

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN PENGOBATAN DAN FAKTOR INFEKSI ULANG

NAMIRA RIZANTI



PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan dan Faktor Infeksi Ulang” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2026

Namira Rizanti
G5401221093

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ABSTRAK

NAMIRA RIZANTI. Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan dan Faktor Infeksi Ulang. Dibimbing oleh PAIAN SIANTURI dan ALI KUSNANTO.

Tuberkulosis merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium tuberculosis* dan menjadi masalah kesehatan di Indonesia karena penyakit dengan kasus tertinggi. Dalam penelitian ini dimodelkan penyebaran penyakit Tuberkulosis melalui pendekatan matematika dengan memasukkan beberapa aspek penularan pada individu rentan. Populasi dibagi ke dalam enam subpopulasi menggunakan model SVEITR (*Susceptible-Vaccinated-Exposed-Infected-Treatment-Recovered*). Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan parameter yang digunakan dalam mengendalikan penyakit agar terjadi kondisi bebas penyakit. Metode yang digunakan adalah dengan mencari titik tetap, bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$), melakukan analisis sensitivitas terhadap parameter yang terlibat dan melakukan simulasi numerik. Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik tetap bebas penyakit stabil saat $\mathcal{R}_0 < 1$, sedangkan titik tetap endemik stabil saat $\mathcal{R}_0 > 1$. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa penurunan tingkat penularan penyakit (β) dan peningkatan laju pengobatan (α) sangat berpengaruh terhadap pengendalian penyebaran penyakit sehingga mencapai kondisi bebas penyakit.

Kata kunci: analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, analisis sensitivitas, tuberkulosis, pengobatan

ABSTRACT

NAMIRA RIZANTI. Mathematical Model of Tuberculosis Transmission with Treatment and Reinfection Factors. Supervised by PAIAN SIANTURI and ALI KUSNANTO.

Tuberculosis is an infectious disease caused by the bacterium *Mycobacterium Tuberculosis* and remains a major public health problem in Indonesia due to its high incidence rate. In this study, the transmission dynamics of tuberculosis are modeled using a mathematical approach by incorporating several transmission aspects among susceptible individuals. The population is divided into six subpopulations using the SVEITR (*Susceptible-Vaccinated-Exposed-Infected-Treatment-Recovered*) model. The objective of this study is to identify the parameters that can be used to control the disease and achieve a disease-free condition. The methods employed include determining equilibrium points, calculating the basic reproduction number ($\mathcal{R}_0$), conducting sensitivity analysis on the model parameters, and performing numerical simulations. Stability analysis shows that the disease-free equilibrium is stable when $\mathcal{R}_0 < 1$, whereas the endemic equilibrium is stable when $\mathcal{R}_0 > 1$. The results of the numerical simulations indicate that reducing the disease transmission rate (β) and increasing the treatment rate (α) significantly contribute to controlling the spread of the disease, thereby leading to a disease-free condition.

Keywords: stability analysis, basic reproduction number, sensitivity analysis, tuberculosis, treatment



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN PENGOBATAN DAN FAKTOR INFEKSI ULANG

NAMIRA RIZANTI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Bidayatul Masulah, S.Si, M.Sc

Perpustakaan IPB University



Judul Skripsi : Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan dan Faktor Infeksi Ulang

Nama : Namira Rizanti

NIM : G5401221093

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dr. Paian Sianturi

Pembimbing 2:

Drs. Ali Kusnanto, M.Si

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.SI., M.Fin. Math.

NIP. 1979022720050110001

Tanggal Ujian:
18 Mei 2026

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2025 sampai bulan Mei 2026 dengan judul “Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan dan Faktor Infeksi Ulang” dapat diselesaikan dengan baik. Terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang turut membantu dalam penyusunan karya ilmiah diantaranya:

1. Orang tua tercinta, Bapak Rizal Fitri dan Ibu Rinawati. Terimakasih atas segala cinta yang diberikan yang tidak pernah putus berdoa, mendukung, kasih sayang yang diberikan akan selalu menjadi sumber kekuatan dalam setiap langkah dan proses yang penulis jalani dari awal perkuliahan;
2. Muhammad Rubian Wiratama selaku kakak tersayang yang selalu hadir dan senantiasa memberikan doa dan dukungan yang tidak ternilai. Terimakasih karena telah menjadi penyemangat besar dalam perjalanan ini;
3. Dr. Drs Paian Sianturi dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku pembimbingan yang telah memberikan ilmu dan saran dengan penuh kesabaran, serta Bidayatul Masulah, S.Si, M.Sc. selaku penguji yang telah memberikan saran sehingga karya ini lebih bermakna;
4. Terimakasih untuk penulis karena sudah menyelesaikan penulisan penelitian dengan baik dan tepat waktu walaupun banyak hal tidak terduga dalam penulisan dan sudah berjuang sampai akhir perkuliahan;
5. Nur Nabila dan Talenta Parfaibya Mahenindra, sahabat baik penulis sejak perkuliahan dan sahabat perjuangan selamat menjalankan perkuliahan matematika yang selalu menghadirkan tawa dan kehangatan selama menjalani hari hari di perkuliahan menjadi lebih ringan;
6. Rezkiana, Dicky, dan Meena sebagai teman yang selalu mendukung penulis sejak awal perkuliahan dan memberikan kebahagiaan sampai akhir perkuliahan;
7. Nova dan teman-teman Bismis Gumatika 2023/2024 yang selalu memberikan masukan untuk selalu berkembang dan memberikan kehangatan sampai akhir penulisan penelitian;
8. Rekan-rekan Matematika 59 yang sudah berjuang bersama selama perkuliahan di Matematika dan Tenaga Pendidikan Departemen Matematika yang selalu membantu dalam proses penyelesaian penelitian penulis;
9. Tante Penulis yaitu Sri Wiratini yang sudah berada jauh dari penulis dan tenang. Terima kasih sudah mendukung di awal perkuliahan penulis, yang selalu mendoakan dan mengingatkan makanan kesukaan penulis, yang menjadikan salah satu kekuatan penulis untuk sampai akhir penelitian.

Bogor, Juni 2026

Namira Rizanti



DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	3
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz	5
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	5
2.7 Analisis Sensitivitas	6
III METODE PENELITIAN	7
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	8
4.1 Formulasi Model	8
4.2 Analisis Kepositifan Solusi Model	10
4.3 Analisis Keterbatasan Model	11
4.4 Titik Tetap Bebas Penyakit	12
4.5 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	13
4.6 Analisis Kestabilan Lokal Titik Tetap Bebas Penyakit	14
4.7 Analisis Sensitivitas	17
4.8 Simulasi Numerik	19
V SIMPULAN DAN SARAN	31
5.1 Simpulan	31
5.2 Saran	31
DAFTAR PUSTAKA	32
LAMPIRAN	34
RIWAYAT HIDUP	63



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi model deterministik	9
2	Nilai parameter analisis sensitivitas	17
3	Hasil nilai indeks sensitivitas	18
4	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter β	19
5	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter κ	23
6	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter α	26
7	Nilai R_0 terhadap perubahan nilai parameter ε	29

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian penyebaran penyakit Tuberkulosis	7
2	Diagram kompartemen penyebaran penyakit Tuberkulosis.	8
3	Pengaruh Tingkat penularan β terhadap subpopulasi rentan S	20
4	Pengaruh Tingkat penularan β terhadap subpopulasi terpapar E	21
5	Dinamika populasi akibat pengaruh tingkat penularan β	21
6	Grafik jumlah individu terhadap perubahan β	22
7	Pengaruh parameter κ terhadap subpopulasi terpapar	24
8	Pengaruh parameter κ terhadap subpopulasi terinfeksi	24
9	Grafik jumlah individu terhadap perubahan κ	25
10	Pengaruh parameter α terhadap subpopulasi terinfeksi	26
11	Pengaruh parameter α terhadap subpopulasi pengobatan	27
12	Grafik jumlah individu terhadap perubahan α	28
13	Pengaruh parameter ε terhadap subpopulasi terpapar	29
14	Grafik perbedaan jumlah individu parameter ε .	30

DAFTAR LAMPIRAN

1	Analisis kepositifan solusi model	34
2	Penentuan titik tetap	37
3	Penentuan bilangan reproduksi dasar	39
4	Analisis kestabilan lokal titik tetap bebas penyakit	40
5	Nilai indeks sensitivitas	42
6	Menentukan titik tetap untuk β dan simulasi numerik	44
7	Menentukan titik tetap dan simulasi numerik untuk nilai parameter κ	49
8	Menentukan titik tetap dan simulasi numerik untuk laju pengobatan individu terinfeksi (α)	53
9	Menentukan titik tetap dan simulasi numerik untuk parameter ε	58