

ANALISIS KESTABILAN MODEL MANGSA PEMANGSA DENGAN PENYAKIT DAN EFEK ALLEE SERTA BIFURKASI

MUHAMAD ADZKA RIZKIA



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**

@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Mangsa Pemangsa dengan Penyakit dan Efek Allee serta Bifurkasi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Mei 2026

Muhamad Adzka Rizkia
G5401221040

ABSTRAK

MUHAMAD ADZKA RIZKIA. Analisis Kestabilan Model Mangsa Pemangsa Dengan Penyakit Dan Efek Allee Serta Bifurkasi. Dibimbing oleh Drs. Ali Kusnanto, M.Si dan Dr. Drs. Paian Sianturi.

Pengaruh tingkat penularan penyakit terhadap dinamika model mangsa-pemangsa dengan adanya efek Allee lemah pada mangsa dikaji menggunakan model eko-epidemiologi. Penyakit hanya menyerang populasi mangsa dan pemangsa hanya memangsa mangsa terinfeksi. Model dianalisis untuk menentukan stabilitas lokal pada titik kesetimbangan. Penelitian ini menunjukkan keberadaan bifurkasi transkritikal, Hopf, dan *saddle-node* pada model. Didapat enam titik tetap dengan satu titik tetap yang selalu bernilai negatif dan dua titik koeksistensi. Hasil analisis menunjukkan pada tingkat penularan penyakit yang relatif kecil mangsa rentan dapat bertahan. Saat tingkat penularan penyakit sedikit lebih tinggi, mangsa sakit mulai meningkat dan terjadi bifurkasi transkritikal. Tetapi pada tingkat infeksi yang tinggi dengan efek Allee lemah yang disesuaikan muncul titik koeksistensi ketika semua populasi hidup. Terdapat pertemuan antara dua titik koeksistensi sehingga menyebabkan terjadinya bifurkasi *saddle-node*-Hopf yaitu *limit cycle* dan kepunahan. Temuan ini menegaskan bahwa penyakit dan efek Allee lemah berpengaruh terhadap stabilitas ekosistem dan mekanisme wabah pada sistem mangsa-pemangsa.

Kata kunci: bifurkasi, efek Allee lemah, eko-epidemiologi, penyakit

ABSTRACT

MUHAMAD ADZKA RIZKIA. Stability Analysis of Prey-Predator Model with Disease and Allee Effects and Bifurcation. Supervised by Drs. Ali Kusnanto, M.Si and Dr. Drs. Paian Sianturi.

The influence of disease transmission levels on the dynamics of a predator-prey model with weak Allee effects on prey was studied using an eco-epidemiological model. The disease only affects the prey population, and predators only prey on infected prey. The model was analyzed to determine local stability at the equilibrium point. This study demonstrated the presence of transcritical, Hopf, and saddle-node bifurcations in the model. Six fixed points were obtained, with one fixed point always having a negative value, and two coexistence points. The analysis results showed that at relatively low levels of disease transmission, susceptible prey can survive. When the disease transmission rate is slightly higher, diseased prey begins to increase, and a transcritical bifurcation occurs. However, at high infection levels with adjusted weak Allee effects, a coexistence point appears when all populations survive. There is a meeting between the two coexistence points, causing a saddle-node-Hopf bifurcation, namely a limit cycle and extinction. These findings confirm that disease and weak Allee effects influence ecosystem stability and the outbreak mechanism in the predator-prey system.

Keywords: bifurcation, disease, eco-epidemiology, weak Allee effect



@Hak cipta milik IPB University

IPB University



- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2026
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.

ANALISIS KESTABILAN MODEL MANGSA PEMANGSA DENGAN PENYAKIT DAN EFEK ALLEE SERTA BIFURKASI

MUHAMAD ADZKA RIZKIA

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2026**



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Mangsa Pemangsa dengan Penyakit dan Efek Allee serta Bifurkasi

Nama : Muhamad Adzka Rizkia

NIM : G5401221040

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Dr. Ali Kusnanto, M.Si.

Pembimbing 2:

Dr. Drs. Paian Sianturi

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:

Dr. Donny Citra Lesmana, S.Si., M.Fin.Math.

197902272005011001

Tanggal Ujian:
08 April 2026

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2025 sampai bulan Maret 2026 ini ialah tugas akhir, dengan judul “Analisis Kestabilan Model Mangsa Pemangsa dengan Penyakit dan Efek Allee serta Bifurkasi”. Dalam penyusunan karya ilmiah ini, penulis menyadari keberhasilan tidak terlepas dari bantuan, dukungan dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Suhendri dan Ibu Suryati atas segala doa, kasih sayang, dukungan, motivasi, serta pengorbanan yang tiada henti diberikan kepada penulis.
2. Bapak Drs. Ali Kusnanto, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I dan Bapak Dr. Drs. Paian Sianturi selaku Dosen Pembimbing II yang telah dengan sabar memberikan bimbingan, arahan, motivasi, serta masukan selama proses penyusunan karya ilmiah ini. Bapak Mohamad Khoirun Najib S.Si, M.Mat. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran, kritik, dan masukan yang sangat membangun bagi penyempurnaan karya ilmiah ini.
3. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika IPB University atas ilmu, bimbingan, dan bantuan yang telah diberikan selama masa perkuliahan.
4. Teh Dea dan Nurul Fadilah yang senantiasa memberikan semangat, doa, dukungan moral, serta kepercayaan kepada penulis.
5. Ferdy dan Zaidan sebagai sahabat dekat penulis yang selalu memberikan dukungan, semangat, serta menjadi tempat berbagi dalam suka dan duka.
6. Teman-teman seperjuangan Departemen Matematika Angkatan 59 yang telah memberikan bantuan, dukungan, dan kebersamaan selama masa perkuliahan hingga penyusunan karya ilmiah ini.

Penulis menyadari bahwa karya ilmiah ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi perbaikan di masa yang akan datang. Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Mei 2026

Muhamad Adzka Rizkia

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	3
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensial	4
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	4
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	5
2.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap	6
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	7
2.6 Bifurkasi	7
2.7 Efek Allee	7
III METODE	9
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	10
4.1 Formulasi Model	10
4.2 Penentuan Titik Tetap dan Matriks Jacobi	11
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar	13
4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap T_0 , T_2 , dan T_3	13
4.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap T_4 dan T_5	15
4.6 Simulasi Numerik	18
V SIMPULAN DAN SARAN	41
5.1 Simpulan	41
5.2 Saran	41
DAFTAR PUSTAKA	42
LAMPIRAN	44
RIWAYAT HIDUP	60



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi variabel persamaan (6)	11
2	Deskripsi parameter persamaan (6)	11
3	Kestabilan titik tetap dengan $0 < \beta < \beta_5$	18
4	Nilai parameter simulasi	19
5	Jumlah populasi Atlantic cod di Eastern Canada	19
6	Perubahan parameter tingkat penularan penyakit	20
7	Kestabilan titik tetap dengan $0 < \beta < 0.716798$	20
8	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi I	21
9	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi II	22
10	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi III	24
11	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi IV	26
12	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi V	28
13	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan simulasi VI	30
14	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan bifurkasi transkritikal	34
15	Hasil analisis titik tetap, nilai eigen dan sifat kestabilan bifurkasi <i>saddle-node</i> -Hopf	36

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir penelitian	9
2	Diagram kompartemen model	10
3	Perbandingan jumlah populasi Atlantic cod dan grey seals berdasarkan data real dan <i>fitting</i>	19
4	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi I	21
5	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi II	23
6	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi III	25
7	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi IV	27
8	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi V	29
9	Bidang solusi 3D (a) dan kurva solusi (b) simulasi VI	31
10	Trajektori populasi dengan kondisi awal berbeda	32
11	Grafik perbandingan dengan dan tanpa efek Allee	33
12	Grafik bifurkasi transkritikal	35
13	Grafik bifurkasi <i>saddle-node</i>	37
14	Grafik sebelum bifurkasi Hopf	38
15	Grafik saat bifurkasi Hopf	39



DAFTAR LAMPIRAN

1	<i>Syntax</i> mencari titik tetap pada model persamaan	45
2	Titik tetap	46
3	<i>Syntax</i> mencari matriks jacobii	47
4	<i>Syntax</i> mencari nilai eigen	48
5	<i>Syntax</i> mencari batas-batas β	49
6	Batas-batas β	50
7	<i>Syntax</i> Google Colab <i>fitting</i> parameter model	51
8	<i>Syntax</i> grafik bidang solusi 3D dan solusi	54
9	<i>Syntax</i> grafik trajektori	55
10	<i>Syntax</i> grafik bifurkasi transkritikal	57
11	<i>Syntax</i> grafik bifurkasi <i>saddle-node</i>	58
12	<i>Syntax</i> grafik bifurkasi Hopf	59

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.