



# **ANALISIS KESTABILAN, KONTROL OPTIMUM, DAN EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL PENYEBARAN MALARIA BERBASIS NYAMUK *WOLBACHIA***

**MELISA SARI**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026**



## PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan, Kontrol Optimum dan Efektivitas Biaya pada Model Penyebaran Malaria Berbasis Nyamuk *Wolbachia*” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2026

Melisa Sari  
G5401221033

## ABSTRAK

MELISA SARI. Analisis Kestabilan, Kontrol Optimum dan Efektivitas Biaya pada Model Penyebaran Malaria Berbasis Nyamuk *Wolbachia*. Dibimbing oleh TONI BAKHTIAR dan ALI KUSNANTO.

Malaria masih menjadi masalah kesehatan yang memerlukan strategi pengendalian yang efektif dan berkelanjutan. Penelitian ini bertujuan mengkaji dinamika penyebaran malaria serta menentukan strategi kontrol optimum dan efektivitas biayanya melalui intervensi pelepasan nyamuk terinfeksi *Wolbachia*, pengobatan manusia terinfeksi dengan gejala, serta skrining dan pengobatan manusia terinfeksi tanpa gejala. Model SEAD-SEI-W direkonstruksi untuk menggambarkan interaksi antara manusia, nyamuk liar, dan nyamuk terinfeksi *Wolbachia*. Analisis dilakukan melalui penentuan titik tetap, bilangan reproduksi dasar  $\mathcal{R}_0$ , dan kontrol optimum menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin yang diselesaikan secara numerik dengan metode *forward-backward sweep* berbasis Runge-Kutta orde-4. Hasil analisis menunjukkan bahwa  $\mathcal{R}_0$  merupakan parameter ambang penyebaran penyakit. Simulasi numerik dan analisis efektivitas biaya menunjukkan bahwa setiap strategi memiliki efektivitas dan efisiensi yang berbeda. Secara keseluruhan, kombinasi ketiga kontrol merupakan strategi paling efektif dalam menekan infeksi, sedangkan pelepasan nyamuk terinfeksi *Wolbachia* merupakan strategi paling efisien dari segi biaya.

Kata kunci: efektivitas biaya, kontrol optimum, malaria, model SEAD-SEI-W, nyamuk terinfeksi *Wolbachia*

## ABSTRACT

MELISA SARI. Stability Analysis, Optimal Control, and Cost-Effectiveness in a Malaria Transmission Model Based on *Wolbachia*-Infected Mosquitoes. Supervised by TONI BAKHTIAR and ALI KUSNANTO.

Malaria remains a public health problem that requires effective and sustainable control strategies. This study aims to analyze the dynamics of malaria transmission and determine the optimal control strategy and its cost-effectiveness through the release of *Wolbachia*-infected mosquitoes, treatment of symptomatic humans, and screening and treatment of asymptomatic humans. The SEAD-SEI-W model is reconstructed to describe the interaction between human, wild mosquitoes, and *Wolbachia*-infected mosquitoes. The analysis includes the determination of fixed points, calculation of the basic reproduction number  $\mathcal{R}_0$ , and optimal control using Prinsip Maksimum Pontryagin, which is solved numerically using the forward-backward sweep method based on the fourth-order Runge-Kutta scheme. The results indicate that  $\mathcal{R}_0$  serves as the threshold parameter for disease transmission. Numerical simulations and cost-effectiveness analysis indicate that each strategy different levels of effectiveness and efficiency. Overall, the combination of all three control measures is the most effective strategy for reducing malaria infections, while the release of *Wolbachia*-infected mosquitoes is the most cost-efficient strategy.

Keywords: cost-effectiveness, malaria, optimal control, SEAD-SEI-W model, *Wolbachia*-infected mosquitoes



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026  
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

*Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.*

*Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.*



# **ANALISIS KESTABILAN, KONTROL OPTIMUM, DAN EFEKTIVITAS BIAYA PADA MODEL PENYEBARAN MALARIA BERBASIS NYAMUK *WOLBACHIA***

**MELISA SARI**

Skripsi  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada  
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA  
INSTITUT PERTANIAN BOGOR  
BOGOR  
2026**



*@Hak cipta milik IPB University*

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan, Kontrol Optimum dan Efektivitas Biaya pada Model Penyebaran Malaria Berbasis Nyamuk *Wolbachia*

Nama : Melisa Sari

NIM : G5401221033

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.

---

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

---

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.

NIP. 197902272005011001

---

Tanggal Ujian: 25 Mei 2026

Tanggal Lulus:



## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2025 sampai bulan Mei 2026 ini ialah kontrol optimum, dengan judul “Analisis Kestabilan, Kontrol Optimum dan Efektivitas Biaya pada Model Penyebaran Malaria Berbasis Nyamuk *Wolbachia*”. Penulis mengucapkan terima kasih kepada para pihak yang telah membantu penulis dalam proses menyelesaikan karya ilmiah ini, yaitu:

1. Ibu Warisa dan Bapak M. Dung selaku orang tua tercinta, serta Yuni Permata Sari, S.Pd. selaku kakak dari penulis, yang senantiasa memberikan doa, dukungan, semangat, motivasi, dan kasih sayang, serta membiayai seluruh proses pendidikan penulis, sehingga menjadi kekuatan terbesar bagi penulis dalam menempuh pendidikan hingga penyusunan karya ilmiah ini dapat terselesaikan;
2. Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing I, Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing II, dan Ibu Dra. Farida Hanum, M.Si. selaku dosen penguji atas waktu, arahan, bimbingan, serta motivasi yang senantiasa diberikan kepada penulis selama penyusunan karya ilmiah ini;
3. seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini;
4. diri penulis sendiri yang telah berusaha, berjuang, dan tidak menyerah dalam melewati setiap proses, tantangan, serta kesulitan selama masa perkuliahan hingga penyusunan karya ilmiah ini;
5. sahabat penulis, yaitu Hana, Zilmi, Tiur, Dewi dan Aufa yang senantiasa memberikan motivasi, bantuan, serta canda dan kenangan yang telah menjadi bagian penting dalam perjalanan penulis hingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan;
6. teman-teman penulis, yaitu Nova, Yunus, Fadhil, Santa, Rachel dan barista-barista Kopi Kenangan yang telah memberikan dukungan dan menemani penulis selama penyusunan karya ilmiah ini di Kopi Kenangan Dramaga;
7. teman-teman seperbimbingan, yaitu Farah, Ara, Una, Cipa dan Oce yang telah menjadi teman berjuang, saling mendukung, dan berbagi semangat selama proses penyusunan karya ilmiah ini;
8. keluarga Matematika 59 yang telah menjadi rumah bagi penulis selama menempuh Pendidikan;
9. semua pihak yang telah berkontribusi dan membantu dalam penyusunan karya ilmiah ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Bogor, Juni 2026

*Melisa Sari*

## DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Malaria	4
2.2 <i>Wolbachia</i> sebagai Strategi Pengendalian Malaria	5
2.3 Pertumbuhan Logistik dan Kapasitas Dukung Lingkungan	6
2.4 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu	7
2.5 Analisis Kestabilan	8
2.6 Kontrol Optimum	11
2.7 Prinsip Maksimum Pontryagin (PMP)	11
2.8 Metode Runge-Kutta Orde-4	12
2.9 Metode <i>Forward-Backward Sweep</i>	12
2.10 Analisis Efektivitas Biaya	13
2.11 Penelitian Terdahulu	13
III METODE PENELITIAN	15
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	17
4.1 Model SEAD-SEI-W tanpa Variabel Kontrol	17
4.2 Keterbatasan Solusi	20
4.3 Titik Tetap Bebas Penyakit	22
4.4 Titik Tetap Endemik	23
4.5 Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$	24
4.6 Analisis Kestabilan Lokal Titik Tetap Bebas Penyakit	26
4.7 Model SEAD-SEI-W dengan Variabel Kontrol	30
4.8 Kondisi Optimalitas	32
4.9 Simulasi Numerik	38
4.10 Analisis Efektivitas Biaya	50
V SIMPULAN DAN SARAN	57
5.1 Simpulan	57
5.2 Saran	57
DAFTAR PUSTAKA	58
LAMPIRAN	62
RIWAYAT HIDUP	80



## DAFTAR TABEL

1	Hasil perkawinan nyamuk berdasarkan keberadaan <i>Wolbachia</i>	5
2	Deskripsi variabel model	18
3	Deskripsi parameter model	19
4	Strategi pengendalian dari beberapa skenario kontrol	40
5	Nilai parameter	41
6	Nilai awal variabel <i>state</i>	41
7	Nilai <i>average cost-effectiveness ratio</i> (ACER)	51
8	Nilai <i>incremental cost-effectiveness ratio</i> (ICER)	52
9	Nilai ICER tanpa skenario S3	52
10	Nilai ICER tanpa skenario S2	52
11	Nilai ICER tanpa skenario S4	53
12	Nilai ICER tanpa skenario S6	53
13	Nilai ICER tanpa skenario S5	53

## DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	15
2	Diagram kompartemen dari model SEAD-SEI-W	17
3	Diagram kompartemen model SEAD-SEI-W dengan variabel kontrol	31
4	Model SEAD dengan kontrol konstan pada populasi manusia	42
5	Dinamika $D_H$ dengan kontrol konstan	43
6	Model SEI-W dengan kontrol konstan pada populasi nyamuk	43
7	Grafik subpopulasi $S_H$	44
8	Grafik subpopulasi $E_H$	45
9	Grafik subpopulasi $A_H$	45
10	Grafik subpopulasi $D_H$	46
11	Grafik subpopulasi $S_U$	47
12	Grafik subpopulasi $E_U$	47
13	Grafik subpopulasi $I_U$	48
14	Grafik subpopulasi $W$	49
15	Grafik total infeksi pada populasi manusia	49
16	Grafik masing-masing fungsi adjoin	50
17	Kontrol optimum pada skenario S1	54
18	Dinamika populasi manusia dengan skenario S1	54
19	Dinamika populasi nyamuk dengan skenario S1	55

## DAFTAR LAMPIRAN

1	Pembuktian Teorema untuk setiap variabel model	63
2	Penentuan titik tetap bebas penyakit	66
3	Penentuan titik tetap endemik	66
4	Penentuan bilangan reproduksi dasar	68
5	Penentuan koefisien $a_4$ , $a_5$ dan determinan Huwirtz	68

6	Solusi nilai kontrol optimum	73
7	Pendefinisian dan solusi untuk masing-masing skenario	76
8	Syarat transversalitas	78
9	Analisis efektivitas biaya	79

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



### @Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.