



ANALISIS KESTABILAN MODEL EPIDEMI PADA PENYEBARAN VIRUS HEPATITIS B DENGAN VAKSINASI

MURNI AYU MERDIANI



**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2021**



PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Epidemik pada Penyebaran Virus Hepatitis B dengan Vaksinasi” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, September 2021

Murni Ayu Meridiani
G54170017

ABSTRAK

MURNI AYU MERDIANI. Analisis Kestabilan Model Epidemik pada Penyebaran Virus Hepatitis B dengan Vaksinasi. Dibimbing oleh JAHARUDDIN dan ALI KUSNANTO.

Virus hepatitis B adalah penyebab penyakit hepatitis B. Model epidemi penyebaran virus hepatitis B dengan vaksinasi yang ditinjau adalah model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*). Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi model, menentukan titik tetap dan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan titik tetap dan sensitivitas, serta melakukan simulasi numerik. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan *the next generation matrix*. Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan *software Mathematica 12.0* untuk menunjukkan pengaruh setiap parameter terhadap bilangan reproduksi dasar. Penurunan tingkat penularan mengakibatkan penurunan bilangan reproduksi dasar. Kenaikan tingkat pemulihan dan vaksinasi mengakibatkan penurunan bilangan reproduksi dasar. Perubahan bilangan reproduksi dasar berpengaruh pada kestabilan sistem.

Kata kunci: virus hepatitis B, epidemi, SIR, titik tetap, bilangan reproduksi dasar

ABSTRACT

MURNI AYU MERDIANI. Stability Analysis of Epidemic Model of the Hepatitis B Virus Spread with Vaccination. Supervised by JAHARUDDIN and ALI KUSNANTO.

Hepatitis B virus is the cause of hepatitis B disease. The epidemic model of the spread hepatitis B virus with vaccination is the SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) model. The purpose of this research is to reconstruct the model, determining the fixed point and the basic reproduction number, analysing the stability of the fixed point and sensitivity, and perform numerical simulations. The basic reproduction number is obtained using the next generation matrix. Numerical simulations are carried out using *Mathematica 12.0* software to show the effect of each parameter on the basic reproduction number. The decrease in the transmission level implies the decrease in the basic reproduction number. The increase in the rate of recovery and vaccination implies the decrease in the basic reproduction number. The changes in the basic reproduction affect the stability of the system.

Keywords: hepatitis B virus, epidemic, SIR, fixed point, basic reproduction number

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.

© Hak Cipta milik IPB, tahun 2021
Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan atau menyebutkan sumbernya. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik, atau tinjauan suatu masalah, dan pengutipan tersebut tidak merugikan kepentingan IPB.

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apa pun tanpa izin IPB.



ANALISIS KESTABILAN MODEL EPIDEMI PADA PENYEBARAN VIRUS HEPATITIS B DENGAN VAKSINASI

MURNI AYU MERDIANI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika
pada
Program Studi Matematika

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2021**

Penguji pada Ujian Skripsi:
Drs. Siswandi, M.Si.

IPB University

@Hak cipta milik IPB University



Judul Skripsi : Analisis Kestabilan Model Epidemologi pada Penyebaran Virus
Hepatitis B dengan Vaksinasi

Nama : Murni Ayu Merdiani
NIM : G54170017

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Dr. Jaharuddin, M.S.



Pembimbing 2:
Drs. Ali Kusnanto, M.Si.



Diketahui oleh

Ketua Departemen :
Dr. Ir. Endar Hasafah Nugrahani, M.S.
NIP 196312281989032001



Tanggal Ujian: 13 Agustus 2021

Tanggal Lulus:



PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanaahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan September 2020 sampai bulan Juni 2021 ini ialah pemodelan penyebaran penyakit dengan judul “Analisis Kestabilan Model Epidemi pada Penyebaran Virus Hepatitis B dengan Vaksinasi”.

Terima kasih penulis ucapkan kepada para pembimbing, Dr. Jaharuddin, M.S. dan Drs. Ali Kusnanto, M.Si. yang telah membimbing dan banyak memberi ilmu, motivasi, kritik maupun saran. Terima kasih juga disampaikan kepada Drs. Siswandi, M.Si. selaku dosen penguji atas ilmu, motivasi, kritik maupun saran. Ungkapan terima kasih juga disampaikan kepada Bapak Medi, Ibu Mimin, Kakak, Adek, Mbah Boni, Mbah Uti serta seluruh keluarga yang telah memberikan dukungan, doa, dan kasih sayangnya. Terima kasih kepada Euis, Ratna, dan Fahri sebagai rekan seperbimbingan yang telah memberikan dukungan. Terima kasih kepada Riza dan Yomi atas saran-saran yang diberikan. Terima kasih kepada Willis dan Pecinta Kucing atas semangat, dukungan, doa, canda tawa dan kenangan selama masa perkuliahan. Terima kasih juga disampaikan kepada RM, Jin, SUGA, j-hope, Jimin, V, dan Jung Kook telah menghibur penulis dalam menyelesaikan karya ilmiah ini. Terima kasih juga kepada teman-teman Departemen Matematika 54.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, September 2021

Murni Ayu Merdiani

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	x
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.2 Titik Tetap dan Pelinearan	3
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	4
2.4 Analisis Kestabilan	4
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz	4
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.7 Fungsi Lyapunov	6
2.8 <i>LaSalle's Invariance Principle</i>	6
2.9 Analisis Sensitivitas	6
III METODOLOGI	8
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	10
4.1 Model Matematika	10
4.2 Penentuan Titik Tetap	11
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar	12
4.4 Analisis Kestabilan Titik Tetap	13
4.5 Simulasi Numerik	17
V SIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Simpulan	29
5.2 Saran	29
DAFTAR PUSTAKA	30
LAMPIRAN	32
RIWAYAT HIDUP	57

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



DAFTAR TABEL

1	Deskripsi parameter model epidemi SIR	11
2	Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi	17
3	Nilai indeks sensitivitas	18
4	Hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter α	19
5	Hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter β	22
6	Hasil simulasi dengan perubahan nilai parameter ν	25

DAFTAR GAMBAR

1	Diagram alir tahapan penelitian	9
2	Diagram kompartemen model epidemi SIR	10
3	Dinamika populasi dengan $\alpha = 0.09$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	19
4	Dinamika populasi dengan $\alpha = 0.03$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	20
5	Dinamika populasi dengan $\alpha = 0.007$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	20
6	Dinamika populasi dengan $\alpha = 0.0009$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	20
7	Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter α	21
8	Dinamika populasi dengan $\beta = 0.12$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	23
9	Dinamika populasi dengan $\beta = 0.3$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	23
10	Dinamika populasi dengan $\beta = 1.2$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	23
11	Dinamika populasi dengan $\beta = 2$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	23
12	Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter β	24
13	Dinamika populasi dengan $\nu = 0.02$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	26
14	Dinamika populasi dengan $\nu = 0.09$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	26
15	Dinamika populasi dengan $\nu = 0.5$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	26
16	Dinamika populasi dengan $\nu = 1$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	26
17	Dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter ν	27

DAFTAR LAMPIRAN

1	Penentuan titik tetap	32
2	Bilangan reproduksi dasar	32
3	Analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit	33
4	Analisis kestabilan titik tetap endemik	34
5	Perhitungan nilai indeks sensitivitas	36
6	Perhitungan \mathcal{R}_0 , nilai eigen, dan titik kestabilan dengan perubahan parameter α	37
7	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\alpha = 0.09$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 3)	39
8	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\alpha = 0.03$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 4)	40
9	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\alpha = 0.007$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 5)	41

10	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\alpha = 0.0009$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 6)	41
11	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter α (Gambar 7)	42
12	Perhitungan \mathcal{R}_0 , nilai eigen, dan titik kestabilan dengan perubahan parameter β	45
13	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\beta = 0.12$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 8)	46
14	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\beta = 0.3$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 9)	47
15	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\beta = 1.2$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 10)	48
16	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\beta = 2$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 11)	48
17	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter β (Gambar 12)	49
18	Perhitungan \mathcal{R}_0 , nilai eigen, dan titik kestabilan dengan perubahan parameter ν	51
19	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\nu = 0.02$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 13)	52
20	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\nu = 0.09$ untuk $\mathcal{R}_0 > 1$ (Gambar 14)	53
21	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\nu = 0.5$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 15)	54
22	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan $\nu = 1$ untuk $\mathcal{R}_0 < 1$ (Gambar 16)	54
23	Program <i>software Mathematica</i> 12.0 untuk dinamika populasi dengan perubahan nilai parameter ν (Gambar 17)	55

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.



@Hak cipta milik IPB University

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB University.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB University.