusia terinfeksi dengan variasi β_2	36
14	Dinamika populasi manusia sembuh dengan variasi β_2	36
15	Dinamika populasi tikus rentan dengan variasi β_2	37
16	Dinamika populasi tikus terinfeksi dengan variasi β_2	37
17	Dinamika populasi tikus sembuh dengan variasi β_2	37
18	Dinamika populasi bakteri <i>Leptospira</i> dengan variasi β_2	37
19	Dinamika sistem pada setiap variasi parameter β_2	38
20	Dinamika populasi manusia rentan dengan variasi β_3	40
21	Dinamika populasi manusia terpapar dengan variasi β_3	40
22	Dinamika populasi manusia terinfeksi dengan variasi β_3	41
23	Dinamika populasi manusia sembuh dengan variasi β_3	41
24	Dinamika populasi tikus rentan dengan variasi β_3	41
25	Dinamika populasi tikus terinfeksi dengan variasi β_3	41
26	Dinamika populasi tikus sembuh dengan variasi β_3	42
27	Dinamika populasi bakteri <i>Leptospira</i> dengan variasi β_3	42
28	Dinamika sistem pada setiap variasi nilai parameter β_3	43



DAFTAR LAMPIRAN

1	Kepositifan solusi	50
2	Daerah invarian	54
3	Titik tetap bebas penyakit dan endemik	57
4	Penentuan bilangan reproduksi dasar (R_0)	58
5	Analisis kestabilan lokal titik tetap bebas penyakit	61
6	Analisis kestabilan lokal titik tetap endemik	64
7	Analisis kestabilan global titik tetap bebas penyakit (Castillo-Chavez)	69
8	Stabilitas berdasarkan nilai eigen	72
9	Nilai indeks sensitivitas	73
10	Penentuan titik tetap dengan perubahan parameter β_1, β_2 , dan β_3	74
11	Simulasi numerik	76



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.