



ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT INFLUENZA DENGAN MELIBATKAN EFEK KETAKUTAN TERHADAP PENYAKIT

LAMTIUR SIHOTANG



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Influenza dengan Melibatkan Efek Ketakutan terhadap Penyakit” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juni 2026

Lamtiur Sihotang
G5401221026

ABSTRAK

LAMTIUR SIHOTANG. Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Influenza dengan Melibatkan Efek Ketakutan terhadap Penyakit. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Influenza merupakan penyakit yang menular melalui kontak dengan individu yang terinfeksi dan melalui udara berupa droplet yang dihasilkan ketika berbicara, bersin, ataupun batuk sehingga dapat menyerang sistem pernapasan manusia. Penelitian ini membahas influenza musiman yang terjadi dalam satu periode epidemi, sehingga tidak ditemukan individu yang kembali rentan ketika sudah sembuh. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi model penyebaran penyakit influenza dengan melibatkan efek ketakutan terhadap penyakit, menentukan dan menganalisis titik tetap, melakukan analisis sensitivitas, serta melakukan simulasi numerik. Kondisi endemik terjadi ketika bilangan reproduksi dasar lebih dari satu, dan kondisi bebas penyakit ketika bilangan reproduksi dasar kurang dari satu dan titik tetap bebas penyakit stabil. *Backward bifurcation* terjadi ketika bilangan reproduksi dasar kurang dari satu, tetapi titik tetap endemik masih stabil. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa untuk menekan penyebaran penyakit influenza dapat dilakukan dengan menurunkan laju kontak dengan individu yang terinfeksi serta meningkatkan laju vaksinasi terhadap individu yang rentan.

Kata kunci: analisis sensitivitas, *backward bifurcation*, bilangan reproduksi dasar, influenza

ABSTRACT

LAMTIUR SIHOTANG. Stability Analysis of Influenza Disease Spread Model Involving the Effect of Fear of Disease. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Influenza is a disease that is transmitted through contact with infected individuals and through the air in the form of droplets produced when talking, sneezing, or coughing, which can attack the human respiratory system. This study discusses seasonal influenza, which occurs during an epidemic period, so that infected individuals will not be susceptible again once they have recovered. This study aims to reconstruct a model of influenza disease spread by involving the effects of fear of the disease, determine and analyze equilibrium points, conduct sensitivity analysis, and perform numerical simulations. Endemic conditions occur when the basic reproduction number is greater than one, and disease-free condition occur when the basic reproduction number is less than one and the disease-free equilibrium point is stable. *Backward bifurcation* occurs when the basic reproduction number is less than one, but the endemic equilibrium point remains stable. The results of the numerical simulation show that the spread of influenza can be suppressed by reducing the rate of contact with infected individuals and increasing the rate of vaccination of susceptible individuals.

Keyword: *backward bifurcation*, *basic reproduction number*, *influenza*, *sensitivity analysis*.



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT INFLUENZA DENGAN MELIBATKAN EFEK KETAKUTAN TERHADAP PENYAKIT

LAMTIUR SIHOTANG

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:
Drs. Siswandi, M.Si.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Influenza dengan Melibatkan Efek Ketakutan terhadap Penyakit

Nama : Lamtiur Sihotang

NIM : G5401221026

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi Matematika:
Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.
NIP 197902272005011001

Tanggal Ujian: 28 April 2026

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2025 sampai bulan Maret 2026 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Influenza dengan Melibatkan Efek Ketakutan terhadap Penyakit”. Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang terlibat dalam penyusunan karya ilmiah ini, di antaranya:

- 1 Bapak Boturan Sihotang dan Ibu Minar Simbolon selaku orang tua penulis yang telah memberikan doa, dukungan, kasih sayang, dan cinta yang sangat berharga sehingga penulis bisa menyelesaikan karya ilmiah ini dan pendidikan hingga saat ini.
- 2 Hotmartogi Sihotang, S.Kom., Bobit Sihotang, S.Ak., Junita Sihotang, dan Anfrika Sihotang selaku saudara kandung penulis yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam menjalani perkuliahan.
- 3 Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku dosen pembimbing pertama, Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku dosen pembimbing kedua, dan Drs. Siswandi, M.Si. selaku dosen penguji sidang skripsi atas ilmu, arahan, saran, bimbingan, kritik, serta motivasi kepada penulis sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan dengan baik.
- 4 Prof. Dr. Ir. Sri Nurdiati, M.Sc. selaku dosen Pembimbing Akademik (PA) atas bimbingan dan arahan kepada penulis selama menjalani perkuliahan.
- 5 Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika SSMI IPB atas ilmu, arahan, dan bantuannya selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini.
- 6 Kurnia dan Dita yang merupakan sahabat penulis dari awal perkuliahan yang selalu menyemangati, mendukung, dan menemani penulis selama perkuliahan dan penyusunan karya ilmiah ini.
- 7 Kak Rhafy, Intan, Kak Vera, Hana, Kak Alfian, Nova Belinda, Ali, dan Melisa yang selalu membantu, mendukung, serta memberi arahan kepada penulis selama menjalani kepengurusan Gumatika dan menyusun karya ilmiah ini.
- 8 BPH Gebyar Nusantara 2024 yaitu Alief, Adhi, Aura, Khanza, dan Lud yang telah menemani dan kebersamai penulis selama kepanitiaan dan juga dalam penyusunan karya ilmiah ini.
- 9 Keluarga besar Matematika 59 yang menemani dan mendukung penulis selama perkuliahan dan juga pada saat penyusunan karya ilmiah ini.
- 10 Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juni 2026

Lamtiur Sihotang



DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Kestabilan Titik Tetap	4
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	6
2.6 Analisis Bifurkasi	6
2.7 Analisis Sensitivitas	7
III METODE PENELITIAN	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	11
4.1 Eksistensi Solusi	11
4.2 Titik Tetap	13
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar	14
4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap	15
4.5 Analisis Bifurkasi	17
4.6 Simulasi Numerik	20
V SIMPULAN DAN SARAN	30
5.1 Simpulan	30
5.2 Saran	30
DAFTAR PUSTAKA	31
LAMPIRAN	33
RIWAYAT HIDUP	48



DAFTAR GAMBAR

1	Diagram kompartemen model penyebaran penyakit influenza	8
2	Dinamika populasi individu rentan dengan variasi β_1	23
3	Dinamika populasi individu terpapar dengan variasi β_1	23
4	Dinamika populasi individu terinfeksi dengan variasi β_1	23
5	Dinamika populasi individu yang sembuh dengan variasi β_1	24
6	Perbandingan dinamika populasi dengan variasi nilai β_1 terhadap \mathcal{R}_0	25
7	Perbandingan dinamika populasi dengan variasi nilai v terhadap \mathcal{R}_0	27
8	Perbandingan dinamika populasi dengan variasi nilai α	28

DAFTAR TABEL

1	Parameter sistem persamaan diferensial (9)	10
2	Nilai parameter sistem persamaan diferensial (10)	20
3	Nilai indeks sensitivitas parameter	21
4	Hasil simulasi laju kontak dengan individu terinfeksi (β_1) terhadap \mathcal{R}_0	22
5	Hasil simulasi laju vaksinasi individu rentan (v) terhadap \mathcal{R}_0	26
6	Hasil simulasi tingkat efek ketakutan terhadap penyakit (α) terhadap \mathcal{R}_0	28

DAFTAR LAMPIRAN

1	Variabel tak berdimensi dan parameter model	34
2	Penentuan titik tetap bebas penyakit dan endemik	37
3	Penentuan bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0)	38
4	Penentuan nilai indeks sensitivitas	39
5	Penentuan dan analisis kestabilan titik tetap dengan variasi nilai parameter β_1	41
6	Penentuan dan analisis kestabilan titik tetap dengan variasi nilai parameter v	42
7	Penentuan dan analisis kestabilan titik tetap dengan variasi nilai parameter α	43
8	Simulasi numerik pada dinamika populasi dengan variasi nilai β_1	44
9	Simulasi numerik pada dinamika populasi dengan variasi nilai v	45
10	Simulasi numerik pada dinamika populasi dengan variasi nilai α	47