



# **ANALISIS KESTABILAN DAN FENOMENA BIFURKASI PADA MODEL SEITRS DENGAN STRUKTUR POPULASI MANUSIA-NYAMUK DALAM PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA**

**INTAN NURAENI**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026**

## PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan dan Fenomena Bifurkasi pada Model SEITRS dengan Struktur Populasi Manusia-Nyamuk Dalam Penyebaran Penyakit Malaria” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2026

Intan Nuraeni  
G5401221042

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



## ABSTRAK

INTAN NURAENI. Analisis Kestabilan dan Fenomena Bifurkasi pada Model SEITRS dengan Struktur Populasi Manusia-Nyamuk dalam Penyebaran Penyakit Malaria. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Malaria merupakan salah satu penyakit menular yang terjadi di wilayah endemis, khususnya wilayah Papua. Penyakit ini ditularkan melalui gigitan nyamuk *Anopheles* betina yang membawa parasit *Plasmodium* dengan jenis *P. falciparum* atau *P. vivax*. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi penyebaran penyakit malaria dengan model matematika SEITRS dengan melihat adanya fenomena bifurkasi maju dalam model tersebut. Langkah yang dilakukan adalah dengan menentukan bilangan reproduksi dasar ( $\mathcal{R}_0$ ), analisis kestabilan, serta melakukan simulasi numerik dan interpretasi hasil. Dalam penelitian ini diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Titik tetap bebas penyakit stabil jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , dan titik tetap endemik stabil jika  $\mathcal{R}_0 > 1$ , serta ditemukan fenomena bifurkasi maju yang memengaruhi keberlangsungan penyakit dalam populasi. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa untuk menekan penyebaran penyakit malaria dapat dilakukan dengan kombinasi strategi yang menurunkan laju penularan dan mengurangi populasi nyamuk dengan meningkatkan laju kematiannya.

Kata kunci: analisis kestabilan, bifurkasi maju, bilangan reproduksi dasar, malaria.

## ABSTRACT

INTAN NURAENI. Stability Analysis and Bifurcation Phenomena in the SEITRS Model with Human-Mosquito Population Structure in the Spread of Malaria. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Malaria is an infectious disease that occurs in endemic areas, especially in Papua. This disease is transmitted through the bite of a female *Anopheles* mosquito carrying the *Plasmodium* parasite of the *P. falciparum* or *P. vivax* type. This study aims to reconstruct the spread of malaria using the SEITRS mathematical model by observing the forward bifurcation phenomenon in the model. The steps taken are determining the basic reproduction number ( $\mathcal{R}_0$ ), stability analysis, and conducting numerical simulations and interpreting the results. In this study, two fixed points were obtained: a disease-free fixed point and an endemic fixed point. The disease-free fixed point is stable if  $\mathcal{R}_0 < 1$ , and the endemic fixed point is stable if  $\mathcal{R}_0 > 1$ , and a forward bifurcation phenomenon was found that affects the continuity of the disease in the population. The results of the numerical simulation indicate that to suppress the spread of malaria, a combination of strategies can be carried out that reduce the rate of transmission and reduce the mosquito population by increasing the mortality rate.

*Keywords: basic reproduction number, forward bifurcation, malaria, stability analysis.*



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.*



# **ANALISIS KESTABILAN DAN FENOMENA BIFURKASI PADA MODEL SEITRS DENGAN STRUKTUR POPULASI MANUSIA-NYAMUK DALAM PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA**

**INTAN NURAENI**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada  
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026**



*@Hak cipta milik IPB University*

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:  
Bidayatul Masulah, S.Si., M.Sc.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan dan Fenomena Bifurkasi pada Model SEITRS dengan Struktur Populasi Manusia-Nyamuk dalam Penyebaran Penyakit Malaria.

Nama : Intan Nuraeni  
NIM : G5401221042

@Hak cipta milik IPB University

Disetujui oleh

Pembimbing 1:  
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

---

Pembimbing 2:  
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

---

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:  
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.  
NIP 197902272005011001

---

Tanggal Ujian:  
09 Juni 2026

Tanggal Lulus:

## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2025 sampai bulan Maret 2026 dengan judul “Analisis Kestabilan dan Fenomena Bifurkasi pada Model SEITRS dengan Struktur Populasi Manusia-Nyamuk dalam Penyebaran Penyakit Malaria”.

Terima kasih penulis ucapkan kepada para pihak yang telah terlibat dalam penulisan karya ilmiah ini, di antaranya yaitu:

1. Bapak Supandi dan Ibu Musrifah selaku orang tua kandung penulis yang senantiasa memberikan doa, cinta juga kasih sayang, dukungan moral maupun material sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini dan mampu menyelesaikan pendidikan di IPB. Rekha Melansari selaku kakak kandung penulis dan Aisyah Putri Oktavia selaku keponakan penulis yang selalu memberikan dukungan, kasih sayang juga motivasi.
2. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing pertama yang telah membimbing dan memberikan saran juga arahan serta ilmu yang bermanfaat sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini.
3. Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing kedua yang telah meluangkan waktu untuk memberikan kritik juga saran selama proses pembuatan karya ilmiah ini kepada penulis.
4. Bidayatul Masulah, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji luar dan Dra. Farida Hanum, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah meluangkan waktu, arahan, serta kritik juga saran kepada penulis sehingga karya ilmiah ini dapat terselesaikan dengan baik.
5. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB yang telah memberikan ilmu juga bantuan selama masa perkuliahan dan penulisan karya ilmiah ini.
6. Lamtiur, Nova, dan Ali selaku sahabat penulis yang selalu hadir dalam suka maupun duka, memberikan semangat ketika penulis merasa lelah, serta menjadi bagian penting dalam perjalanan akademik dan kehidupan penulis selama menempuh pendidikan di IPB.
7. Mutiara dan Inayah selaku sahabat penulis sejak bangku SMP yang memberikan banyak dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah dengan baik juga menyelesaikan pendidikan hingga saat ini.
8. Rhafy Andika Yanori selaku ketua himpunan Gumatika SSMI IPB 2023/2024 yang telah meluangkan waktu untuk dapat memberikan kritik dan saran selama pembuatan karya ilmiah ini, BPH Gumatika dan juga seluruh pengurus Gumatika 2023/2024 yang telah menjadi tempat penulis untuk tumbuh dan berkembang.
9. Bulan, Yumna, Shyfa, Alista, Haikal, dan seluruh mahasiswa Matematika 59 yang sudah menemani masa perkuliahan penulis.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juli 2026

*Intan Nuraeni*



## DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR LAMPIRAN	ix
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.6 Analisis Sensitivitas	6
2.7 Bifurkasi	6
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	12
4.1 Sifat Dinamik	12
4.2 Analisis Kestabilan Titik Tetap	17
4.3 Simulasi Numerik	20
V SIMPULAN DAN SARAN	34
5.1 Simpulan	34
5.2 Saran	34
DAFTAR PUSTAKA	35
LAMPIRAN	37
RIWAYAT HIDUP	45

## DAFTAR TABEL

1	Parameter pada diagram kompartemen penyebaran penyakit malaria	10
2	Nilai parameter sistem persamaan diferensial (7)	21
3	Nilai indeks sensitivitas	22
4	Hasil simulasi laju infeksi manusia dari keadaan rentan ke keadaan terpapar ( $\lambda_h$ ) terhadap $\mathcal{R}_0$	23
5	Hasil simulasi laju infeksi nyamuk dari keadaan rentan ke keadaan terpapar ( $\lambda_m$ ) terhadap $\mathcal{R}_0$	26
6	Hasil simulasi laju kematian alami nyamuk ( $\alpha_m$ ) terhadap $\mathcal{R}_0$	29

## DAFTAR GAMBAR

1	Diagram kompartemen model matematika SEITRS penyebaran penyakit malaria	8
2	Dinamika populasi individu rentan ( $S_h$ ) dengan variasi $\lambda_h$	23
3	Dinamika populasi individu terpapar ( $E_h$ ) dengan variasi $\lambda_h$	24
4	Dinamika populasi individu terinfeksi ( $I_h$ ) dengan variasi $\lambda_h$	24
5	Dinamika populasi individu perawatan ( $T_h$ ) dengan variasi $\lambda_h$	24
6	Dinamika populasi individu sembuh ( $R_h$ ) dengan variasi $\lambda_h$	24
7	Grafik populasi terhadap perubahan nilai parameter $\lambda_h$	25
8	Dinamika populasi individu rentan ( $S_h$ ) dengan variasi $\lambda_m$	27
9	Dinamika populasi individu terpapar ( $E_h$ ) dengan variasi $\lambda_m$	27
10	Dinamika populasi individu infeksi ( $I_h$ ) dengan variasi $\lambda_m$	27
11	Dinamika populasi individu perawatan ( $T_h$ ) dengan variasi $\lambda_m$	27
12	Dinamika populasi individu sembuh ( $R_h$ ) dengan variasi $\lambda_m$	28
13	Grafik populasi terhadap perubahan nilai parameter $\lambda_m$	28
14	Dinamika populasi individu rentan ( $S_h$ ) dengan variasi $\alpha_m$	30
15	Dinamika populasi individu terpapar ( $E_h$ ) dengan variasi $\alpha_m$	30
16	Dinamika populasi individu infeksi ( $I_h$ ) dengan variasi $\alpha_m$	30
17	Dinamika populasi individu perawatan ( $T_h$ ) dengan variasi $\alpha_m$	31
18	Dinamika populasi individu sembuh ( $R_h$ ) dengan variasi $\alpha_m$	31
19	Grafik populasi terhadap perubahan nilai parameter $\alpha_m$	32
20	Grafik bifurkasi kompartemen $I_h$ terhadap bilangan reproduksi dasar	33

## DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap	38
2	Penentuan bilangan reproduksi dasar	40
3	Persamaan karakteristik	41
4	Penentuan nilai indeks sensitivitas	42
5	Penentuan titik tetap dengan perubahan parameter $\lambda_h$ , $\lambda_m$ dan $\alpha_m$	43
6	Grafik kompartemen perubahan parameter $\lambda_h$ , $\lambda_m$ dan $\alpha_m$	44