



ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN PENGobatan

AHMAD NAWAWI



DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
- Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 - Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Juli 2024

Ahmad Nawawi
G5401201002

@Perpustakaan IPB University

ABSTRAK

AHMAD NAWAWI. Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan TEDUH WULANDARI MAS' OED.

Salah satu penyakit menular yang masih menjadi masalah global adalah tuberkulosis (TB). Pengendalian penyakit TB dapat dilakukan dengan pengobatan yang efektif. Dalam penelitian ini akan dikaji secara matematika dengan merekonstruksi model penyebaran penyakit TB dan menentukan bilangan reproduksi dasarnya yang berikutnya digunakan untuk melakukan analisis sensitivitas parameternya. Kestabilan titik tetap diperoleh berdasarkan nilai bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0). Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal dan global, sedangkan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka bersifat tidak stabil. Selain itu, dilakukan pula analisis sensitivitas parameter terhadap \mathcal{R}_0 dan diperoleh bahwa parameter yang paling sensitif adalah laju transmisi penyebaran penyakit TB. Nilai \mathcal{R}_0 berkurang, jika laju kontak transmisi penyebaran penyakit TB diperkecil, sehingga titik tetap bersifat bebas penyakit.

Kata kunci: bilangan reproduksi dasar, kestabilan, pengobatan, tuberkulosis

ABSTRACT

AHMAD NAWAWI. Stability Analysis of Mathematical Model of Tuberculosis Disease Spread with Treatment. Supervised by JAHARUDDIN and TEDUH WULANDARI MAS' OED.

One of infectious disease that remains a global problem is tuberculosis (TB). Controlling TB disease can be done by effective treatment. In this study, it will be studied mathematically by reconstructing the TB disease spread model and determining the basic reproduction number which used to analyze the sensitivity of its parameters. The stability of the fixed point is obtained based on the value of the basic reproduction number (\mathcal{R}_0). If $\mathcal{R}_0 < 1$, the disease-free fixed point is locally and globally asymptotically stable, while if $\mathcal{R}_0 > 1$, it is unstable. In addition, a parameter sensitivity analysis of \mathcal{R}_0 was conducted and it was found that the most sensitive parameter is the transmission rate of TB disease spread. The value of \mathcal{R}_0 decreases, if the contact rate of TB transmission is minimized, so that the fixed point is disease-free.

Keywords: basic reproduction number, stability, treatment, tuberculosis



Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2024
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN PENGobatan

AHMAD NAWAWI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2024**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit
Tuberkulosis dengan Pengobatan

Nama : Ahmad Nawawi

NIM : G5401201002

Disetujui oleh

Pembimbing 1:

Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S.

Pembimbing 2:

Teduh Wulandari Mas'oed, S.Si., M.Si.

Diketahui oleh

Ketua Departemen Matematika:

Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.

NIP 196312281989032001

Tanggal Ujian: 11 Juni 2024

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Agustus 2023 sampai bulan April 2024 ini ialah pemodelan matematika, dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Pengobatan”. Penulis juga mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Bapak Dede Supendi, Ibu Siti Rohmah, Rony, Iyus, Ridwan, Adit dan Raihan selaku ayah, ibu, kakak dan adik penulis yang senantiasa mendukung dan mendoakan penulis sepanjang hidup,
2. Prof. Dr. Drs. Jaharuddin, M.S. selaku pembimbing pertama dan Teduh Wulandari Mas'oad, S.Si., M.Si. selaku pembimbing kedua atas segala ilmu, bimbingan, motivasi, kritik maupun saran sehingga karya ilmiah ini dapat terselesaikan dengan baik,
3. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua ilmu dan bantuannya selama perkuliahan dan proses penyelesaian karya ilmiah ini,
4. Nisriina dan Fatika sebagai rekan sepembimbingan yang telah memberikan bantuan serta dukungan kepada penulis,
5. Dandi, Alfath, Hanung, Hisyam, Nindi, Denanda, Aufa, Taufik, Nizam, Renda, Daryl, Sapto, Tania, Febri dan Rashad atas semua bantuan, motivasi, doa, canda, tawa, dan cerita selama perkuliahan,
6. Teman-teman Jogja dan Kelompok 8 yang senantiasa membantu dan kebersamai penulis selama di Departemen Matematika IPB,
7. Teman-teman Bismil Gumatika FMIPA IPB yang telah menjadi rumah serta kebersamai penulis untuk berkembang selama perkuliahan,
8. Seluruh teman Matematika angkatan 57 yang tidak dapat disebutkan satu-persatu atas dukungan dan doa,
9. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan karya ilmiah ini yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Juli 2024

Ahmad Nawawi



DAFTAR ISI

| | |
|--|----|
| DAFTAR TABEL | x |
| DAFTAR GAMBAR | x |
| DAFTAR LAMPIRAN | x |
| I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Tujuan | 2 |
| II TINJAUAN PUSTAKA | 3 |
| 2.1 Sistem Persamaan Diferensial | 3 |
| 2.2 Titik Tetap dan Pelinearan | 3 |
| 2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen | 4 |
| 2.4 Bilangan Reproduksi Dasar | 4 |
| 2.5 Kestabilan Titik Tetap | 5 |
| 2.6 Kriteria Routh-Hurwitz | 7 |
| 2.7 Fungsi Lyapunov | 7 |
| 2.8 Analisis Bifurkasi | 8 |
| 2.9 Kriteria Castillo-Chavez | 8 |
| 2.10 Analisis Sensitivitas | 9 |
| III METODE PENELITIAN | 10 |
| IV HASIL DAN PEMBAHASAN | 11 |
| 4.1 Model Matematika | 11 |
| 4.2 Penentuan Titik Tetap Bebas Penyakit | 13 |
| 4.3 Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar | 14 |
| 4.4 Penentuan Titik Tetap Endemik | 15 |
| 4.5 Analisis Kestabilan Titik Tetap | 16 |
| 4.6 Analisis Bifurkasi | 23 |
| 4.7 Simulasi Numerik | 26 |
| V SIMPULAN DAN SARAN | 35 |
| 5.1 Simpulan | 35 |
| 5.2 Saran | 35 |
| DAFTAR PUSTAKA | 36 |
| LAMPIRAN | 38 |
| RIWAYAT HIDUP | 50 |