

PENGUNAAN DEKOMPOSISI SISI GRAF PADA MASALAH PENGOPTIMUMAN

SILVI NURUL AINI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
Bogor Indonesia

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Perpustakaan IPB University



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Penggunaan Dekomposisi Sisi Graf pada Masalah Pengoptimuman” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2026

Silvi Nurul Aini
G5401201041

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

ABSTRAK

SILVI NURUL AINI. Penggunaan Dekomposisi Sisi Graf pada Masalah Pengoptimuman. Dibimbing oleh FARIDA HANUM dan PRAPTO TRI SUPRIYO.

Dekomposisi sisi merupakan salah satu pendekatan dalam teori graf yang digunakan untuk membagi himpunan sisi suatu graf menjadi subgraf-subgraf yang lebih sederhana sehingga struktur jaringan dapat dianalisis secara lebih efisien. Penelitian ini bertujuan memodelkan dan menyelesaikan beberapa masalah pengoptimuman dengan memanfaatkan berbagai bentuk dekomposisi sisi, yaitu *matching*, subgraf planar, *spanning subgraph* dan *spanning tree*. Metode yang digunakan meliputi studi literatur terhadap konsep dasar teori graf dan analisis terapan pada beberapa kasus nyata. Hasil penelitian menunjukkan bahwa setiap jenis dekomposisi sisi memiliki keunggulan dalam menyelesaikan kategori masalah tertentu: *matching* efektif untuk penjadwalan dan alokasi sumber daya, subgraf planar sesuai untuk perancangan jaringan tanpa tumpang tindih, *spanning subgraph* dapat membagi sistem menjadi beberapa bagian operasional yang tetap terhubung, dan *spanning tree* memberikan solusi jalur minimum yang efisien pada suatu jaringan. Pemanfaatan dekomposisi sisi terbukti mampu mempermudah proses pemodelan, mengurangi kompleksitas permasalahan, serta memberikan solusi optimal pada berbagai konteks pengoptimuman.

Kata kunci: dekomposisi sisi, *matching*, *spanning subgraph*, *spanning tree*, subgraf planar.

ABSTRACT

SILVI NURUL AINI. The Use of Graph Edge Decomposition in Optimization Problems. Supervised by FARIDA HANUM and PRAPTO TRI SUPRIYO.

Edge decomposition is an approach in graph theory used to partition the edge set of a graph into simpler subgraphs, allowing the underlying network structure to be analyzed more efficiently. This study aims to model and solve several optimization problems by utilizing various forms of edge decomposition, namely matching, planar subgraphs, spanning subgraphs and spanning trees. The methods employed include literature review of fundamental graph-theoretical concepts and analytical applications to selected real-world cases. The results indicate that each type of edge decomposition offers distinct advantages for specific categories of problems: matching is effective for scheduling and resource allocation, planar subgraphs are suitable for designing networks without overlap, spanning subgraphs enable division of systems into operational components that remain connected, and spanning trees provide efficient minimum-path solutions for network design. The use of edge decomposition has been shown to simplify modeling processes, reduce problem complexity, and provide optimal solutions across various optimization contexts.

Keywords: edge decomposition, matching, planar subgraph, spanning subgraph, spanning tree.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, tugas akhir, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



PENGUNAAN DEKOMPOSISI SISI GRAF PADA MASALAH PENGOPTIMUMAN

SILVI NURUL AINI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



IPB University
— Bogor Indonesia —

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc.

Judul Skripsi : Penggunaan Dekomposisi Sisi Graf pada Masalah
Pegoptimuman

Nama : Silvi Nurul Aini

NIM : G5401201041

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dra. Farida Hanum, M.Si.



Pembimbing 2:

Drs. Prapto Tri Supriyo, M. Kom.



Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.

NIP 197902272005011001



Tanggal Ujian: 7 April 2026

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2023 sampai bulan Juni 2026 ini ialah Riset Operasi dengan judul “Penggunaan Dekomposisi Sisi Graf pada Masalah Pengoptimuman”. Penyusunan karya ilmiah ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Orang tua penulis serta saudara-saudara kandung penulis yang tiada henti memberikan doa, dukungan, kasih sayang, motivasi, semangat dan perhatiannya;
2. Ibu Dra. Farida Hanum, M.Si. selaku dosen pembimbing 1 dan bapak Drs. Prpto Tri Supriyo, M. Kom. selaku dosen pembimbing 2 yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, arahan, saran dan motivasi kepada penulis;
3. Bapak Prof. Dr. Toni Bakhtiar, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji luar yang telah memberikan saran dan masukan kepada penulis;
4. seluruh dosen dan staf Program Studi Matematika IPB yang telah memberikan ilmu dan bantuan selama penulis menjadi mahasiswa di IPB;
5. teman-teman dekat penulis Raisa Agustina, Anietya Putri Rahmanda, Aulia Putri Pratiwi Wijaya, Wardah Sanjaya, Karen Herlambang dan Lushiva Khaerani, yang telah membantu, memberi semangat dan memberikan dukungan kepada penulis baik secara langsung maupun tidak langsung;
6. teman-teman Matematika 57 yang telah menemani penulis selama menjadi mahasiswa di IPB;
7. seluruh pihak yang turut terlibat dalam membantu penulis menyusun tugas akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juni 2026

Silvi Nurul Aini

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Teori Graf	3
2.2 Dekomposisi Sisi (<i>Edge Decomposition</i>)	9
III METODE	17
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1 Pengaplikasian Dekomposisi Sisi ke dalam <i>Matching</i>	18
4.2 Pengaplikasian Dekomposisi Sisi pada Masalah Subgraf Planar	21
4.3 Pengaplikasian Dekomposisi Sisi pada Masalah <i>Spanning Subgraph</i>	26
4.4 Pengaplikasian Dekomposisi Sisi pada Masalah <i>Spanning Tree</i>	29
V SIMPULAN DAN SARAN	33
5.1 Simpulan	33
5.2 Saran	33
DAFTAR PUSTAKA	34
LAMPIRAN	36
RIWAYAT HIDUP	44



DAFTAR GAMBAR

1	Graf G_1	3
2	Subgraf	4
3	Subgraf terinduksi sisi	4
4	<i>Trail</i> dan <i>path</i> pada graf G_2	5
5	Graf terhubung dan graf tidak terhubung	5
6	Graf r -reguler	7
7	Graf lengkap	7
8	Graf bipartit	8
9	Graf bipartit lengkap	8
10	Dekomposisi sisi pada graf G_3	9
11	Graf berupa <i>matching</i> dan graf bukan <i>matching</i>	10
12	Dekomposisi sisi graf G_4 ke dalam <i>matching</i>	10
13	Graf planar dan graf non planar	11
14	Dekomposisi sisi graf G_5 ke dalam subgraf planar	11
15	<i>Spanning subgraph</i> dan bukan <i>spanning subgraph</i> pada graf G_6	12
16	Dekomposisi sisi graf G_7 ke dalam <i>spanning subgraph</i>	13
17	Graf G_8	14
18	<i>Spanning tree</i> pada graf G_9	15
19	Dekomposisi sisi graf G_{10} ke dalam <i>spanning tree</i>	15
20	Graf G_{11}	15
21	Graf M_1	18
22	<i>Matching</i> hasil dekomposisi pada graf M_1	19
23	Graf M_2	20
24	<i>Matching</i> hasil dekomposisi pada graf M_2	21
25	Graf lengkap K_9 sebagai ilustrasi graf P_1	22
26	Subgraf planar hasil dekomposisi pada graf P_1	23
27	Graf lengkap K_6 sebagai ilustrasi graf P_2	24
28	Subgraf planar hasil dekomposisi pada graf P_2	25
29	Graf S_1	26
30	<i>Spanning subgraph</i> hasil dekomposisi pada graf S_1	27
31	Graf S_2	28
32	<i>Spanning subgraph</i> hasil dekomposisi pada graf S_2	29
33	Graf T_1	30
34	<i>Spanning tree</i> hasil dekomposisi pada graf T_1	30
35	Graf T_2	31
36	<i>Spanning tree</i> hasil dekomposisi pada graf T_2	32
37	Graf lengkap K_4	37



DAFTAR LAMPIRAN

1	<i>Handshaking Lemma</i>	37
2	<i>König's Theorem</i>	37
3	Indeks Kromatik Sisi	37
4	Ilustrasi Teorema 1	37
5	Ilustrasi Teorema 2	38
6	Konektivitas Sisi	38
7	Pembuktian Teorema 4	38
8	Penyelesaian pada kasus 5	39
9	Penyelesaian pada kasus 6	40
10	Penyelesaian pada kasus 7	41
11	Penyelesaian pada kasus 8	42

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.