

61 FIS

2001

01009

**PEMODELAN TIGA POTENSIAL PENGHALANG
SIMETRIS PADA SEMIKONDUKTOR *SUPERLATTICE***

IRWANSYAH



**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR**

2001

RINGKASAN

Irvansyah. Pemodelan Tiga Potensial Penghalang Simetris Pada Semikonduktor *Superlattice* (*Modelling symmetric triple barrier potential at semiconductor superlattice*).
Di bimbing oleh Agus Kartono, M.Si

Salah satu fenomena menarik yang dapat dijelaskan oleh fisika kuantum yaitu penerobosan (*tunneling*). Pada fenomena ini, partikel yang bergerak pada energi potensial penghalang memiliki probabilitas tertentu menerobos penghalang tersebut. Besarnya probabilitas dinamakan koefisien transmisi.

Semikonduktor *superlattice* merupakan generasi baru dalam material semikonduktor yang diusulkan secara teoritis pada tahun 1970-an oleh Esaki dan Tsu. *Superlattice* memiliki struktur potensial penghalang dan sumur kuantum yang berselang-seling. Oleh karena itu, peristiwa penerobosan akan dapat menentukan karakteristik material tersebut.

Dalam penelitian ini, dimodelkan tiga potensial penghalang untuk mempelajari karakteristik *superlattice* tiga penghalang simetris dari material $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As-GaAs-Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ dan AlAs-GaAs-AlAs . Struktur parameter seperti lebar potensial penghalang, lebar sumur dan ketinggian potensial penghalang dipelajari untuk mengetahui pengaruhnya pada karakteristik material tersebut. Hasil penelitian menunjukkan bahwa lebar sumur merupakan struktur parameter penting, karena lebar sumur yang divariasikan menunjukkan perubahan pada koefisien transmisi dan karakteristik rapat arus-tegangan. Pada koefisien transmisi, penambahan lebar sumur mengakibatkan penurunan tingkat energi resonan pertama seperti yang ditunjukkan pada gambar 6(d) dan 7(d) sedangkan pada karakteristik rapat arus tegangan, mengakibatkan penurunan arus resonan tunneling (J_{RT}). Pada *superlattice* $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As-GaAs-Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ untuk lebar sumur 6, 7, dan 8 nm dihasilkan J_{RT} (maks) berturut-turut $4,18 \times 10^7$; $4,16 \times 10^7$; dan $4,15 \times 10^7$ A m⁻². Pada *superlattice* AlAs-GaAs-AlAs untuk lebar sumur 5; 6,5; dan 8 nm dihasilkan J_{RT} (maks) berturut-turut $4,18 \times 10^7$; $4,17 \times 10^7$; dan $4,16 \times 10^7$ A m⁻².

Untuk
Orang tuaku ...
dan
Kakak-kakakku yang tercinta ...
serta
Orang-orang yang menyayangiku ...

**PEMODELAN TIGA POTENSIAL PENGHALANG
SIMETRIS PADA SEMIKONDUKTOR *SUPERLATTICE***

IRWANSYAH

Skripsi
Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains
pada
Jurusan Fisika

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
2001**

Judul : Pemodelan Tiga Potensial Penghalang Simetris pada Semikonduktor
Superlattice
Nama : Irwansyah
Nrp. : G07496020

Skripsi ini telah diperiksa dan disetujui oleh:

Pembimbing



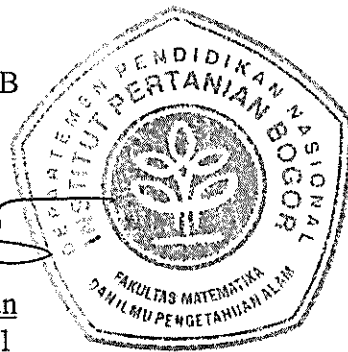
Agus Kartono, M.Si.
NIP. 132 232 003

Mengetahui,

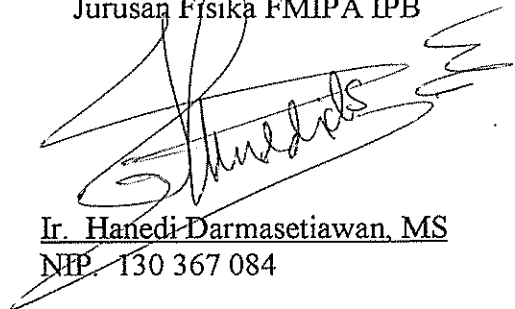
Ketua Jurusan
Fisika FMIPA IPB



Dr. Kiagus Dahlan
NIP. 131 663 021



Komisi Pendidikan
Jurusan Fisika FMIPA IPB



Ir. Hanedi Darmasetiawan, MS
NIP. 130 367 084

Tanggal lulus : 22/05 2001

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bogor pada tanggal 21 Mei 1977 sebagai anak terakhir dari sembilan bersaudara, anak dari pasangan Supandi dan Faizali.

Penulis menyelesaikan pendidikan di TK Sejahtera II Bogor pada tahun 1984. Lalu melanjutkan pendidikan di SDN Angkasa II Bogor yang diselesaikan pada tahun 1990. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan di SMPN 4 Bogor yang diselesaikan pada tahun 1993. Pendidikan dilanjutkan di SMAN 2 Bogor dan lulus pada tahun 1996 dan pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan ke Institut Pertanian Bogor melalui jalur Undangan Seleksi Masuk IPB (USMI). Di IPB penulis diterima di jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Selama mengikuti perkuliahan, penulis pernah aktif dalam keanggotaan Badan Perwakilan Mahasiswa, BPM FMIPA, selama satu periode 1996/1997, keanggotaan Senat Mahasiswa, SM FMIPA, selama satu periode 1997/1998, keanggotaan Himpunan Profesi Jurusan Fisika, HIMAFI, selama dua periode 1997/1998 sampai 1998/1999. Pada tahun 1999 penulis ikut serta dalam kepanitiaan Temu Mahasiswa Fisika Indonesia 1999 (TMFI 1999). Selain itu pada tahun 2000 penulis ikut serta dalam kepanitiaan The First Asia Physics Olympiade (APHO) yang diselenggarakan di Karawaci, Tangerang Indonesia.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang senantiasa melimpahkan rahmat dan karunia-Nya yang tak terkirakan. Karena karunia-Nya pulalah penulis dapat menyelesaikan penulisan karya ilmiah sebagai tugas akhir untuk meraih gelar Sarjana Sains.

Penyusunan tugas akhir ini dapat diselesaikan atas bantuan dan bimbingan yang sangat berharga dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada yang terhormat:

1. Bapak Agus Kartono, Msi selaku pembimbing.
2. Bapak Ir. Hanedi Darmasetiawan, MS. selaku Komisi Pendidikan Jurusan Fisika.
3. Kedua orang tua dan saudara-saudara penulis.
4. Lilis dan Resista yang telah meluangkan waktu untuk membantu, memberi perhatian dan dorongan semangatnya.
5. Edwin dan Wawan atas kebersamaan dan dukungannya.
6. Gatot , Toto, Andik, Nina, Hayat, Arif (Bio34), Desi (PKP35), rekan-rekan Fisika 33 serta adik-adik Fisika 34 dan Fisika 35 atas kekeluargaan, dorongan, dan bantuannya.
7. Semua pihak yang turut berperan dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa penyusunan karya ilmiah ini masih jauh dari sempurna. Maka segala kritik dan saran akan diterima dengan senang hati sebagai masukan yang membangun. Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi kita semua.

Bogor Januari 2001

Irwansyah

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
PENDAHULUAN	1
TINJAUAN PUSTAKA	
Persamaan Schrödinger	1
Model Potensial Penghalang Sumur Quantum Satu Dimensi	2
Koefisien Transmisi	5
Karakteristik Rapat Arus-Tegangan	6
BAHAN DAN METODE	
Waktu dan Tempat Penelitian	6
Alat dan Bahan	6
Metode Penelitian	7
HASIL DAN PEMBAHASAN	
Persamaan Koefisien Transmisi <i>Superlattice</i> Tiga Potensial Penghalang Simetris	8
Pengaruh Parameter pada Koefisien Transmisi	8
Pengaruh Parameter pada Rapat Arus	9
KESIMPULAN DAN SARAN	20
DAFTAR PUSTAKA	20
LAMPIRAN	21

DAFTAR GAMBAR

1.	<i>Superlattice</i> Ge_xSi_{1-x}/Si yang dibuat dengan menggunakan teknik MBE (Bean, 1988).....	3
2.	Aplikasi <i>superlattice</i> pada beberapa devais (Kwok, 1995).....	4
3.	Model struktur <i>superlattice</i> tiga potensial penghalang.....	5
4.	Model struktur <i>superlattice</i> tiga potensial penghalang $Al_xGa_{1-x}As$ -GaAs- $Al_xGa_{1-x}As$ simetris.....	7
5.	Model struktur <i>superlattice</i> tiga potensial penghalang AlAs-GaAs-AlAs simetris.....	7
6(a).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	10
6(b).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 7 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	10
6(c).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	11
6(d).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm, 7 nm, dan 8 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	11
7(a).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	12
7(b).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6,5 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	12
7(c).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	13
7(d).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm; 6,5 nm dan 8 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	13
8(a).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 0.456 eV.....	14
8(b).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 0.803 eV.....	14
8(c).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 0.967 eV.....	15
8(d).	Logaritma natural koefisien transmisi struktur tiga potensial penghalang sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 0.456 eV; 0.803 eV; 0.967 eV.....	15
9(a).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	16
9(b).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 7 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	16
9(c).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm dan tinggi barrier 0.658 eV.....	17
10(a).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	17
10(b).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6,5 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	18

10(c).	Rapat Arus struktur tiga potensial penghalang. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm dan tinggi barrier 1.355 eV.....	18
11.	Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm. Energi potensial penghalang V_a diambil bervariasi 0 V; 0.16 V; dan 0.4 V. (M.O. Vassell dan Johnson Lee, 1983).....	19
12.	Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm. Energi potensial penghalang V_a diambil bervariasi 0 V; 0.16 V; dan 0.4 V. (H.F. Lockwood, 1983).....	19

DAFTAR LAMPIRAN

1. Penurunan persamaan koefisien transmisi.....	22
2. Penurunan persamaan rapat arus.....	28
3. Program koefisien transmisi.....	32
4. Program rapat arus terhadap tegangan	34

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Konsep *tunneling* hampir setara mekanika kuantum. Perkembangan *tunneling* diawali ketika Oppenheimer pada tahun 1927 menulis sebuah paper tentang atom hidrogen yang berada dalam medan listrik. Dia mengembangkan sebuah metoda untuk menentukan peluang transisi antar dua tingkat ortogonal dengan energi sama. Selanjutnya pada tahun 1961, Bardeen menemukan metode tersebut dan menerapkannya untuk banyak partikel yang menerobos diantara dua logam yang dipisahkan oleh sebuah lapisan tipis oksida.

Tunneling dalam zat padat direview kembali oleh Duke pada tahun 1969 dengan menghitung *resonant tunneling* (Tomms, 1990). Peristiwa *tunneling* ini semakin menarik perhatian setelah ditemukan kemajuan baru dalam teknik menumbuhkan semikonduktor heterostruktur yaitu teknik *Molekuler Beam Epitaxy* (MBE) dan *Metallo-Organic Chemical Vapor Deposition* (MOCVD) (Tomms, 1990). Semikonduktor heterostruktur adalah generasi devais baru dalam fisika dan teknologi material. Semikonduktor heterostruktur merupakan gabungan antara dua semikonduktor campuran yang berbeda. Semikonduktor heterostruktur dapat diklasifikasikan menjadi dua kelompok. Pertama, yaitu heterojunction dan sumur quantum: disusun oleh compound yang dinotasikan dalam bentuk ABA. Dimana A dan B adalah semikonduktor campuran. Kedua, superlattice: disusun oleh compound secara periodik berlapis-lapis tipis dan dinotasikan ABAB. Superlattice yang terbentuk akan memiliki karakteristik yang berbeda dengan material penyusunnya. *Tunneling* antar potensial penghalang adalah karakteristik yang penting bagi material ini. Sebagai contoh: $Al_xGa_{x-1}As/GaAs$, $AlAs/GaAs$, Ge_xSi_{1-x}/Si dan sebagainya. Gambar 1 memperlihatkan superlattice Ge_xSi_{1-x}/Si yang dibuat dengan teknik MBE.

Semikonduktor jenis superlattice ini merupakan generasi baru dalam material semikonduktor. Teori tentang superlattice didasarkan pada konsep mekanika kuantum dan dikembangkan pada tahun 1970-an oleh Esaki dan Tsu. Selanjutnya mulai diaplikasikan menjadi berbagai macam devais pada tahun pertengahan 1980-1990.

Superlattice ini telah banyak digunakan mengingat struktur devaisnya yang baru dan dapat diubah-ubah, misalnya untuk transistor, dioda,

laser, photodetektor dan lain-lain. Gambar 2 memperlihatkan aplikasi superlattice pada beberapa devais.

Setiap lapisan material penyusun superlattice yang berbeda memiliki band gap energi yang berbeda, sehingga akan muncul potensial penghalang dan sumur kuantum yang berselang-seling. Partikel dengan energi kurang dari potensial penghalang akan menerobos secara tunneling. Melalui konsep tunneling mekanika kuantum, dapat dihitung koefisien transmisi dan rapat arus. Sifat ini banyak berguna untuk keperluan-keperluan praktis.

Penelitian ini mengambil model tiga potensial penghalang yang simetris, yang merupakan pengembangan penelitian pembimbing penulis, Agus Kartono, MSi yang mengambil model potensial dua barrier yang simetris.

Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah :

1. Menghitung koefisien transmisi dari fenomena penerobosan di dalam semikonduktor superlattice
2. Menghitung karakteristik rapat arus-tegangan sebagai fungsi dari stoikiometri material
3. Mendesain semikonduktor superlattice, sebagai contoh $Al_xGa_{x-1}As/GaAs$ dan $GaAs/AlAs$, secara pemodelan/teori.

Untuk tujuan-tujuan diatas semua perhitungannya menggunakan suatu program dengan bahasa pemrograman C++. Program tersebut disimpan dalam disket. Baik koefisien transmisi maupun karakteristik rapat arus dari berbagai desain material sampel dapat dilihat dalam disket tersebut.

TINJAUAN PUSTAKA

Persamaan Schrödinger

Dalam mekanika kuantum setiap partikel memiliki sifat gelombang. Fungsi gelombang partikel dinotasikan Ψ . Fungsi gelombang ini diperoleh dari solusi persamaan Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + V\Psi \dots (1)$$

Persamaan diatas dinamakan persamaan Schrödinger Tiga Dimensi bergantung Waktu. Energi potensial V merupakan fungsi dari posisi dan waktu. Sehingga energi potensial dituliskan V

$= V(x,y,z,t)$. Fungsi gelombang ψ tidak memiliki arti fisis apapun tetapi mengandung semua informasi partikel. $|\Psi|^2$ menyatakan kerapatan peluang pada posisi dan waktu tertentu. Oleh karena itu integral $|\Psi|^2$ keseluruhan ruang harus berharga berhingga sehingga partikel didapatkan pada suatu tempat adalah :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 \dots\dots\dots(2)$$

Untuk kasus potensial bebas waktu persamaan Schrödingernya menjadi :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \Psi = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Bentuk satu dimensinya dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \Psi = 0 \dots\dots\dots(4)$$

Untuk kasus dimana energi potensial sama dengan nol, $V=0$ maka persamaan (4) menjadi

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0 \dots\dots\dots(5)$$

persamaan (3) dan (4) masing-masing dinamakan persamaan keadaan tunak tiga dimensi dan satu dimensi. Persamaan Schrödinger merupakan persamaan pokok dalam mekanika kuantum serupa dengan hukum gerak kedua yang merupakan persamaan pokok dalam mekanika Newton.

Model Potensial Penghalang Sumur Quantum Satu Dimensi

Untuk memodelkan karakteristik superlattice ada beberapa asumsi. Asumsi tersebut diantaranya:

1. Masing-masing potensial barrier atau sumur kuantum bersisi jumlah cukup besar sub-sub lapisan atom yang diperkirakan massa efektifnya ada.
2. Pembawa muatan digambarkan dengan hubungan kuadrat energi-momentum.
3. Perbedaan massa dari setiap lapisan ke lapisan dapat diabaikan.
4. Dalam pengaruh bias tetap superlattice dapat dimodelkan dengan potensial barrier dan sumur yang mempunyai tinggi dan dalam yang serba sama.

5. Transport muatan yang utama mengadakan perpindahan tempat yaitu elektron, sebab 80 % dari perbedaan energi terlarang muncul dipita konduksi.
6. Tingkatan doping cukup kecil dan lapisan-lapisan cukup tipis sehingga pengaruh penipisan tidak dinyatakan.
7. *Mean free path* pembawa muatan cukup panjang untuk membawa perpindahan beberapa periodik tanpa kehilangan hubungan karena hamburan.
8. Kondisinya sedemikian rupa, sehingga pola medan serba sama.
9. Tidak ada kehilangan sumber energi ditengah lapisan
10. Hasil arus dari perpindahan antar daerah memenuhi statistik Fermi-Dirac.

(Vassell *et al.*, 1983)

Asumsi ini dibuat supaya superlattice dapat dimodelkan relatif lebih mudah.

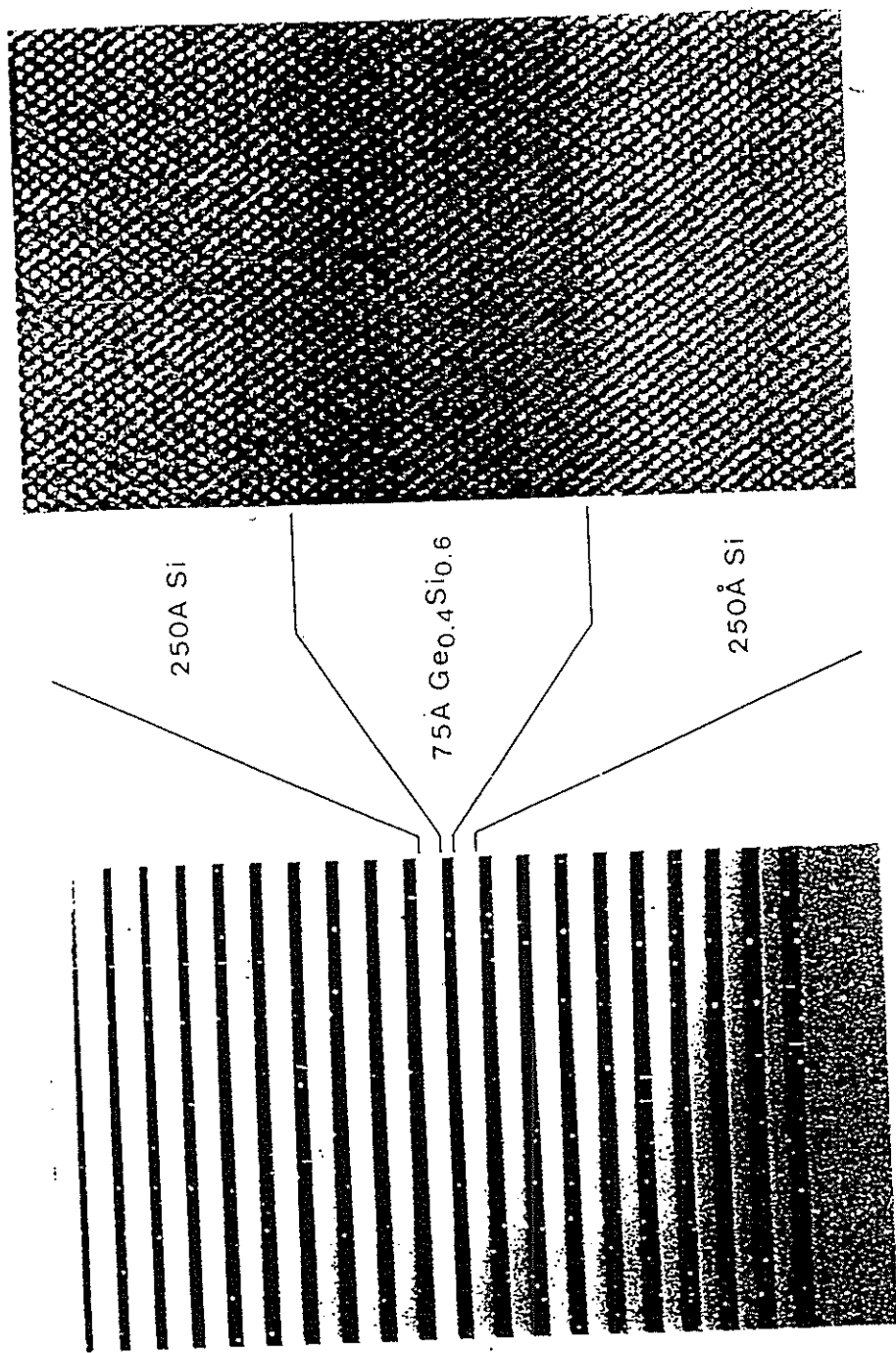
Struktur potensial triple barrier simetris mengikuti model Kronig-Penny (Kartono, 1995) dan ditunjukkan pada gambar 3.

Gambar 3 adalah model tiga potensial penghalang dan sumur kuantum. Terdapat tujuh daerah yaitu :

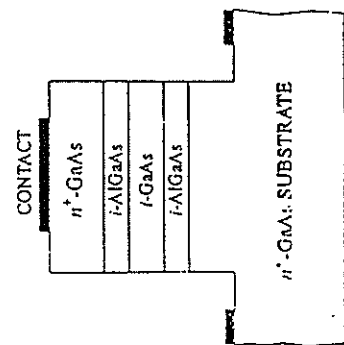
1. Daerah 1 (D1) yang terletak untuk $x < x_1$
2. Daerah 2 (D2) yang terletak untuk $x_1 < x < x_2$
3. Daerah 3 (D3) yang terletak untuk $x_2 < x < x_3$
4. Daerah 4 (D4) yang terletak untuk $x_3 < x < x_4$
5. Daerah 5 (D5) yang terletak untuk $x_4 < x < x_5$
6. Daerah 6 (D6) yang terletak untuk $x_5 < x < x_6$
7. Daerah 7 (D7) yang terletak untuk $x > x_6$

Potensial penghalang terletak pada daerah 2,4, dan 6. Ketinggian potensial penghalang dinyatakan dengan V_0 . Potensial sama dengan nol pada daerah 1,3,5, dan 7. Daerah 3 dan 5 letaknya diantara dua barrier seperti membentuk sumur. Oleh karena itu daerah 3 dan 5 dinamakan sumur kuantum. Selanjutnya dimisalkan lebar barrier dan sumur kuantum masing-masing adalah L_b dan L_s . Maka dapat dituliskan :

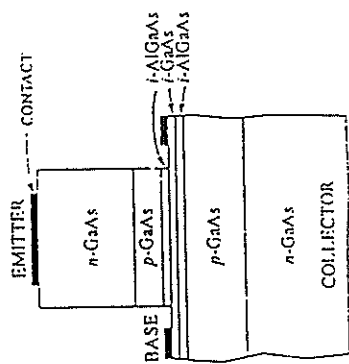
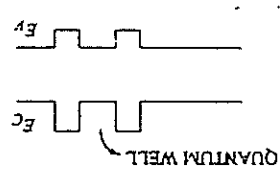
- $x_1 = 0$
- $x_2 = L_b$
- $x_3 = L_b + L_s$
- $x_4 = 2L_b + L_s$
- $x_5 = 2L_b + 2L_s$
- $x_6 = 3L_b + 2L_s$



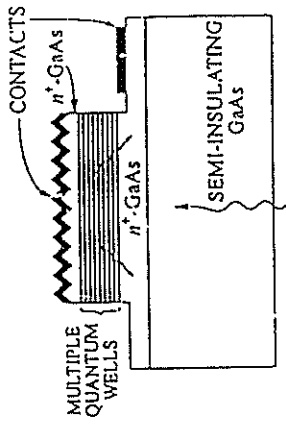
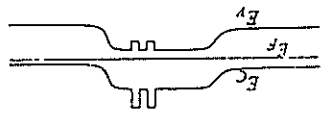
Gambar 1. Superlattice $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}/\text{Si}$ yang dibuat dengan menggunakan teknik MBE (Bean, 1988)



2.a Dioda

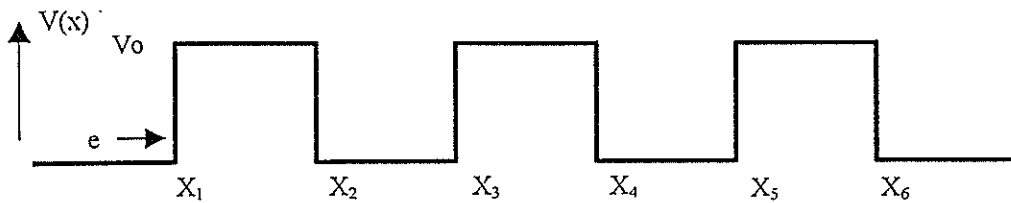


2.b Transistor



2.c Photodetector

Gambar 2. Aplikasi superlattice pada beberapa devais (Kwok, 1995)



Gambar 3. Model struktur triple barrier dan sumur kuantum simetris

Menurut mekanika kuantum, partikel yang bergerak dengan energi (E) kurang dari barrier (V_0) memiliki peluang untuk menembus barrier tersebut. Peristiwa ini dinamakan *Tunneling*.

Koefisien Transmisi

Besarnya peluang penerobosan dinyatakan oleh koefisien transmisi. Berikut ini akan diuraikan bagaimana cara menghitung koefisien transmisi. Untuk potensial tidak bergantung waktu, fungsi gelombang partikel $\psi(x)$ untuk satu dimensi harus memenuhi persamaan Schrödinger dengan bentuk :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\Psi = 0, \text{ untuk daerah 1,3,5 dan 7... (6)}$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0)\Psi = 0, \text{ untuk daerah 2,4 dan 6} \dots\dots\dots(7)$$

Diasumsikan bahwa energi elektron E lebih kecil dari pada barrier V_0 , selanjutnya didefinisikan :

$$\alpha^2 = \frac{2m^*E}{\hbar^2} \text{ dan } \beta^2 = \frac{2m^*(V_0 - E)}{\hbar^2}$$

Untuk partikel elektron dalam kristal dimasukan solusi Fungsi Bloch ke dalam persamaan (4) dalam bentuk :

$$\Psi(x) = U_k(x) \exp(ikx)$$

sehingga diperoleh :

$$\frac{d^2U}{dx^2} + 2ik \frac{dU}{dx} + (\alpha^2 - k^2)U = 0 \text{ dari persamaan 6} \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} + 2ik \frac{dU}{dx} - (\beta^2 + k^2)U = 0 \text{ dari persamaan 7} \dots\dots\dots(9)$$

Solusi persamaan (8) dan (9) masing-masing adalah :

$$U = Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(10)$$

$$U = Ae^{(\beta-ik)x} + Be^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(11)$$

Dengan demikian persamaan gelombang elektron untuk setiap daerah dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\text{Daerah 1 : } U_1 = A_1 e^{i(\alpha-k)x} + B_1 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(12)$$

$$\text{Daerah 2 : } U_2 = A_2 e^{(\beta-ik)x} + B_2 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(13)$$

$$\text{Daerah 3 : } U_3 = A_3 e^{i(\alpha-k)x} + B_3 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{Daerah 4 : } U_4 = A_4 e^{(\beta-ik)x} + B_4 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{Daerah 5 : } U_5 = A_5 e^{i(\alpha-k)x} + B_5 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{Daerah 6 : } U_6 = A_6 e^{(\beta-ik)x} + B_6 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(17)$$

$$\text{Daerah 7 : } U_7 = A_7 e^{i(\alpha-k)x} + B_7 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(18)$$

Pada persamaan 12 sampai 18, suku yang beramplitudo A_n menunjukkan gelombang yang bergerak kekanan dan suku yang beramplitudo B_n menunjukkan gelombang yang bergerak ke kiri.

Persamaan untuk koefisien transmisi diberikan sebagai berikut :

$$T = \frac{|U_{1+}|^2 v}{|U_{7+}|^2 v} = \frac{A_7 A_7^*}{A_1 A_1^*} \dots\dots\dots(19)$$

$|U_{1+}|^2 v$ adalah fluks partikel yang menembus barrier.

$|U_{7+}|^2 v$ adalah fluks partikel yang melewati barrier.

U_{1+} dan U_{7+} , masing-masing mempunyai amplitudo A_1 dan A_7 yang menyatakan gelombang yang menembus potensial penghalang dan melewati potensial penghalang.

Karakteristik Rapat Arus- Tegangan

Untuk mengitung rapat arus terhadap tegangan pada suhu mendekati 0 K di gunakan persamaan sebagai berikut (R. Tsu *et al*, 1973) :

$$J = \frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{E_F} (E_F - E) T(E) dE, \text{ untuk } V \geq E_F \dots\dots\dots(20)$$

dimana :

- e = muatan elektron ($1,6 \times 10^{-19}$ C)
- m^* = massa efektif elektron
- \hbar = konstanta Planck ($1,05 \times 10^{-34}$ J s)
- E_F = energi Fermi (J)

BAHAN DAN METODE

Waktu Dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan di Laboratorium Fisika Teori dan Komputasi Jurusan Fisika Institut Pertanian Bogor dan berjalan selama lima bulan, mulai bulan September 2000 hingga Januari 2001.

Alat dan Bahan

Bahan yang akan dipelajari karakteristik koefisien transmisi dan rapat arusnya yaitu superlattice $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Al_xGa_{1-x}As$ dan $AlAs-GaAs-AlAs$. Nilai x menyatakan fraksi mol dan bernilai 0 sampai 1. Superlattice kedua merupakan bagian dari superlattice pertama untuk $x = 0$ dan $x = 1$. Pada superlattice struktur tiga potensial penghalang $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Al_xGa_{1-x}As$, yang berperan sebagai potensial penghalang yaitu $Al_xGa_{1-x}As$ dan sumur kuantum yaitu GaAs. Ini dikarenakan band gap $Al_xGa_{1-x}As$ lebih lebar dari pada GaAs. Strukturnya digambarkan pada gambar 4.

massa efektif diasumsikan sama untuk semua daerah $m^* = 0,07 m_0$ ($9,1 \times 10^{-31}$ kg) dan ketinggian $V_0 = 0,85\Delta g$ dimana

$$\Delta g = 1,247 \text{ eV untuk } x < 0,45$$

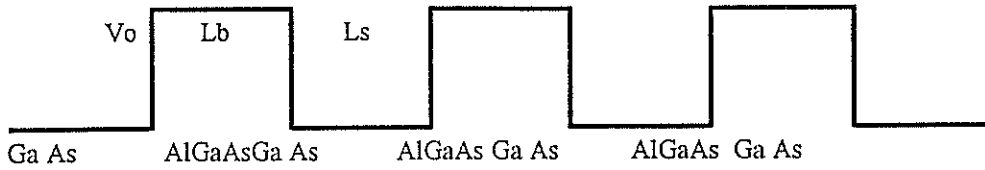
$$\Delta g = 1,247x + 1,147 (x-0,45)^2 \text{ eV,}$$

$$\text{untuk } 0,45 \leq x \leq 1 \dots\dots\dots(21)$$

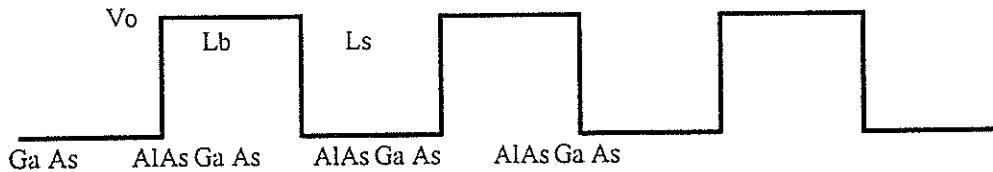
(Masahiro *at el.*, 1987)

Pada superlattice struktur tiga potensial penghalang simetris $AlAs-GaAs- AlAs$, yang berperan sebagai potensial penghalang yaitu $AlAs$ dan sumur kuantum yaitu GaAs. Ini dikarenakan band gap $AlAs$ lebih lebar dari pada GaAs. Strukturnya digambarkan pada gambar 5.

Massa efektif diasumsikan sama untuk semua daerah $m^* = 0,07 m_0$ dan ketinggian $V_0 = 1,355$ eV. Energi Fermi diasumsikan 0,005 eV untuk dua jenis superlattice tersebut (Kartono, 1995). Alat bantu penelitian ini menggunakan komputer dengan software C++.



Gambar 4. Model struktur superlattice triple barrier $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Al_xGa_{1-x}As$ simetris



Gambar 5. Model struktur superlattice triple barrier $AlAs-GaAs-AlAs$ simetris

Metode Penelitian

Perhitungan untuk mencari koefisien transmisi digunakan metode transfer matrik. Metode ini didasarkan pada kemalaran fungsi gelombang partikel dan turunannya pada setiap perbatasan. Pada setiap perbatasan dapat dituliskan :

$$C = \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix}$$

sehingga dari persamaan 7 akan diperoleh hubungan:

$$\Psi_n(x) = \Psi_{n+1}(x) \quad \dots\dots\dots(22)$$

dan

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} A_7 \\ B_7 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(25)$$

dimana:

$$M_T = M_1^{-1}(x)M_2(x)M_3^{-1}(x)M_4(x)M_5^{-1}(x)M_6(x)M_7^{-1}(x)M_8(x)M_9^{-1}(x)M_{10}(x)M_{11}^{-1}(x)M_{12}(x)$$

$$\frac{d\Psi_n(x)}{dx} = \frac{d\Psi_{n+1}(x)}{dx} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$\dots\dots\dots(26)$$

Untuk kasus struktur triple barrier simetris nilai $n=1,2,3,4,5,6$. Ini artinya ada enam perbatasan yaitu x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , dan x_6 . Selanjutnya dari persamaan 6 dan 7 akan diperoleh dua matrik M_n dengan ukuran 2×2 dan C dengan ukuran 2×1 mengikuti hubungan sebagai berikut:

Untuk $B_7 = 0$ karena tidak ada gelombang didaerah 7 yang dipantulkan. Sehingga persamaan 7 dapat ditulis kembali menjadi :

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = M_n^{-1}(x)M_{n+1}(x) \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = M_T A_7$$

dari sini diperoleh :

$$\frac{A_1}{A_7} = M_T$$

dimana :

Koefisien transmisi yaitu :

$$T = \frac{|U_{1+}|^2 v}{|U_{7+}|^2 v} = \frac{A_7 A_7^*}{A_1 A_1^*} = [M_T M_T^*]^{-1}$$

$$T = [M_T M_T^*]^{-1} \dots \dots \dots (27)$$

Untuk menghitung rapat arus pada suhu mendekati 0 K pada persamaan 20 menggunakan pendekatan metode integral Gauss. Bentuk integralnya sebagai berikut

$$\int_a^b f(y) dy = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n w_i f(y_i) \dots \dots \dots (28)$$

dimana :

$$y_i = \frac{b-a}{2} x_i + \frac{b+a}{2}$$

w_i dan y_i diambil dari tabel Gauss.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan Koefisien Transmisi Superlattice Tiga Potensial Penghalang Simetris

Untuk memperoleh pendekatan persamaan koefisien transmisi untuk struktur tiga potensial penghalang yang simetris digunakan metode transfer matrik. Persamaan yang diperoleh yaitu :

$$T^* T = \left[\text{Re}^2 \left(\frac{A_1}{A_5} \right) + \text{Im}^2 \left(\frac{A_1}{A_5} \right) \right]^{-1} \dots \dots \dots (29)$$

dengan :

$$\text{Im} \left(\frac{A_1}{A_7} \right) = -6\alpha^2 \beta^3 \cosh^3(\beta L b) + 48\alpha(\alpha^2 - \beta^2)^2 \sinh^2(\beta L b) \cosh(\beta L b)$$

$$- 32\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta L b) \cosh(\beta L b) \cos(2\alpha L s) - 16\alpha(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta L b) \cosh(\beta L b) \cos(4\alpha L s)$$

$$- 16(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta L b) \sin(2\alpha L s) - 8(\beta^2 - \alpha^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta L b) \sin(4\alpha L s)$$

$$\text{Re} \left(\frac{A_1}{A_7} \right) = -8(\alpha^2 - \beta^2)^3 \sinh^3(\beta L b) + 96\alpha^2 \beta^2 (\beta^2 - \alpha^2) \sinh(\beta L b) \cosh^2(\beta L b) +$$

$$32\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta L b) \cosh(\beta L b) \sin(2\alpha L s) + 16\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta L b) \cosh(\beta L b) \sin(4\alpha L s)$$

$$- 16(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta L b) \cos(2\alpha L s) - 8(\beta^2 - \alpha^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta L b) \cos(4\alpha L s)$$

Persamaan tersebut menyatakan bahwa koefisien transmisi sangat bergantung pada parameter-parameter struktur tiga potensial penghalang simetris. Parameter-parameter tersebut yaitu ketebalan penghalang (Lb), ketebalan sumur (Ls), dan ketinggian penghalang, dalam hal ini ketinggian penghalang dinyatakan dengan potensial (Vo).

Dari persamaan koefisien transmisi ini maka akan didapatkan karakteristik rapat arus baik dari bahan $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ maupun AlAs-GaAs-AlAs .

Selanjutnya akan diuraikan bagaimana pengaruh parameter-parameter tersebut pada koefisien transmisi maupun karakteristik rapat arus superlattice tiga potensial penghalang simetris pada bahan $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ dan AlAs-GaAs-AlAs

Pengaruh Parameter pada Koefisien Transmisi

Pada koefisien transmisi baik pada $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ maupun AlAs-GaAs-AlAs , energi resonan untuk lebar penghalang yang berbeda jumlahnya hampir tidak mengalami perubahan, karena pada daerah penghalang tidak terjadi resonansi. Sedangkan untuk lebar sumur terjadi perubahan yang menarik. Untuk superlattice $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ditetapkan lebar penghalang 2nm dengan lebar sumur yang berbeda-beda yaitu: 6nm (gambar 6a), 7nm (gambar 6b), 8nm (gambar 6c) dengan ketinggian penghalang yaitu 0,658 eV. Energi resonan pertamanya secara berturut-turut yaitu: 0,084eV; 0,067eV; 0,054eV.

Jika disatukan ketiga hasil tersebut maka akan terlihat perbedaannya seperti pada gambar 6d. Begitu pula pada superlattice AlAs-GaAs-AlAs

dimana lebar penghalang 2nm dengan lebar sumur 5nm (gambar 7a), 6,5nm (gambar 7b), 8nm (gambar 7c) dengan ketinggian penghalang 1,355eV didapat energi resonan pertamanya secara berturut-turut yaitu: 0,138eV; 0,091eV; 0,064eV.

Dan bila disatukan ketiga hasil tersebut juga akan terlihat perbedaannya seperti pada gambar 7d.

Dari hasil kedua superlattice tersebut memperlihatkan bahwa semakin bertambah lebar

sumur maka energi resonan pertamanya semakin berkurang secara drastis, ini menunjukkan bahwa jumlah energi resonan akan bertambah jika ketebalan sumur berkurang sampai nilai tertentu.

Untuk melihat ketergantungan koefisien transmisi pada fraksi mol untuk struktur tiga potensial penghalang simetris dalam bahan superlattice $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ diambil parameter-parameter sebagai berikut; lebar penghalang 2nm dan lebar sumur 5nm dengan ketinggian penghalang, V_0 yang bervariasi yaitu 0,456eV (gambar 8a); 0,803eV (gambar 8b); 0,967eV (gambar 8c). Didapatkan hasil energi resonan pertama secara berturut-turut yaitu: 0,092eV; 0,114eV; 0,134eV. Jika ketiga hasil tersebut disatukan (gambar 8d) akan terlihat bahwa penurunan ketinggian penghalang menghasilkan penurunan kecil tingkat energi. Dengan demikian penurunan fraksi mol menyebabkan tingkat energi yang lebih kecil.

Perhitungan M.O.Vassell dan Johnson Lee (1983) mengasumsikan ketebalan penghalang GaAlAs 2 nm dan ketebalan sumur GaAs 5 nm. Tegangan Bias V_a diambil bervariasi 0 V; 0,16 V; dan 0,4 V. Hasil perhitungan M.O.Vassell dan Johnson Lee diperlihatkan pada gambar 11. Dan perhitungan H.F. Lockwood (1983) mengasumsikan ketebalan penghalang GaAlAs 2 nm dan ketebalan sumur GaAs 5 nm. Tegangan Bias V_a diambil bervariasi 0 V; 0,2 V; dan 0,4 V. Hasil perhitungan H.F. Lockwood diperlihatkan pada gambar 12.

Jika dibandingkan dengan hasil perhitungan yang dilakukan oleh M.O.Vassell, and Johnson Lee (1983) maupun oleh H.F. Lockwood (1983), maka dapat dilihat bahwa kesimpulan yang didapat sama secara kualitatif dengan hasil yang penulis lakukan.

Pada struktur tiga potensial penghalang simetris ini, puncak energi resonan terbagi dua karena adanya dua sumur yang dilalui oleh elektron dalam superlattice tersebut.

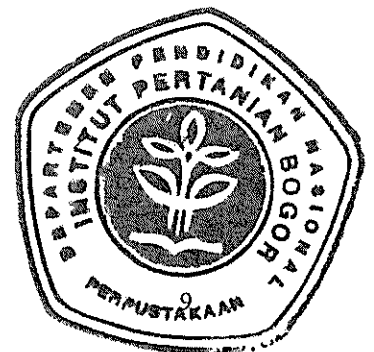
Pengaruh Parameter pada Rapat Arus

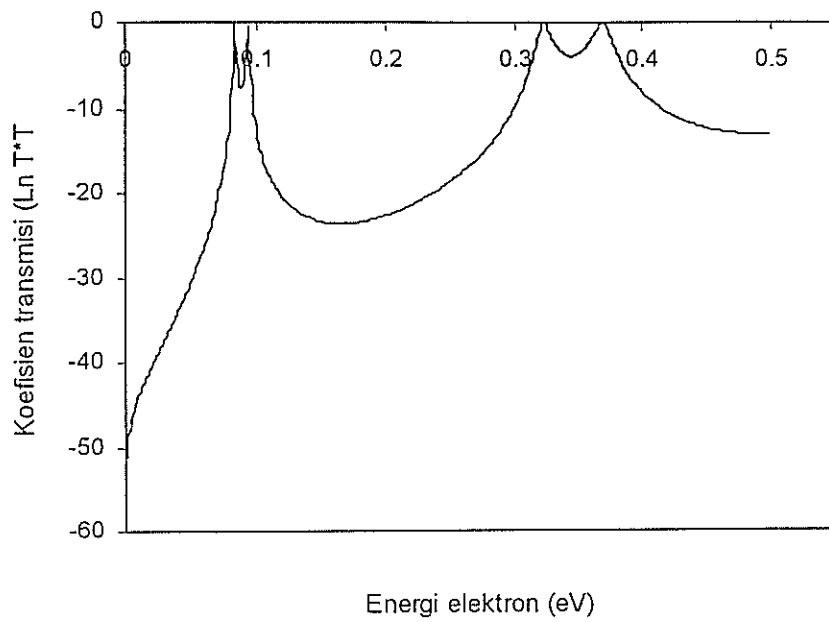
Untuk rapat arus baik pada $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ maupun AlAs-GaAs-AlAs , untuk lebar penghalang yang berbeda, tidak mengalami perubahan yang berarti, karena pada daerah penghalang tidak terjadi resonansi sehingga tidak terjadi perubahan arus yang mencolok. Sedangkan untuk lebar sumur terjadi perubahan yang menarik. Untuk superlattice $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ditetapkan lebar penghalang 2nm dengan lebar sumur yang berbeda-beda yaitu: 6nm (gambar 9a),

7nm (gambar 9b), 8nm (gambar 9c) dengan ketinggian penghalang yaitu 0,658 eV. Arus resonan tunneling, $J_{RT}(\text{maks})$ secara berturut-turut yaitu: $4,18 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$; $4,16 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$; $4,15 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$.

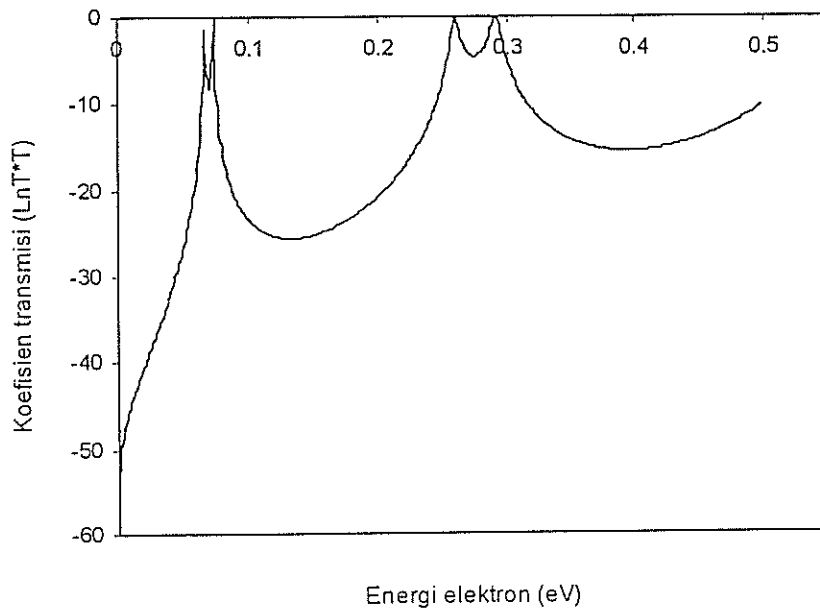
Begitu pula pada superlattice AlAs-GaAs-AlAs dimana lebar penghalang 2nm dengan lebar sumur 5nm (gambar 10a), 6,5nm (gambar 10b), 8nm (gambar 10c) dengan ketinggian penghalang 1,355eV didapat arus resonan tunneling, $J_{RT}(\text{maks})$ secara berturut-turut yaitu: $4,18 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$; $4,17 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$; $4,16 \times 10^7 \text{Am}^{-2}$.

Dari hasil kedua superlattice tersebut memperlihatkan bahwa semakin bertambah lebar sumur maka arus resonan tunneling, $J_{RT}(\text{maks})$ nya semakin berkurang, ini menunjukkan bahwa jumlah arus resonan tunneling, $J_{RT}(\text{maks})$ akan bertambah jika ketebalan sumur berkurang sampai nilai tertentu. Hal ini berkaitan dengan nilai energi resonan yang semakin berkurang jika lebar sumur GaAs mengalami penambahan. Rapat arus-tegangan bergantung pada koefisien transmisi. Oleh karena itu munculnya rapat arus yang dihasilkan akan berkurang juga.

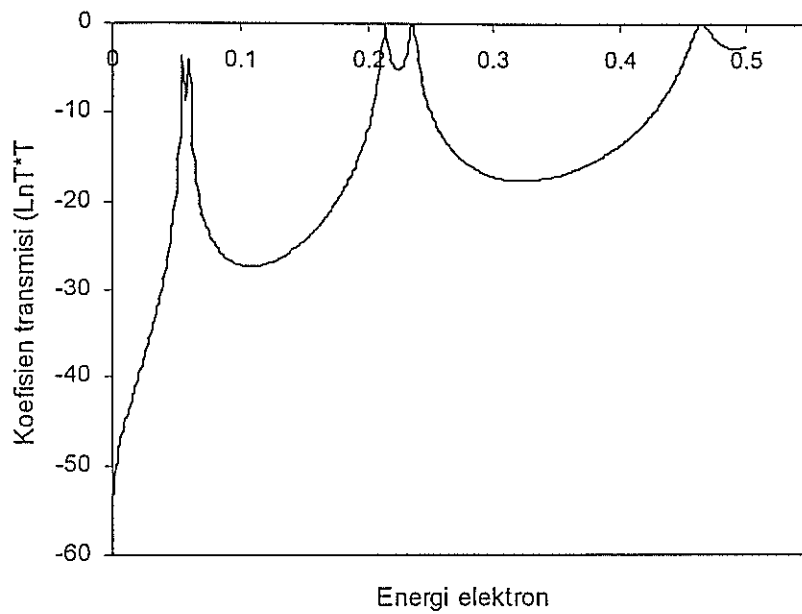




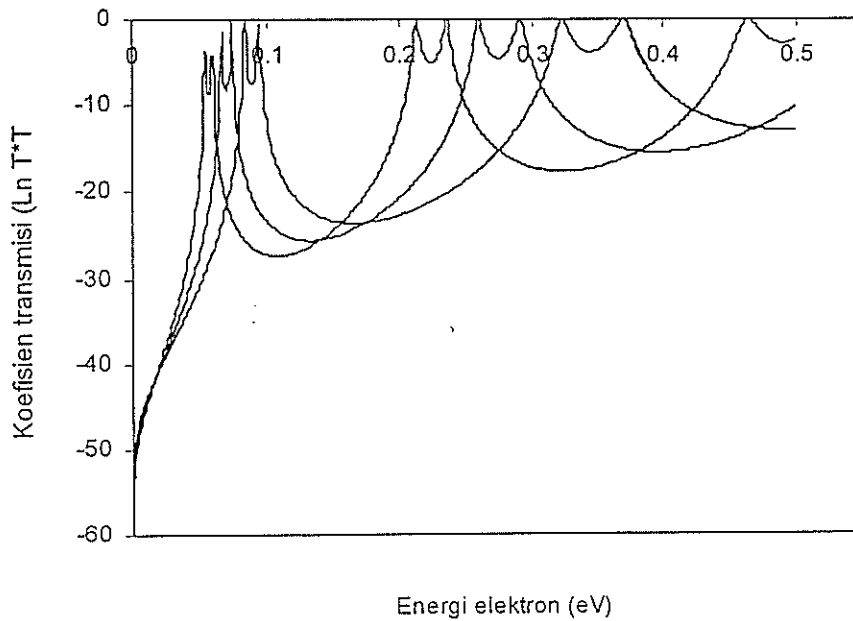
Gambar 6(a). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



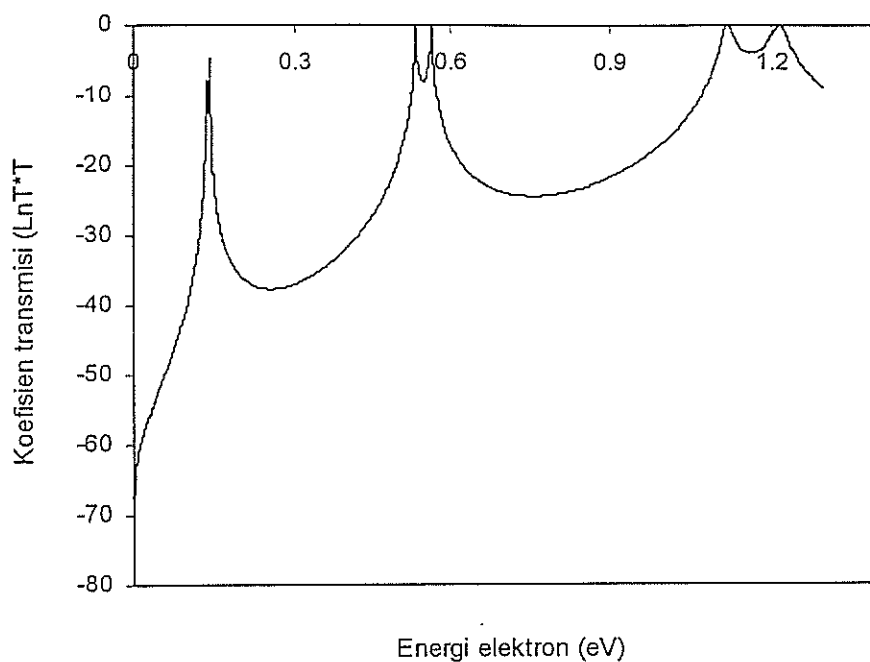
Gambar 6(b). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 7 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



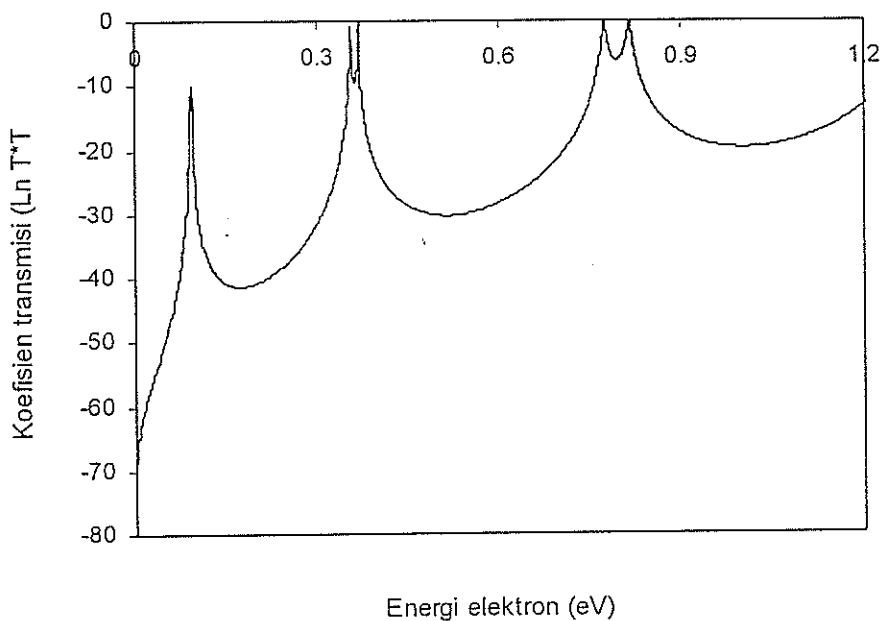
Gambar 6(c). Logaritma natural koefisien transmisi untuk struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



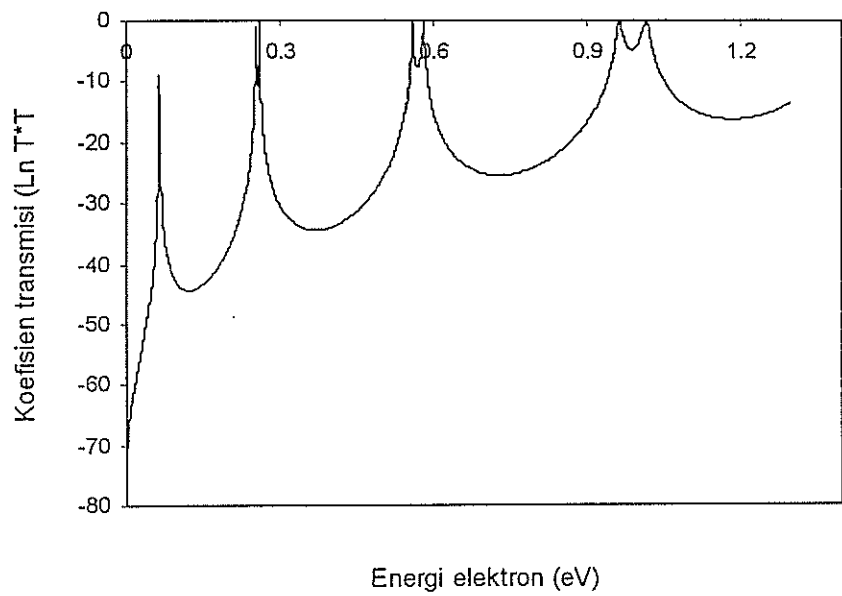
Gambar 6(d). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm, 7nm, dan 8nm dan tinggi barrier 0.658 eV



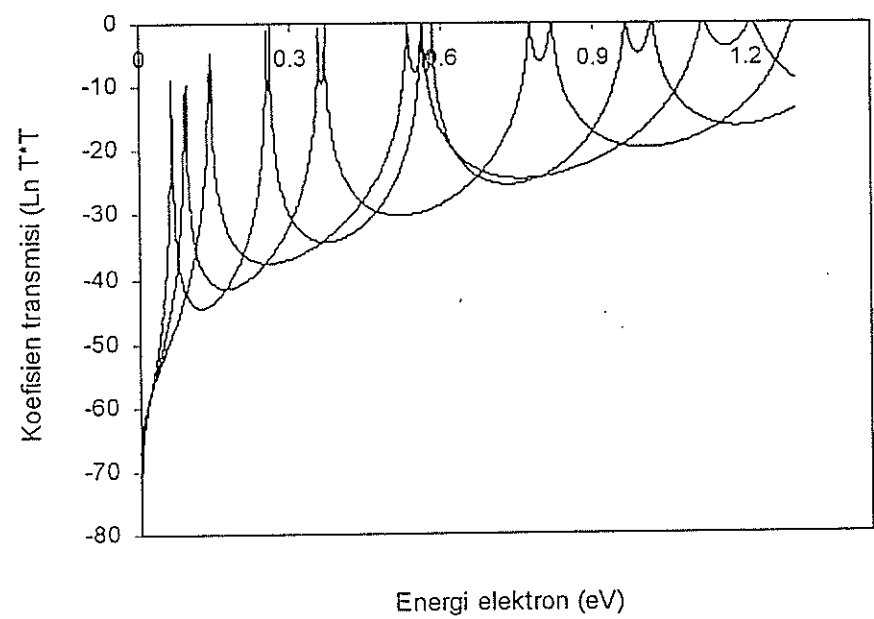
Gambar 7(a). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



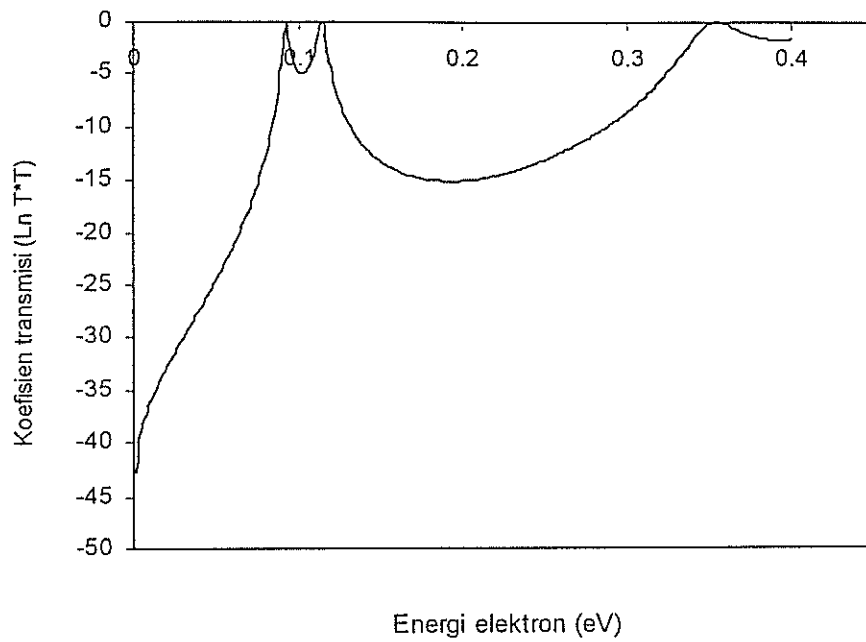
Gambar 7(b). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6,5 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



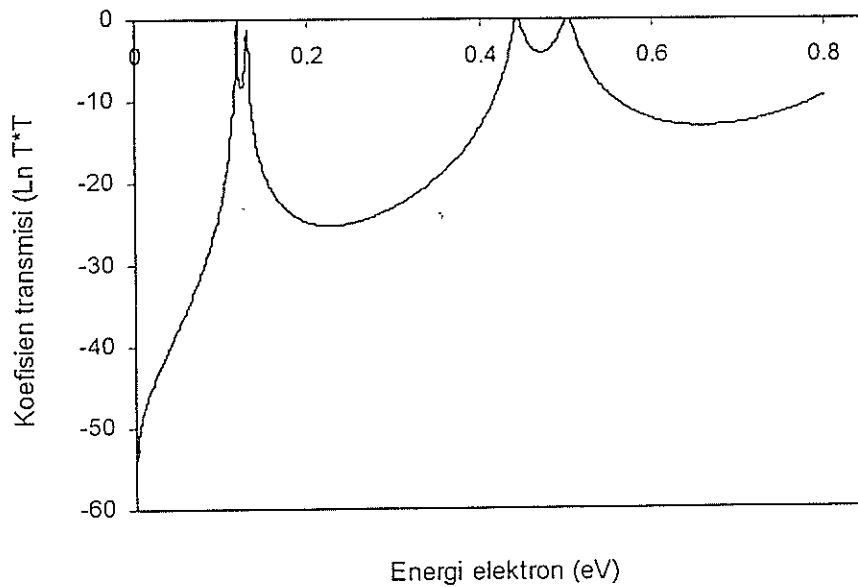
Gambar 7(c). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



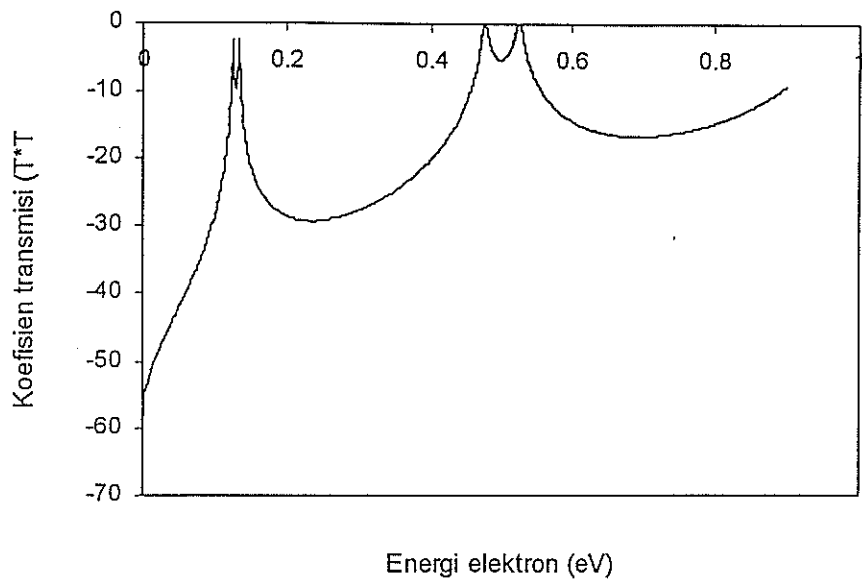
Gambar 7(d). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhkannya. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm; 6,5 nm dan 8 nm dan tinggi barrier 1.355 eV



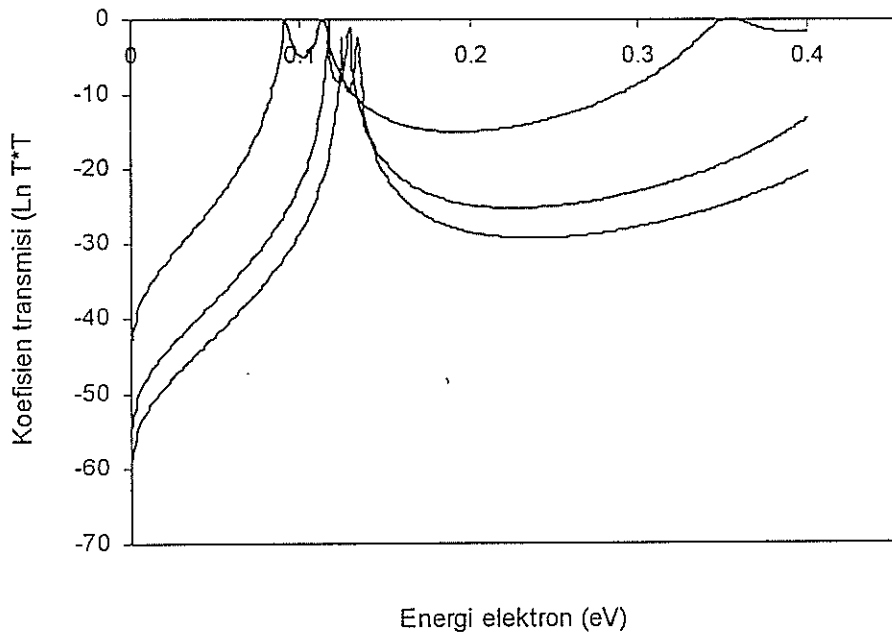
Gambar 8(a). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhnya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm, dan tinggi barrier 0,456eV



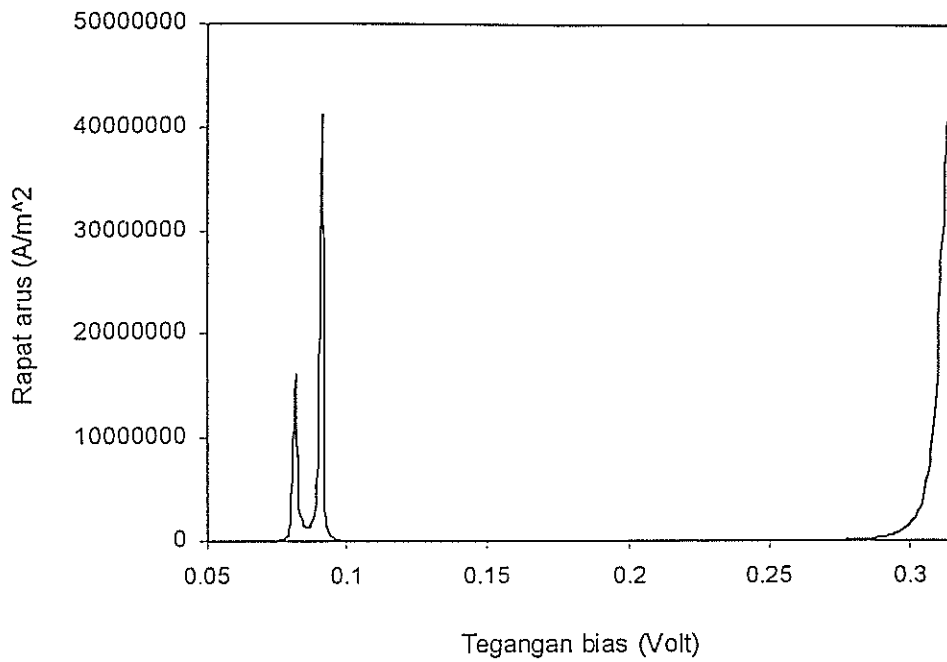
Gambar 8(b). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menumbuhnya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm, dan tinggi barrier 0,803 eV



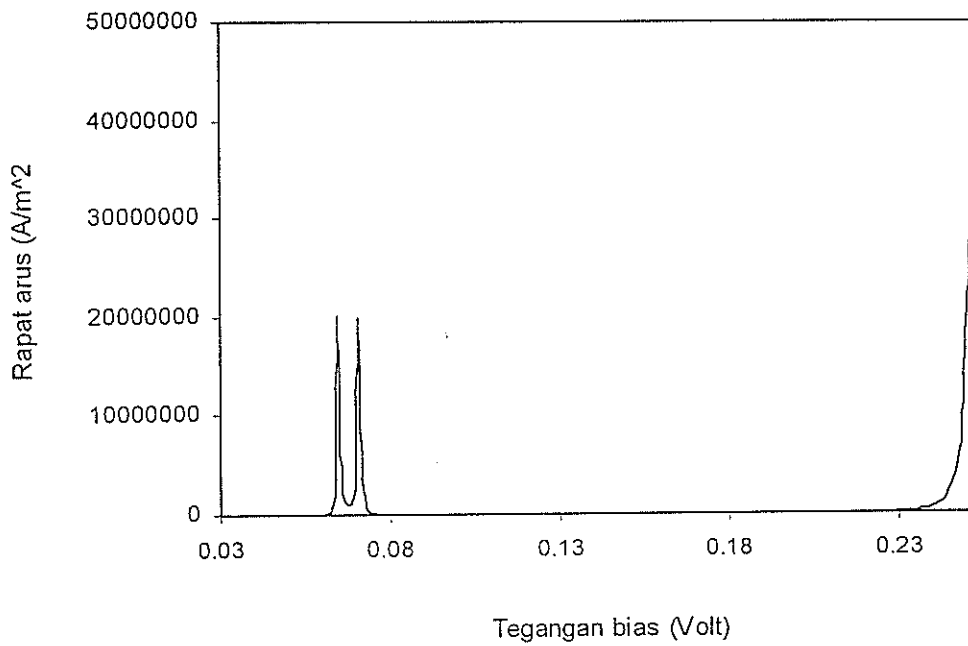
Gambar 8(c). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm, dan tinggi barrier 0,967 eV



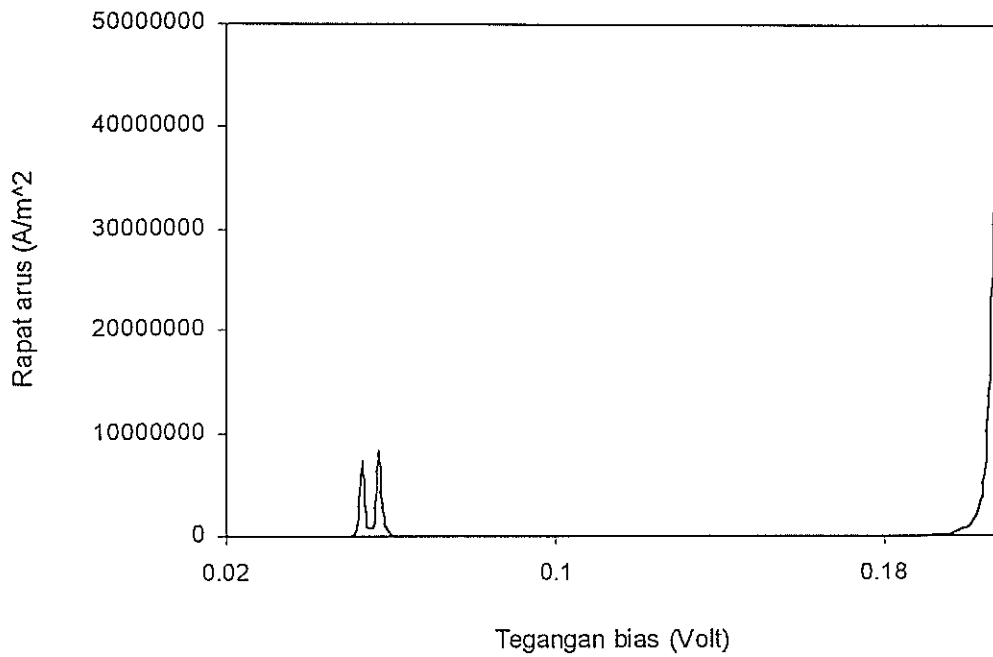
Gambar 8(d). Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, dan tinggi barrier 0,456 eV; 0,803eV; 0,967eV



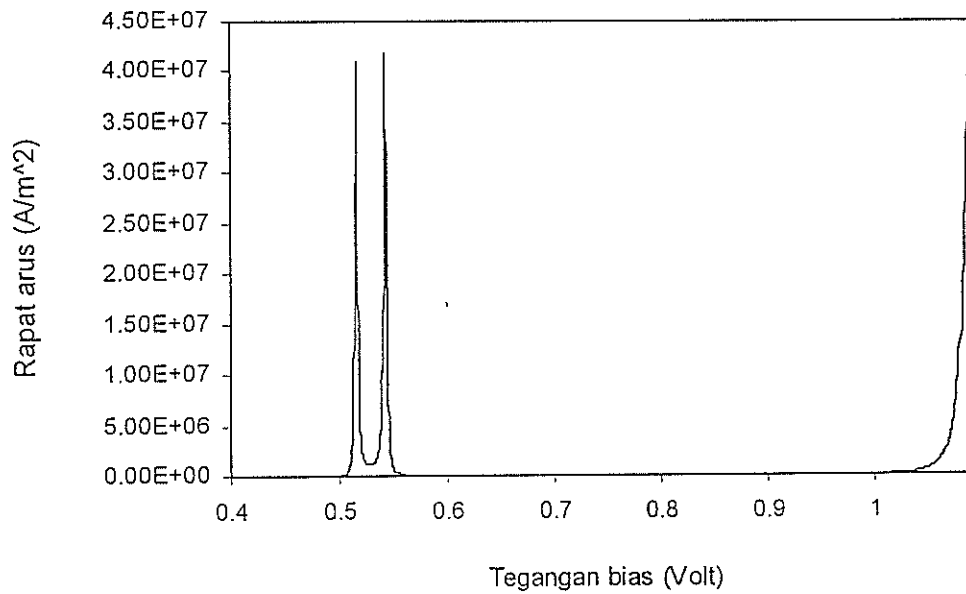
Gambar 9(a). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



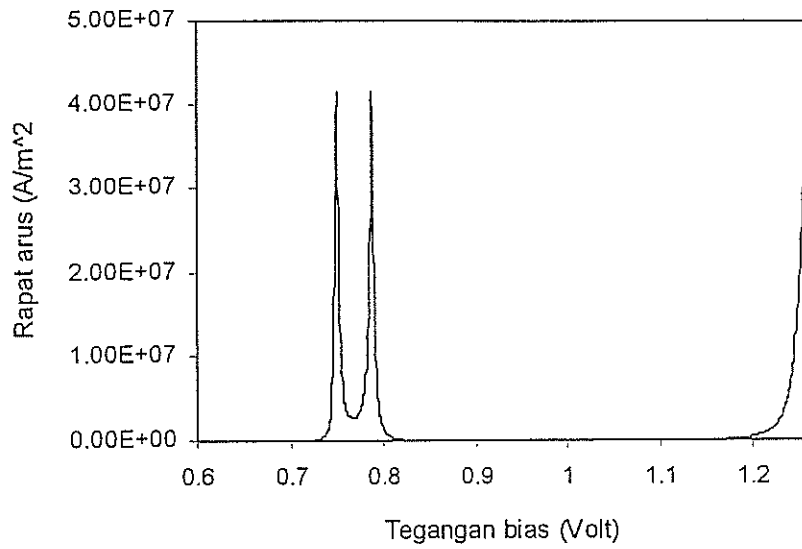
Gambar 9(b). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 7 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



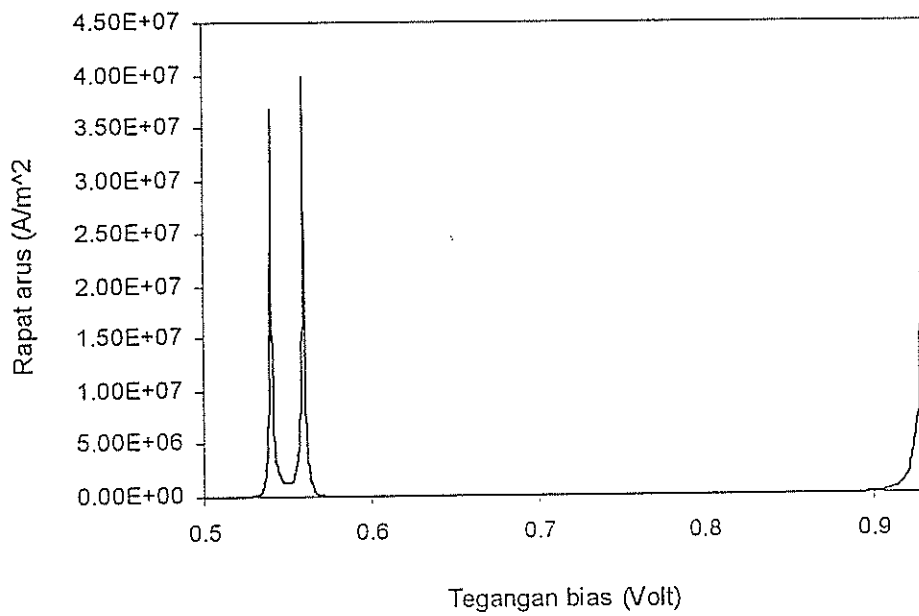
Gambar 9(c). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm, dan tinggi barrier 0.658 eV



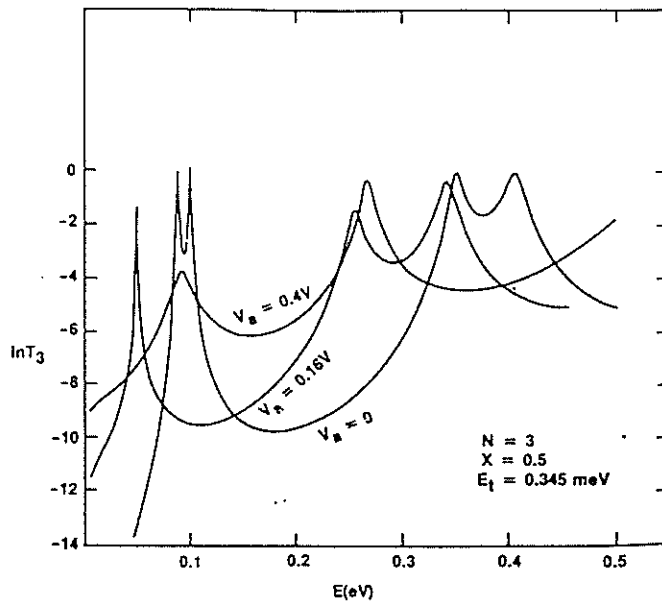
Gambar 10(a). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



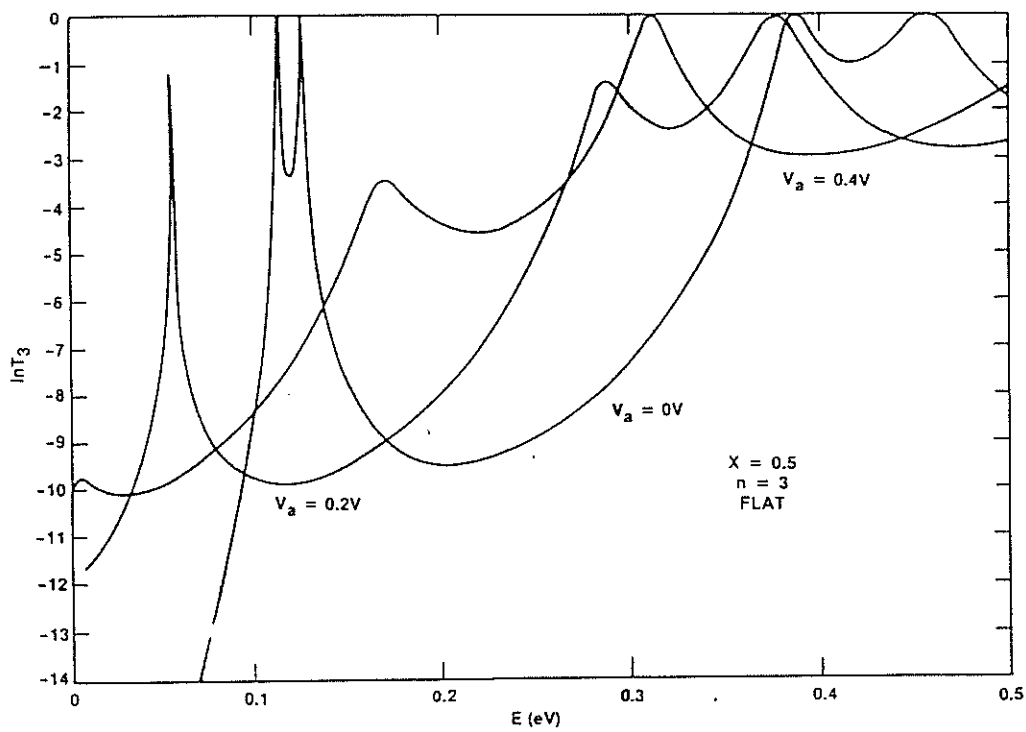
Gambar 10(b). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 6,5 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



Gambar 10(c). Rapat Arus struktur triple barrier simetris. Lebar barrier AlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 8 nm, dan tinggi barrier 1,355 eV



Gambar 11. Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm. Energi potensial penghalang V_a diambil bervariasi 0 V; 0,16 V; dan 0,4 V. (M.O.Vassell dan Johnson Lee, 1983).



Gambar 12. Logaritma natural koefisien transmisi struktur triple barrier simetris sebagai fungsi energi elektron yang menembuknya. Lebar barrier GaAlAs 2 nm, lebar sumur GaAs 5 nm. Energi potensial penghalang V_a diambil bervariasi 0 V; 0,2 V; dan 0,4 V. (H.F. Lockwood, 1983).

KESIMPULAN DAN SARAN

Pemodelan potensial penghalang memberikan pengetahuan yang baik untuk mengetahui fenomena transport secara mekanika kuantum di superlattice. Resonansi penerobosan di tiga potensial penghalang dari superlattice telah diamati dan memberikan fenomena-fenomena sebagai berikut:

1. Jumlah energi resonan akan bertambah jika ketebalan sumur berkurang sampai nilai tertentu (terlihat pada gambar 6(a)-6(d) untuk $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ dan gambar 7(a)-7(d) untuk AlAs-GaAs-AlAs).
2. Penurunan fraksi mol menyebabkan tingkat energi yang lebih kecil (terlihat pada gambar 8(a)-8(d)).
3. Jumlah arus resonan tunneling, $J_{RT}(\text{maks})$ akan bertambah jika ketebalan sumur berkurang sampai nilai tertentu (terlihat pada gambar 9(a)-9(c) untuk $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ dan gambar 10(a)-10(c) untuk AlAs-GaAs-AlAs).

Penelitian ini dapat dikembangkan untuk struktur dengan jumlah penghalang lebih dari tiga buah pada temperatur tertentu atau temperatur ruang. Selain itu perlu dilakukan penelitian eksperimental lanjutan untuk meneruskan penelitian teoritis supaya dapat diaplikasikan pada berbagai devais yang membutuhkan karakteristik superlattice yang diharapkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bean, J.C.1988. *Silicon-Based Semiconductor Heterostructures*, hlm 89. Di dalam Erich Kasper & John C. Bean. Silicon-Moleculer Beam Epitaxy.Florida.
- Beiser, K.1985.*Konsep Fisika Modern*.Ed ke-3.Terjemahan The Houw Liong. Erlangga, Jakarta.
- Chang, L.L, L. Esaki & R. Tsu.1974. Resonant tunneling in semiconductor dua penghalangs. *Appl. Phys. Lett.* 24: 593-595.
- Eaves, L.1990.*Introduction to Resonant Tunneling in Semiconductor Heterostructure*, hlm 262-278. Didalam J.M. Chamberlin, L. Eaves & J.C Portal. *Elektronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Semiconductor structure*.New York.
- Garcia, G & Calderon.1993. *Tunneling in Semiconductor Resonant Strucutre*, hlm 268-278. Didalam P. Bucher, N.H. March & M.P. Tosi. *Physics of Low-Dimensional Semiconductor Structure*. New York.
- Kartono, A.1995. *Aplikasi Model Barrir Simetris dan Periodik Pada Semikonduktor Superlattice*, hlm 8-40. Tugas akhir Jurusan Fisika ITB, Bandung.
- Kwok, K.NG.1995. *Complete Guide to semiconductor Devices*. Mc. Graw-Hill, Inc, New York.
- Sham, L.J.1993. *Elektronic Properties in Semiconductor Heterostructure*, hlm 1-2, 14-15. Didalam P. Bucher, N.H. March & M.P. Tosi. *Physics of Low-Dimensional Semiconductor Structure*. New York.
- Sze, S.M.1985. *Semiconductor Devices Physics Technology*. John Willey & Sons,New York.
- Tommbbs, G.A & Sheard, F.W.1990. *The Background to Resonant Tunneling Theory*, hlm 256-268. Didalam J.M. Chamberlin, L. Eaves & J.C Portal. *Elektronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Semiconductor structure*.New York.
- Tsuchiya, M, & H. Sakaki.1986. Dependence of resonant tunneling current on well widths in AlAs/GaAs/AlAs double penghalang dioda structures. *J. Appl. Phys. Lett.* 49: 88-90.
- Tsuchiya, M, H. Sakaki & J. Yoshino.1985. Room temperature observation of differensialnegative resistance in an AlAs/GaAs/AlAs resonant tunneling dioda. *Jap. J. Appl. Phys.* 24:L466-L468.
- Tsuchiya, M, & H. Sakaki.1987. Dependence of resonant tunneling current on Al mole fractions in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ double penghalang structures. *Appl. Phys. Lett.* 50:1503-1505.
- Tsu, R & L. Esaki. 1973. Tunneling in a finite superlattice. *Appl. Phys. Lett.* 22:562-564.
- Vassel, M.O, J. Lee & H.F. Lockwood. 1983. Multibarrier tunneling in $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As/GaAs}$ heterostructures. *J. Appl. Phys.* 54:5206-5213.

LAMPIRAN

Persamaan (12) sampai (18) :

$$\text{Daerah 1 : } U_1 = A_1 e^{i(\alpha-k)x} + B_1 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(12)$$

$$\text{Daerah 2 : } U_2 = A_2 e^{(\beta-ik)x} + B_2 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(13)$$

$$\text{Daerah 3 : } U_3 = A_3 e^{i(\alpha-k)x} + B_3 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{Daerah 4 : } U_4 = A_4 e^{(\beta-ik)x} + B_4 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{Daerah 5 : } U_5 = A_5 e^{i(\alpha-k)x} + B_5 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{Daerah 6 : } U_6 = A_6 e^{(\beta-ik)x} + B_6 e^{-(\beta+ik)x} \dots\dots\dots(17)$$

$$\text{Daerah 7 : } U_7 = A_7 e^{i(\alpha-k)x} + B_7 e^{-i(\alpha+k)x} \dots\dots\dots(18)$$

Selanjutnya akan diturunkan dengan metoda transfer matrik untuk mencari rumus koefisien transmisi. Menurut metoda transfer matrik didasarkan pada kemalaran gelombang dan turunannya pada setiap daerah perbatasan.

$$U_n(x) = U_{n+1}(x) \quad \text{untuk } x = 0, Lb, Lb + Ls, 2Lb + Ls, 2Lb + 2Ls, 3Lb + 2Ls,$$

$$\frac{dU_n(x)}{dx} = \frac{dU_{n+1}(x)}{dx} \quad \text{untuk } x = 0, Lb, Lb + Ls, 2Lb + Ls, 2Lb + 2Ls, 3Lb + 2Ls,$$

dengan n = 1, 2, 3, 4, 5, 6

Menentukan persamaan (22) dan (23) dari kemalaran gelombang dan turunannya disetiap perbatasan :

A. Dititik $x = 0$
 $U_1(0) = U_2(x) \Rightarrow A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \dots\dots\dots(1.1)$

$$\frac{dU_1(0)}{dx} = \frac{dU_2(0)}{dx} \Rightarrow i(\alpha-k)A_1 - i(\alpha+k)B_1 = (\beta_1 - ik)A_2 - (\beta_1 + ik)B_2 \dots\dots\dots(1.2)$$

Persamaan (1.1) dan (1.2) dapat dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i(\alpha-k) & -i(\alpha+k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (\beta-ik) & -(\beta+ik) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i(\alpha-k) & -i(\alpha+k) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (\beta-ik) & -(\beta+ik) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} &= -\frac{1}{2i\alpha} \begin{bmatrix} -i(\alpha+k) & -1 \\ i(\alpha-k) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (\beta-ik) & -(\beta+ik) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.3)$$

B. Dititik $x = Lb$

$$U_2(Lb) = U_3(Lb) \Rightarrow A_2 e^{(\beta-ik)Lb} + B_2 e^{-(\beta+ik)Lb} = A_3 e^{i(\alpha-k)Lb} + B_3 e^{-i(\alpha+k)Lb} \dots\dots\dots(1.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dU_2(Lb)}{dx} &= \frac{dU_3(Lb)}{dx} \\ \Rightarrow (\beta-ik)A_2 e^{(\beta-ik)Lb} - (\beta+ik)B_2 e^{-(\beta+ik)Lb} &= i(\alpha-k)Lb A_3 e^{i(\alpha-k)Lb} - i(\alpha+k)Lb B_3 e^{-i(\alpha+k)Lb} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.5)$$

Persamaan (1.4) dan (1.5) dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)Lb} & e^{-(\beta+ik)Lb} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)Lb} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)Lb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)Lb} & e^{-i(\alpha+k)Lb} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)Lb} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)Lb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} &= -\frac{1}{2\beta} e^{2ikLb} \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)Lb} & -e^{-(\beta+ik)Lb} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)Lb} & e^{(\beta-ik)Lb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)Lb} & e^{-i(\alpha+k)Lb} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)Lb} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)Lb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.6)$$

C. Di titik $x = Lb + Ls$

$$\begin{aligned} U_3(Lb + Ls) &= U_4(Lb + Ls) \\ \Rightarrow A_3 e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} + B_3 e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} &= A_4 e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} + B_4 e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{dU_3(Lb + Ls)}{dx} &= \frac{dU_4(Lb + Ls)}{dx} \\ \Rightarrow i(\alpha-k)A_3 e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} - i(\alpha+k)B_3 e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} &= (\beta-ik)A_4 e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} - (\beta+ik)B_4 e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.8)$$

Persamaan (1.7) dan (1.8) dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_4 \\ B_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1.9)$$

$$\begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2i\alpha} e^{2ik(Lb+Ls)} \begin{bmatrix} -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} & -e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} \\ -i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_4 \\ B_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1.10)$$

D. Di titik $x = 2Lb + Ls$

$$U_4(2Lb + Ls) = U_5(2Lb + Ls) \Rightarrow A_4 e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} + B_4 e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} = A_5 e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} + B_5 e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \dots\dots\dots(1.11)$$

$$\frac{dU_4(2Lb + Ls)}{dx} = \frac{dU_5(2Lb + Ls)}{dx} \Rightarrow (\beta-ik)A_4 e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} - (\beta+ik)B_4 e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} = i(\alpha-k)A_5 e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} - i(\alpha+k)B_5 e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \dots\dots\dots(1.12)$$

Persamaan (1.11) dan (1.12) dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} & e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_4 \\ B_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1.13)$$

$$\begin{bmatrix} A_4 \\ B_4 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2\beta} e^{2ik(2Lb+Ls)} \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{(\beta+ik)(2Lb+Ls)} & -e^{-(\beta-ik)(2Lb+Ls)} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} & e^{-(\beta-ik)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1.14)$$

E. Di titik $x = 2Lb + 2Ls$

$$U_5(2Lb + 2Ls) = U_6(2Lb + 2Ls)$$

$$\Rightarrow A_5 e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} + B_5 e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} = A_6 e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} + B_6 e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)}$$

.....(1.15)

$$\frac{dU_5(2Lb + 2Ls)}{dx} = \frac{dU_6(2Lb + 2Ls)}{dx}$$

$$\Rightarrow i(\alpha - k)A_5 e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} - i(\alpha + k)B_5 e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} =$$

$$(\beta - ik)A_6 e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} - (\beta + ik)B_6 e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)}$$

.....(1.16)

Persamaan (1.15) dan (1.16) dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} \\ i(\alpha - k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} & -i(\alpha + k)e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \\ (\beta - ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & -(\beta + ik)e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \end{bmatrix}$$

.....(1.17)

$$\begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2i\alpha} e^{2ik(2Lb+2Ls)} \begin{bmatrix} -i(\alpha + k)e^{i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} & -e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} \\ -i(\alpha - k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} & e^{-i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \\ (\beta - ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & -(\beta + ik)e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \end{bmatrix}$$

.....(1.18)

F. Di titik $x = 3Lb + 2Ls$

$$U_6(3Lb + 2Ls) = U_7(3Lb + 2Ls)$$

$$\Rightarrow A_6 e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} + B_6 e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} = A_7 e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} + B_7 e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)}$$

.....(1.19)

$$\frac{dU_6(3Lb + 2Ls)}{dx} = \frac{dU_7(3Lb + 2Ls)}{dx}$$

$$\Rightarrow (\beta - ik)A_6 e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} - (\beta + ik)B_6 e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} =$$

$$i(\alpha - k)A_7 e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} - i(\alpha + k)B_7 e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)}$$

.....(1.20)

Persamaan (1.19) dan (1.20) dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} & e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_7 \\ B_7 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(1.21)$$

$$\begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2\beta} e^{2ik(3Lb+2Ls)} \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} & -e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} & e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_7 \\ B_7 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(1.22)$$

Dengan menggabungkan seluruh persamaan matrik diatas akan diperoleh suatu hubungan persamaan (26)

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} A_7 \\ B_7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} M_T &= -\frac{1}{64i\alpha^3\beta^3} e^{2ik(9Lb+6Ls)} \begin{bmatrix} -i(\alpha+k) & -1 \\ -i(\alpha-k) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (\beta-ik) & -(\beta+ik) \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)Lb} & -e^{-(\beta+ik)Lb} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)Lb} & e^{(\beta-ik)Lb} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)Lb} & e^{-i(\alpha+k)Lb} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)Lb} & i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)Lb} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} & -e^{-i(\alpha+k)(Lb+Ls)} \\ -i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} & e^{i(\alpha-k)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(Lb+Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(Lb+Ls)} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} & -e^{-(\beta+ik)(2Lb+Ls)} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} & e^{(\beta-ik)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(2Lb+Ls)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X \begin{bmatrix} -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} & -e^{-i(\alpha+k)(2Lb+2Ls)} \\ -i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} & e^{i(\alpha-k)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \\
& X \begin{bmatrix} e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \\ (\beta-ik)e^{(\beta-ik)(2Lb+2Ls)} & -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(2Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \\
& X \begin{bmatrix} -(\beta+ik)e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} & -e^{-(\beta+ik)(3Lb+2Ls)} \\ -(\beta-ik)e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} & e^{(\beta-ik)(3Lb+2Ls)} \end{bmatrix} \\
& X \begin{bmatrix} e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} & e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)(3Lb+2Ls)} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)(3Lb+2Ls)} \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{1.23}$$

Persamaan (1.23) akan digunakan untuk mencari persamaan koefisien transmisi. Nilai B_7 pada persamaan (26) diambil nol karena di daerah 7 tidak ada gelombang yang dipantulkan. Dengan menyelesaikan perkalian – perkalian matrik pada persamaan (1.23) diperoleh :

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\left(\frac{A_1}{A_7}\right) &= -8(\alpha^2 - \beta^2)^3 \sinh^3(\beta Lb) + 96\alpha^2 \beta^2 (\beta^2 - \alpha^2) \sinh(\beta Lb) \cosh^2(\beta Lb) \\
&+ 32\alpha\beta (\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta Lb) \cosh(\beta Lb) \sin(2\alpha Ls) + 16\alpha\beta (\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta Lb) \cosh(\beta Lb) \sin(4\alpha Ls) \\
&- 16(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta Lb) \cos(2\alpha Ls) - 8(\beta^2 - \alpha^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta Lb) \cos(4\alpha Ls)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im}\left(\frac{A_1}{A_7}\right) &= -64\alpha^3 \beta^3 \cosh^3(\beta Lb) + 48\alpha\beta (\alpha^2 - \beta^2)^2 \sinh^2(\beta Lb) \cosh(\beta Lb) \\
&- 32\alpha\beta (\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta Lb) \cosh(\beta Lb) \cos(2\alpha Ls) - 16\alpha\beta (\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^2(\beta Lb) \cosh(\beta Lb) \cos(4\alpha Ls) \\
&- 16(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta Lb) \sin(2\alpha Ls) - 8(\beta^2 - \alpha^2)(\alpha^2 + \beta^2)^2 \sinh^3(\beta Lb) \sin(4\alpha Ls)
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan koefisien transmisi :

$$T^*T = \left[\operatorname{Re}^2\left(\frac{A_1}{A_5}\right) + \operatorname{Im}^2\left(\frac{A_1}{A_5}\right) \right]^{-1}
\tag{1.24}$$

Lampiran.

Penurunan Persamaan Rapat Arus

$$J = nev$$

$$J = \frac{e}{4\pi^2 \hbar^3} \int dk_z \int_0^{\infty} d^2k_t [F(E) - F(E')] T(E_z) \frac{\partial E}{\partial k_z}$$

$F(E)$ dan $F(E')$ adalah distribusi fermi partikel pada saat energi E dan E'

$$J = \frac{e}{4\pi^2 \hbar^3} \int dE_z T(E_z) \int dE_t \left[\frac{1}{\exp[(E_t + E_z - Ef)/K_B \Theta] + 1} - \frac{1}{\exp[(E_t + E_z + eV - Ef)/K_B \Theta] + 1} \right]$$

:

$$A = \int \frac{1}{\exp[(E_t + E_z - Ef)/K_B \Theta] + 1} dE_t$$

$$B = \int \frac{1}{\exp[(E_t + E_z + eV - Ef)/K_B \Theta] + 1} dE_t$$

Sehingga :

$$J = \frac{e}{4\pi^2 \hbar^3} \int dE_z T(E_z) (A + B)$$

Selanjutnya selasakan integral bagian A dan bagian B

- Integral Bagian A
Misal : $U = \exp(M) + 1$

$$\frac{dU}{dE_t} = \frac{dU}{dM} \frac{dM}{dE_t}$$

$$dE_t = \frac{K_B \Theta}{U - 1} dU$$

$$A = K_B \Theta \int \frac{1}{U^2 - 1} dU$$

$$A = K_B \Theta \left[\int \frac{-1}{U} dU + \int \frac{1}{U - 1} dU \right]$$

$$A = K_B \Theta \left[\text{Ln } U \Big|_0^{\infty} + \text{Ln } (U - 1) \Big|_0^{\infty} \right]$$

$$A = K_B T \left[\text{Ln} \left\{ \exp \left(\frac{E_i + E_f - Ef}{K_B \Theta} \right) + 1 \right\} \right]_{-\infty}^0 + \text{Ln} \left\{ \exp \left(\frac{E_i + E_f + eV - Ef}{K_B \Theta} \right) + 1 \right\} \right]_0^{\infty}$$

$$A = K_B \Theta \text{Ln} [\exp((Ef - E_f)/K_B \Theta) + 1]$$

Dengan cara yang sama seperti menyelesaikan integral A akan diperoleh :

$$B = K_B \Theta \text{Ln} [1 + \exp((Ef - E_f - eV)/K_B \Theta)]$$

Sehingga rapat arus menjadi :

$$J = \frac{em^* K_B \Theta}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[(Ef - E_f)/K_B \Theta]}{1 + \exp[(Ef - E_f - eV)/K_B \Theta]} \right) T(E_f) dE_f$$

Rapat arus penerobosan J sebagai fungsi tegangan bias untuk temperatur \otimes tertentu diberikan sebagai berikut :

$$J = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[(E_f - E)/k_B \otimes]}{1 + \exp[(E_f - E - eV)/k_B \otimes]} \right) dE \quad (B)$$

Untuk temperatur \otimes mendekati nol ($\otimes \rightarrow 0$) maka persamaan diatas untuk kasus :

1. $eV \geq E_f$ dan $E > E_f$

$$J_1 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[-|E_f - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp[-(|E_f - E| - eV)/k_B \otimes]} \right) dE$$

$$J_1 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp(-\infty)}{1 + \exp(-\infty)} \right) dE$$

$$J_1 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} (1) dE = 0 \quad (B-1)$$

Jadi untuk kasus diatas harga rapat arus $J = 0$

2. $eV \geq E_f$ dan $E < E_f$

$$J_2 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[+|E_f - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp[-(|E_f - eV| + E)/k_B \otimes]} \right) dE$$

$$J_2 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[+|E_f - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp(-\infty)} \right) dE$$

$$J_2 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} (\exp((E_f - E)/k_B \otimes)) dE$$

$$J_2 = \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \int (E_f - E) T^* T dE \quad (B-2)$$

3. $eV < E_F$ dan $E < (E_F - eV)$

$$J_3 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[+|E_F - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp[|(E_F - eV) - E|/k_B \otimes]} \right) dE$$

$$J_3 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{\exp[(E_F - E)/k_B \otimes]}{\exp[(E_F - E - eV)/k_B \otimes]} \right) dE$$

$$J_3 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} [\exp(eV/k_B \otimes)] dE$$

$$J_3 = \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T dE \quad (\text{B-3})$$

4. $eV < E_F$ dan $E_F > E > (E_F - eV)$

$$J_4 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[+|E_F - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp[-|(E_F - eV) - E|/k_B \otimes]} \right) dE$$

$$J_4 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} \left(\frac{1 + \exp[|E_F - E|/k_B \otimes]}{1 + \exp(-\infty)} \right) dE$$

$$J_4 = \frac{em^*k_B \otimes}{2\pi^2\hbar^3} \int T^* T \text{Ln} (\exp(E_F - E)/k_B \otimes) dE$$

$$J_4 = \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \int (E_F - E) T^* T dE \quad (\text{B-4})$$

Dari persamaan diatas maka diperoleh :

$$J = J_1 + J_2 \quad \text{untuk } V \geq E_F \quad (\text{B-5})$$

$$J = J_3 + J_4 \quad \text{untuk } V < E_F \quad (\text{B-6})$$

Lampiran.

Program Koefisien Transmisi

```
#include <fstream.h>
#include <math.h>

Konstanta-konstanta
massa diam elektron      erm = 9.10956E-31
konstanta Planck        h = 1.05459E-34
energi potensial barrier V = 0.658
lebar potensial barrier  Lb = 20E-10
lebar sumur              Ls = 50E-10

//Pendeklarasian
const double erm = 9.10956E-31;
const double h = 1.05459E-34;
const double V = 0.658;
const double Lb = 20E-10;
const double Ls = 50E-10;

double Ln(double x);
void main()
{
    ofstream fout("data.txt");
    ofstream fexel ("data.xls");
    // Pendeklarasian variabel
    double Vo,m;
    double a,b;      // a=alpha,b=beta
    double E;
    double pers1,pers2,pers3,pers4,pers5,pers6,pers7,pers8,pers9
        ,pers10,pers11,pers12;
    double T1,T2;
    double TT;

    //Perhitungan variabel
    Vo = V*1.60219E-19;
    m = 0.067*erm;

    for (int i=1; i<=499; i++)
    {
        E = i*0.001*1.60219E-19;
        a = sqrt (2.0*m*E/pow(h,2));
        b = sqrt (2.0*m*(Vo-E)/pow(h,2));

        pers1 =
            8.0*(pow(pow(a,2)-pow(b,2),3))*pow(sinh(b*Lb),3);
        pers2 =
            96.0*pow(a,2)*pow(b,2)*(pow(b,2)-pow(a,2))*sinh(b*Lb)
            *pow(cosh(b*Lb),2);
        pers3 =
            -16.0*(pow(a,2)-pow(b,2))*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))
            *pow(sinh(b*Lb),3)*cos(2.0*a*Ls);
        pers4 =
            -8.0*(pow(b,2)-pow(a,2))*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))
            *pow(sinh(b*Lb),3)*cos(4.0*a*Ls);
    }
}
```

```

pers5 =
    32.0*a*b*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*sin(2.0*a*Ls);
pers6 =
    16.0*a*b*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*sin(4.0*a*Ls);
pers7 =
    -64.0*pow(a,3)*pow(b,3)*pow(cosh(b*Lb),3);
pers8 =
    48.0*a*b*(pow(pow(a,2)-pow(b,2),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb);
pers9 =
    -16.0*(pow(a,2)-pow(b,2))*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*sin(2.0*a*Ls);
pers10=
    -8.0*(pow(b,2)-pow(a,2))*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*sin(4.0*a*Ls);
pers11=
    -32.0*a*b*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*cos(2.0*a*Ls);
pers12=
    -16.0*a*b*(pow(pow(a,2)+pow(b,2),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*cos(4.0*a*Ls);
T1 =
    pers1+pers2+pers3+pers4+pers5+pers6;
T2 =
    pers7+pers8+pers9+pers10+pers11+pers12;
TT =
    Ln(pow((64.0*pow(a,3)*pow(b,3)),2)/(pow(T1,2)+pow(T2,2)));
fout<<E<<"\t"<<TT<<endl;
fexel<<TT<<endl;
}

}

double Ln(double x)
{
    double hsl;
    hsl=2.302585093*log(x);
    return hsl;
}

```

Lampiran.

Program Rapat Arus Terhadap Tegangan

```
#include <fstream.h>
#include <math.h>

Konstanta-konstanta
massa diam elektron      erm = 9.10956E-31
konstanta Planck        h = 1.05459E-34
energi potensial barrier V = 1.355
lebar potensial barrier  Lb = 20E-10
lebar sumur              Ls = 50E-10
Energi fermi            eff = 0.005
//Pendeklarasian
const double e = 1.60219E-19;
const double erm = 9.10956E-31;
const double h = 1.05459E-34;
const double V = 1.355;
const double Lb = 23E-10;
const double Ls = 50E-10;
const double eff = 0.005;
const double pi = 3.141592653589;

void main()
{
ifstream fin1("data.txt");
ifstream fin2("data_xi.txt");
ifstream fin3("data_wi.txt");
ofstream fout("hsl.txt");
ofstream fexel("hsl.xls");
// Pendeklarasian variabel
double Vo,m;
double a,b;      // a=alpha,b=beta
double pers1,pers2,pers3,pers4,pers5,pers6,pers7,pers8,pers9
,pers10,pers11,pers12;
double T1,T2,TT;
double c,ef;
double deret;
double yl,rarus;
double Va[500],xi[12],wi[12];

//Perhitungan variabel
Vo = V*1.60219E-19;
m = 0.07*erm;
ef = eff*1.60219E-19;
c = (e*m)/(2.0*pow(pi,2)*pow(h,3));

for (int i=1; i<=499;i++)
{
fin1>>Va[i];
deret = 0.0;
for (int j=1; j<=10;j++)
{
fin2>>xi[j];
yl = ((ef/2.0)*xi[j])+(ef/2.0);
fin3>>wi[j];
}
}
}
}
```

```

a = sqrt (2.0*m*(Va[i]+e*y1)/pow(h,2));
b = sqrt (2.0*m*(Vo-(Va[i]+e*y1))/pow(h,2));

pers1 =
    8.0*(pow((pow(a,2)-pow(b,2)),3))*pow(sinh(b*Lb),3);
pers2 =
    96.0*pow(a,2)*pow(b,2)*(pow(b,2)-pow(a,2))*sinh(b*Lb)
    *pow(cosh(b*Lb),2);
pers3 =
    -16.0*(pow(a,2)-pow(b,2))*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*cos(2.0*a*Ts);
pers4 =
    -8.0*(pow(b,2)-pow(a,2))*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*cos(4.0*a*Ts);
pers5 =
    32.0*a*b*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*sin(2.0*a*Ts);
pers6 =
    16.0*a*b*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*sin(4.0*a*Ts);
pers7 =
    -64.0*pow(a,3)*pow(b,3)*pow(cosh(b*Lb),3);
pers8 =
    48.0*a*b*(pow((pow(a,2)-pow(b,2)),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb);
pers9 =
    -16.0*(pow(a,2)-pow(b,2))*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*sin(2.0*a*Ts);
pers10=
    -8.0*(pow(b,2)-pow(a,2))*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))
    *pow(sinh(b*Lb),3)*sin(4.0*a*Ts);
pers11=
    -32.0*a*b*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*cos(2.0*a*Ts);
pers12=
    -16.0*a*b*(pow((pow(a,2)+pow(b,2)),2))*pow(sinh(b*Lb),2)
    *cosh(b*Lb)*cos(4.0*a*Ts);
T1
    =
    pers1+pers2+pers3+pers4+pers5+pers6;
T2
    =
    pers7+pers8+pers9+pers10+pers11+pers12;
TT
    =
    (pow((64.0*pow(a,3)*pow(b,3)),2))/(pow(T1,2)+pow(T2,2));

deret = deret + (wi[j]*((ef-y1*e)*TT));
}
rarus = c*(ef/2.0)*deret;
fout<<rarus<<endl;
fexel<<rarus<<endl;
}
}

```