TINJAUAN STATISTIKA

Sidik Gerombol Scott-Knott

Jika dengan uji F ternyata bahwa beberapa perlakuan memberikan hasil yang berbeda nyata, seringkali kita perlu menggerombolkan perlakuan-perlakuan tersebut atas dua atau lebih gerombol perlakuan sehingga tiap gerombol ini terdiri atas perlakuan-perlakuan yang tidak berbeda nyata. Untuk keperluan ini sering digunakan cara yang dikenal dengan metode Beda Nyata Terkecil (BNT) dan Uji Kisaran Ganda (UKG) dari Duncan. Seringnya kedua cara tersebut digunakan mungkin karena penerapannya yang mudah (Gates dan Bilbro, 1978).

Salah satu cara yang lain dari kedua cara tersebut di atas adalah sidik gerombol yang disebut sidik gerombol Scott-Knott. Kelebihan sidik gerombol Scott-Knott dari kedua cara tersebut di atas adalah terpisahnya perlakuan-perlakuan yang diamati atas gerombol-gerombol yang tidak tumpang tindih. Dengan bahasa teori gugus, gugus-gugus perlakuan yang terjadi dengan menggunakan metode sidik gerombol Scott-Knott akan saling terputus. Hal ini tidak selalu terjadi dengan kedua metode yang disebut terdahulu. Kekurangan metode sidik gerombol Scott-Knott adalah perhitungannya yang cukup rumit. Dengan adanya komputer kekurangan ini telah dapat diatasi (Scott dan Knott, 1974; Gates dan Bilbro, 1978)

Sidik gerombol Scott-Knott diawali dengan menyusun semua perlakuan mulai dari rataan hasil perlakuan jang paling besar sampai rataan hasil perlakuan yang paling kecil atau sebaliknya. Selanjutnya dihitung statistik λ untuk mengetahui apakah gugus perlakuan yang dipelajari dapat digerombolkan atas dua gugus perlakuan yang lebih homogen dengan menggunakan rumus berikut.

$$\lambda = \pi B_0 / [2 \hat{\sigma}_0^2 (\pi - 2)]$$

sedangkan:

π = 3.14159

B_0 = nilai maksimum jumlah kuadrat antargerombol dari semua kemungkinan pemisahan perlakuan atas dua gerombol

$\hat{\sigma}_0^2 = [\sum (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + s_x^2] / (t + \nu)$

$\bar{x}_{i.}$ = rataan perlakuan ke-i

t = banyaknya perlakuan yang akan digerombol

s_x^2 = kuadrat tengah galat dibagi r

ν = derajat bebas dari kuadrat tengah galat

r = banyaknya pengamatan dari tiap rataan

Sebaran λ akan mendekati sebaran khi-kuadrat dengan derajat bebas $\nu_0 = t/(\pi - 2)$. (Gates dan Bilbro, 1978, pp. 462).

Jika λ_{hitung} kurang dari χ^2_{tabel} pada tingkat nyata tertentu, maka semua perlakuan yang diamati tidak dapat digerombol lagi. Ini berarti bahwa kedua gerombol yang memberikan nilai B_0 terbesar tidak berbeda nyata.

Jika λ_{hitung} lebih besar χ^2_{tabel} maka kedua gerombol yang memberikan nilai B_0 terbesar berbeda nyata.

Sidik gerombol dapat diteruskan pada tiap dua gerombol yang terbentuk pada sidik gerombol sebelumnya. Sidik gerombol berakhir setelah gerombol-gerombol yang terbentuk tidak lagi berbeda nyata.

Kesamaan Matriks Peragam

Pengujian hipotesis yang menyangkut rataan hasil perlakuan dari dua atau lebih perlakuan memerlukan pengamatan atas matriks peragam. Oleh sebab itu maka pengujian hipotesis tentang kesamaan matriks peragam dari dua atau lebih populasi akan sangat bermanfaat mengingat hasil pengujian ini akan menentukan metode analisis yang akan digunakan selanjutnya.

Jika kita mempunyai g buah populasi dengan matriks peragam Σ_1, Σ_2, ..., Σ_g, maka untuk menguji hipotesis H_0: $\Sigma_1 = \Sigma_2 = ... = \Sigma_g$ terhadap H_1: tidak semua Σ_i (i = 1, 2, ..., g) sama, Timm (1979) mengemukakan cara pengujian dengan menghitung besaran-besaran berikut:

S_i = penduga tak bias matriks peragam Σ_i dari populasi ke-i

p = banyaknya peubah yang diamati dari tiap satuan pengamatan

N_i = ukuran contoh dari populasi ke-i

g = banyaknya populasi

$$n = \sum_{i=1}^{g} N_i$$

$$\nu_i = N_i - 1 \quad ; \quad \nu = p(p + 1)(q - 1)/2$$

$$S = \frac{1}{(N - g)} \sum_{i=1}^{g} \nu_i S_i$$

$$M = (N - g) \log |S| - \sum_{i=1}^{g} \nu_i \log |S_i|$$

$$C = \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p + 1)(g - 1)} \left(\sum_{i=1}^{g} \frac{1}{\nu_i} - \frac{1}{N - g} \right)$$

$X_B^2 = (1 - C)M$ akan menyebar menurut sebaran Khi-kuadrat dengan derajat bebas $\nu = \dfrac{p(P + 1)(g - 1)}{2}$

H_0 ditolak dengan taraf nyata α jika $X_B^2 > \chi^2_{\alpha;\nu}$

Statistik uji X_B^2 tersebut di atas memerlukan syarat tiap $N_i > 20$, $p < 6$, dan $g < 6$.

Jika N_i kecil dan p atau g lebih besar dari enam maka diperlukan besaran-besaran tambahan berikut.

$$C_0 = \frac{(p - 1)(p + 2)}{6(g - 1)} \left(\sum_{i=1}^{g} \frac{1}{\nu_I^2} - \frac{1}{(N - g)^2} \right)$$

$$\nu_0 = \frac{\nu + 2}{C_0 - C^2}$$

$$F = \frac{1 - C - \nu/\nu_0}{\nu} M$$ akan menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas ν dan ν_0.

H_0 ditolak pada taraf nyata α jika $F_{hit.} > F_{\alpha;\nu,\nu_0}$

(Timm, 1975, pp. 251-252)

Selang Kepercayaan

Jika $\underline{\mu}_i = (\mu_i^1, \mu_i^2, \ldots, \mu_i^p)$ dan $\underline{\mu}_j = (\mu_j^1, \mu_j^2, \ldots, \mu_j^p)$ adalah dua vektor rataan berdimensi p yang dinyatakan tidak sama dari dua populasi i dan j, maka salah satu cara untuk mempelajari ketidaksamaan ini ialah menghitung selang kepercayaan dari selisih $(\mu_i^k - \mu_j^k)$, di mana $k = 1, 2, \ldots, p$. Kramer (1972) memberikan rumus selang kepercayaan ini sebagai berikut.

$$(\bar{y}_i^k - \bar{y}_j^k) - \sqrt{\frac{\theta_\alpha}{1-\theta_\alpha}\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_j}\right) e_{kk}} < (\mu_i^k - \mu_j^k) < (\bar{y}_i^k - \bar{y}_j^k) + \sqrt{\frac{\theta_\alpha}{1-\theta_\alpha}\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_j}\right) e_{kk}}$$

sedangkan

$\bar{y}_i^k$ dan $\bar{y}_j^k$ berturut-turut adalah komponen ke-k dari vektor rataan contoh populasi i dan j.

μ_i^k dan μ_j^k berturut-turut adalah komponen ke-k dari vektor $\underline{\mu}_i$ dan $\underline{\mu}_j$.

e_{kk} adalah elemen yang bersesuaian dari diagonal matriks jumlah kuadrat dan hasil kali galat, Q_E.

$\theta_\alpha = \theta_{(s,m,n)}(\alpha)$ di mana $s = \min(\nu_H, p)$: $m = \dfrac{\nu_H - p - 1}{2}$

$n = \dfrac{\nu_E - p - 1}{2}$.

ν_H dan ν_E berturut-turut adalah derajat bebas perlakuan dan galat di mana tiap perlakuan dipandang sebagai populasi.

Besarnya $\theta_{(s,m,n)}$ dapat dilihat pada tabel sebaran akar ciri terbesar dari Roy.

Rumus yang lebih umum yang dikemukakan Timm (1975) adalah sebagai berikut.

$$\hat{\Omega} - c_0 \hat{\sigma}_{\hat{\Omega}} < \Omega < \hat{\Omega} + c_0 \hat{\sigma}_{\hat{\Omega}}$$

sedangkan:

Ω adalah fungsi yang mempunyai penduga linier tak bias = $\hat{\Omega}$

$\hat{\sigma}_{\hat{\Omega}}$ adalah simpangan baku dari penduga

c_0 = konstanta kritis

(Timm, 1975, pp. 373)

Konstanta kritis c_0 tergantung pada prosedur yang digunakan. Jika digunakan prosedur yang dikenal dengan nama prosedur Roy maka $c_0^2 = \nu_E / (1 - \theta^{\alpha})$, sedangkan ν_E dan θ sama dengan apa yang dijelaskan pada rumus terdahulu

Jika digunakan prosedur yang dikenal dengan nama prosedur Bonferroni maka $c_0^2 = t_e^{\alpha/2q}$, di mana q adalah banyaknya selang kepercayaan yang direncanakan akan di buat. Besarnya nilai c_0 ini dapat dilihat pada tabel yang khusus disediakan untuk itu.

Dalam banyak hal selang kepercayaan yang dibuat dengan metode Bonferroni akan lebih kisarannya dibandingkan dengan selang kepercayaan yang dibuat dengan prosedur Roy (Timm, 1975; Kirk, 1968; Neter dan Wasserman, 1974)

Kecuali sidik korelasi kanonik dan sidik faktor yang pengolahannya dilakukan dengan komputer, perhitungan-perhitungan lain dilakukan dengan kalkulator Casio FX 702P yang dapat menggunakan program.

Berikut ini adalah program untuk menghitung nilai-nilai B_0 pada sidik gerombol Scott-Knott.

```
10 VAC
20 INP "N=", N
30 FOR I=1 TO N
40 INP "A=", A
50 B = B + A
60 B0 = (B↑2)/I + (S - B)↑2/(N - I) - (S↑2)/N
70 PRT B0
80 NEXT I
90 END
```

Program ini digunakan dengan lebih dahulu menghitung nilai rataan, A, dari masing-masing perlakuan serta jumlah semua nilai rataan ini. Nilai-nilai A dimasukkan berturut-turut sesudah besarnya disusun berurutan mulai dari nilai yang terbesar atau sebaliknya. Nilai S dalam program ini adalah jumlah semua rataan perlakuan yang akan digerombol.