



PROSIDING

SEMIRATA 2014

Bidang MIPA BKS-PTN-Barat

"Integrasi sains MIPA untuk mengatasi masalah pangan,
energi, kesehatan, reklamasi, dan lingkungan"

IPB International Convention Center dan Kampus IPB Baranangsiang, 9-11 Mei 2014

BUKU 1

MATEMATIKA

Diterbitkan oleh: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor



ISBN 978-602-70491-0-9



ISBN : 978-602-70491-0-9

PROSIDING

Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014

“Integrasi Sains MIPA untuk Mengatasi Masalah Pangan, Energi, Kesehatan, Lingkungan, dan Reklamasi”

Diterbitkan Oleh :



**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor**

Copyright© 2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor
Prosiding Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014, 9-11 Mei 2014
Diterbitkan oleh : FMIPA-IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga, Bogor 16680
Telp/Fax: 0251-8625481/8625708
<http://fmipa.ipb.ac.id>
Terbit Oktober, 2014
xiii + 662 halaman
ISBN: 978-602-70491-0-9

Editor dan Reviewer

PROSIDING

Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014

Direktor Editor

- Drs. Ali Kusnanto, MSi.
- Dr. Heru Sukoco
- Dr. Wisnu Ananta Kusuma
- Dr. Imas Sukaesih Sitanggang
- Auzi Asfarian, M.Kom
- Wulandari, S.Komp
- Dean Apriana Ramadhan, S.Komp

Editor Utama

- Dr. Rika Raffiudin
- Dr. Ence Darmo Jaya Supena
- Dr. Utut Widyastuti
- Prof. Dr. Purwantiningsih
- Dr. Tony Ibnu Sumaryada
- Dr. Imas Sukaesih Sitanggang
- Dr. Wisnu Ananta Kusuma
- Dr. drh. Sulistyani, MSc.
- Dr. Indahwati
- Dr. Sobri Effendi
- Drs. Ali Kusnanto, MSi.

Reviewer

- Drs. Ali Kusnanto, M Si.
- Dr. Berlian Setiawaty, MS
- Dr.Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA
- Dr. Paian Sianturi
- Prof.Dr.Ir. I Wayan Mangku, M.Sc
- Dr. Toni Bakhtiar, M.Sc
- Dr. Jaharuddin, MS
- Dr.Ir. Hadi Sumarno, MS

KATA PENGANTAR

Kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan Bidang MIPA tahun 2014 (Semirata-2014 Bidang MIPA) Badan Kerja Sama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat (BKS-PTN Barat) yang diamanahkan kepada FMIPA-IPB sebagai penyelenggara telah dilaksanakan dengan sukses pada tanggal 9-11 Mei 2014 di IPB International Convention Center dan Kampus IPB Baranagsiang, Bogor. Salah satu program utama adalah Seminar Nasional Sains dan Pendidikan MIPA dengan tema: *“Integrasi sains MIPA untuk mengatasi masalah pangan, energi, kesehatan, dan lingkungan”*.

Dalam sesi pleno seminar telah disampaikan pemaparan materi oleh satu pembicara utama dan empat pembicara undangan yang berasal dari beragam institusi dan profesi. Dari sesi pleno ini, diharapkan peserta dapat menambah wawasan dan pemahaman tentang pengembangan dan pemanfaatan IPTEK, khususnya Bidang MIPA, sehingga sains dan pendidikan MIPA terus berkembang dan dapat berkontribusi nyata untuk kemajuan dan kemakmuran bangsa Indonesia.

Kegiatan yang tidak kalah pentingnya dalam seminar ini adalah sesi paralel karena telah memberi kesempatan kepada peserta untuk melakukan presentasi dan komunikasi ilmiah secara langsung dengan sesama kolega yang mempunyai minat yang sama dalam mengembangkan Sains dan atau Pendidikan MIPA. Dalam kegiatan sesi paralel ini dipresentasikan secara oral 592 judul makalah hasil penelitian yang disampaikan dalam 37 ruang seminar secara paralel, dan juga dipresentasikan 120 poster ilmiah. Dalam kegiatan komunikasi ilmiah secara langsung ini juga telah dimanfaatkan untuk menjalin jejaring agar lebih bersinergi dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA ke depannya. Supaya komunikasi ilmiah yang baik ini dapat juga tersampaikan ke komunitas ilmiah lain yang tidak dapat hadir pada kegiatan seminar, panitia memfasilitasi untuk menerbitkan makalah dalam bentuk **Prosiding**. Panitia juga tetap memberi kesempatan kepada peserta yang akan menerbitkan makalahnya di jurnal ilmiah, sehingga tidak seluruh materi yang disampaikan pada seminar diterbitkan dalam prosiding ini.

Dalam proses penerbitan prosiding ini, panitia telah banyak dibantu oleh Tim Reviewer dan Tim Editor yang dikoordinir oleh Ali Kusnanto yang telah dengan sangat intensif mencurahkan waktu, tenaga dan pikiran. Untuk itu, panitia menyampaikan terima kasih dan penghargaan. Panitia juga menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada seluruh penulis makalah yang telah merespon dengan baik hasil review artikelnya. Namun, panitia juga menyampaikan permohonan ma'af karena dengan sangat banyaknya makalah yang akan diterbitkan dalam prosiding ini, waktu yang dibutuhkan dalam proses penerbitan prosiding ini mencapai lebih dari empat bulan, dan penerbitan prosiding tidak dilakukan dalam satu buku tetapi dalam tujuh buku prosiding. Semoga penerbitan prosiding ini selain bermanfaat bagi para pemakalah dan penulis, juga dapat bermanfaat dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA.

Bogor, September 2014
Semirata-2014 Bidang MIPA BKS-PTN Barat

Dr.Ir. Sri Nurdiati, MSc.
Dekan FMIPA-IPB

Ence Darmo Jaya Supena
Ketua Panitia Pelaksana

Daftar Isi

	Halaman
Editor dan Reviewer	v
Daftar Isi	vii
EFISIENSI ANTARWAKTU PERBANKAN SYARIAH DI INDONESIA MENGUNAKAN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS DAN INDEKS MALMQUIST	
Andromeda Khoirunnisa, Toni Bakhtiar, Endar H Nugrahani	2
PERBANDINGAN WAKTU PENYELESAIAN MASALAH OPTIMALISASI LINEAR ANTARA METODE SIMPLEKS DAN METODE INTERIOR DENGAN MENGUNAKAN PERANGKAT LUNAK MATHEMATICA	
Bib Paruhum Silalahi, Rochmat Ferry Santo, Prapto Tri Supriyo	10
MOMEN TERTINGGI DARI AKUMULASI SUATU ANUITAS AWAL DENGAN TINGKAT BUNGA ACAK	
Johannes Kho dan Ari Fatmawati	19
PARALELISASI METODE CONJUGATE GRADIENT UNTUK MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM SCILAB MENGGUNAKAN GRAPHICS CARDS	
M. Ilyas, Putranto H., F. Ayatullah, M.T. Julianto, A.D. Garnadi dan S.Nurdiati.....	24
SOLUSI PROBLEM LINTASAN TERPENDEK PADA JARINGAN TRANSPORTASI MULTIMODA DENGAN DIJKSTRA-LIKE ALGORITHM STUDI KASUS PADA JARINGAN ANGKUTAN KOTA DI KOTA BENGKULU	
Novika Rachmianty Gartiwi, Fanani Haryo Widodo, Yulian Fauzi	33
MODEL MATEMATIKA DAN SIMULASI KOMPUTER DEMAM BERDARAH DENGUE	
Paian Sianturi	41
METODE ITERASI FORWARD MODEL DALAM MASALAH INVERSI RESISTIVITAS 3D, PERBANDINGAN UNIFORM VS OPTIMAL GRID	
Putranto Hadi Utomo, Agah D. Garnadi, H. Grandis, Sri Nurdiati	51
INVESTIGASI NUMERIK PROFIL KECEPATAN ALIRAN FLUIDA PADA SALURAN MIKRO PERSEGI-PANJANG	
Suharsono S	56
APLIKASI PETRI NET PADA PEMBELIAN DAN PEMBAYARAN TIKET PESAWAT	
Ulfasari Rafflesia.....	60
PEMODELAN TINGKAT RISIKO TSUNAMI KOTA BENGKULU MELALUI ANALISIS KRIGING	
Yulian Fauzi, Suwarsono, Jose Rizal, Zulfia Memi Mayasari	68
SIMULASI METODE WEBSTER DALAM PENGATURAN LAMPU LALU LINTAS	
Elis Khatizah, Delis Anisa.....	74

METODE NON-PARAMETRIK ANALISIS SURVIVAL DALAM MEMODELKAN SELANG KELAHIRAN ANAK PERTAMA DI INDONESIA Rahmat Hidayat, Hadi Sumarno, Endar H. Nugrahani	80
PROFIL SOFT SKILLS MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN UNIVERSITAS RIAU Atma Murni, Nahor Murani Hutapea	90
PROBLEM POSING UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA BERKEMAMPUAN AWAL RENDAH Dekson.....	98
PEMAHAMAN SISWA SMP LEVEL RELASIONAL DAN LEVEL ABSTRAK TENTANG BILANGAN RASIONAL Dewi Herawaty.....	106
MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>THINK TALK WRITE</i> Dewi Murni, Dia Prima Juwita	112
PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBASIS PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP RESPON DAN HASIL BELAJAR GEOMETRI SISWA KELAS VII SMPN KOTA PADANG Edwin Musdi	121
PENGARUH PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA (PMRI) TERHADAP PERKEMBANGAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIKA SISWA KELAS II SD KARTIKA 1.10 Effie Efrida Muchlis.....	132
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>TWO STAY TWO STRAY</i> UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP NEGERI 18 PEKANBARU Elfis Suanto, Rini Dian Anggraini, Bisri Mustofa	141
MENINGKATKAN KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH PADA STATISTIKA ELEMENTER MELALUI LEMBAR KERJA Fitrani Dwina, Syafrandi.....	152
PENERAPAN PENDEKATAN SOMATIS, AUDITORI, VISUAL, DAN INTELEKTUAL PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 4 PAYAKUMBUH H. Yarman dan Putri Monika Sari.....	160
PENINGKATAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIKA MELALUI PEMBERIAN TUGAS MERANCANG PETA KONSEP Hendra Syarifuddin.....	169
PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN BERBASIS INKUIRI DALAM PELAKSANAAN MATA KULIAH SISTEMATIKA TUMBUHAN TINGKAT RENDAH PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS RIAU	

Irda Sayuti.....	178
PENGUNAAN NOMOR BARIS BALOK DALAM PEMBELAJARAN KOOPERATIF MATEMATIKA PADA HASIL BELAJAR SISWA SDNDI PEKANBARU	
Jalinus, Jesi Alexander Alim.....	185
PENERAPAN PEMBELAJARAN INKUIRI MODEL ALBERTA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS I	
Kartini, Titi Solfitri.....	193
OPTIMALISASI PERKULIAHAN ALJABAR LINEAR I MENGGUNAKAN LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM) DAN PENILAIAN BERBASIS KOMPETENSI	
Mailizar.....	202
PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERORIENTASI PEMODELAN MATEMATIKA BERBASIS RME DI SMAN KOTA PADANG	
Media Rosha, Yerizon	211
PENERAPAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA	
Minora Longgom Nasution, Mukhni, Nidaul Khairi.....	220
PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MAHASISWA PADA MATAKULIAH GEOMETRI BIDANG DAN RUANG DENGAN PENERAPAN STRATEGI STATEMENT AND REASON	
Mirna	227
STUDI KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA KELAS XI IPA SMAN 2 PAINAN MELALUI PENERAPAN PEMBELAJARAN <i>THINK PAIR SQUARE</i>	
Mukhni, Jazwinarti, dan Nita Putri Utami.....	235
PENGARUH PEMBELAJARAN PENDEKATAN REALISTIK MATEMATIKA (RME) TERHADAP PENGETAHUAN KONSEP DAN PROSEDURAL DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA TOPIK ARITMETIKA SOSIAL	
Putri Yuanita, Effandi Zakaria.....	243
PENERAPAN STRATEGI <i>CREATIVE PROBLEM SOLVING</i> PADA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN <i>LESSON STUDY</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS RIAU	
Rini Dian Anggraini , Putri Yuanita.....	252
UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK KELAS VIIIF SMPN 18 PEKANBARU PADA PELAJARAN MATEMATIKA <i>TAHUN 2013/2014 MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL TPS</i>	
Sakur; Suhermi,.....	261
PENGEMBANGAN RPP DAN HANDOUT BERBASIS METODE SQ3R PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL	

Sefna Rismen, Zulvikianis	271
EFEKTIFITAS PENERAPAN MODEL KOOPERATIF DENGAN MENGGUNAKAN ALAT PERAGA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR	
Sofnidar dan Sri Winarni.....	279
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP YANG BERBASIS GAYA BELAJAR <i>MASTERY, INTERPERSONAL, UNDERSTANDING, DAN SELF-EXPRESSIVE</i> PADA KELAS KECERDASAN MAJEMUK LOGIKA MATEMATIKA	
Suherman, Atus Amadi Putra, Muhammad Subhan	288
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>ROTATING TRIO EXCHANGE</i> (RTE) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PADA SISWA KELAS XI IPA 2 SMA NEGERI 2 TAMBANG	
Susda Heleni, Japet Ginting, Miftakhul Jannah	295
KETERAMPILAN SOSIAL SISWA KELAS VIII-9 SMPN 8 PEKANBARU DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MELALUI PENERAPAN MODEL KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL <i>PAIR CHECK</i>	
Syarifah Nur Siregar, Kartini.....	304
PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER MODEL TUTORIAL INTERAKTIF PADA POKOK BAHASAN BANGUN RUANG SISI LENGKUNG	
Titi Solfitri, Yenita Roza, Haninda Rachmawati	310
PEMAHAMAN MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA TENTANG KONSEP FUNGSI DITINJAU BERDASARKAN DEKOMPOSISI GENETIKNYA	
Wahyu Widada	317
PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER UNTUK MENGAJAR RELASI DAN FUNGSI DI SMP	
Yenita Roza, Yudi Jepri Dianta	329
PENGEMBANGAN CD (<i>COMPACT DISC</i>) INTERAKTIF DENGAN MACROMEDIA FLASH PADA PERKULIAHAN BAHASA INGGRIS UNTUK MATEMATIKA DI STKIP PGRI SUMATERA BARAT	
Anny Sovia, Rahima, Yulyanti Harisman	336
PENGARUH MODEL FIGURA DAN KEMAMPUAN AWAL TERHADAP HASIL BELAJAR GEOMETRI TRANSFORMASI MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA FKIP UNIB	
Zamzaili	345
MENINGKATKAN KEMANDIRIAN BELAJAR MAHASISWA MELALUI PEMBELAJARAN GENERATIF PADA MATAKULIAH ALJABAR LINIER	
Zuhri, D	352
KEMAMPUAN GURU MENSTRUKTUR PEMBELAJARAN MATEMATIKA YANG DIAWALI DENGAN PEMBERIAN SOAL CERITA (PENELITIAN TINDAKAN DI SDN 004 RUMBAI PEKANBARU)	
Zulkarnain	363

KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS PEUBAH BANYAK	
Yerizon.....	371
ANALISIS PENGETAHUAN METAKOGNITIF SISWA TIPE KEPRIBADIAN PHLEGMATIS DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR DI KELAS XI IPA SMA ISLAM ALFALAH KOTA JAMBI	
Dewi Iriani, Marni Zulyanty	377
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA TIPE EKSTROVERT PADA MATERI FAKTORISASI SUKU ALJABAR DI KELAS VIII SMP	
Nizlel Huda, Lily Wahyuni Novika.....	384
ANALISIS MISKONSEPSI SISWA TIPE KOLERIS DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA MATERI ALJABAR SISWA KELAS VIII SMP	
Yunidar, Roseli Theis	392
KONTRIBUSI KEGIATAN LESSON STUDY MATEMATIKA DALAM IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 DAN PENDIDIKAN BERBASIS KARAKTER	
Armianti.....	400
PERANCANGAN PROTOTIPE AWAL BUKU KERJA KALKULUS BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING	
Zulfaneti, Rina Febriana	408
PENGEMBANGAN TUGAS MATEMATIKA SEBAGAI ALAT UKUR PENALARAN DAN PEMAHAMAN KONSEP SISWA SEKOLAH MENENGAH ATAS	
Mukhtar, Muliawan Firdaus	416
MODEL REGRESI POISSON TERGENERALISASI DENGAN STUDI KASUS KECELAKAAN KENDARAAN BERMOTOR DI LALU LINTAS	
Irwan, Devni Prima Sari.....	423
KORELASI BEBERAPA ASPEK PROGRAM KELUARGA BERENCANA DI PUSAT KESEHATAN MASYARAKAT KELURAHAN SUKAMERINDU KOTA BENGKULU	
Syahrul Akbar	434
PENGARUH PEMBELAJARAN <i>CONNECTING, ORGANIZING, REFLECTING, EXTENDING</i> (CORE) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS X SMAN 9 PADANG TAHUN PEMBELAJARAN 2013/2014	
Jazwinarti, Suherman, Fadhilah Al Humaira	437
ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI PROVINSI JAWA BARAT 2010 DENGAN MENGGUNAKAN METODE BRASS	
Ahmad Iqbal Baqi	446
PERANCANGAN MODEL ZONA TARIF BRT TRANS MUSI ZONE TARIFF DESIGN MODEL OF BRT TRANS MUSI	
A qilah Zainab, Sisca Octarina dan Putra BJ Bangun	452
SOLUSI POLINOMIAL PERSAMAAN DIFERENSIAL HERMIT YANG DIPERUMUM	

Aziskhan, Asmara Karma, Suriyaamsah	461
BEBERAPA SIFAT DARI JUMLAH YANG MEMUAT BILANGAN PELL-LUCAS	
Baki Swita, Zulfia Memimayasari, Sadiman Otami	467
PENJADWALAN OPTIMAL KAPAL PENYEBERANGAN: STUDI KASUS DI PELABUHAN MERAK DAN BAKAUHENI	
David Hendrayan, Prapto Tri Supriyo, Muhammad Ilyas.....	474
MODEL OPTIMASI PERSEDIAAN BIOSOLAR	
Defri Ahmad.....	485
APLIKASI ALGORITMA <i>CUTTING PLANE</i> DALAM PEWARNAAN GRAF	
Eddy Roflin, Sisca Octarina.....	492
UJI KESTABILAN SISTEM MANGSA-PEMANGSA	
Efendi.....	497
NILAI TUNAI ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN METODE <i>NONFORFEITURE BENEFIT</i>	
Nurhasanah, Endang Sri Kresnawati, Des Alwine Zayanti.....	504
PENENTUAN LOKASI GUDANG DAN RUTE PENDISTRIBUSIAN MENGGUNAKAN <i>INTEGER PROGRAMMING</i>	
Ermi Rodita Hayati, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	514
RING REGULER STABLE RANGE ONE PADA \mathbb{Z}_n	
Evi Yuliza	523
PEMODELAN MASALAH PENJADWALAN PERAWAT MENGGUNAKAN NONPREEMPTIVE GOAL PROGRAMMING: STUDI KASUS DI RUMAH SAKIT PERMATA BEKASI	
Ihsan Caisario, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	528
MODEL OPTIMASI SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET BERDASARKAN FUNGSI UTILITAS <i>PERFECT SUBSTITUTE</i>	
Indrawati, Irmeilyana, Fitri Maya Puspita and Clara Alverina Gozali.....	537
PENYELESAIAN MASALAH PENGOPTIMUMAN KUADRATIK YANG MEMUAT FAKTOR DISKON TERKENDALA SISTEM DESKRIPTOR LINEAR	
Muhafzan	546
BIFURKASI HOPF PADA MODEL MANGSA-PEMANGSA HOLLING-TANNER TIPE II	
Muhammad Buchari Gaib, Ali Kusnanto, Paian Sianturi.....	550
HIPERGRAF INTEGRAL HASIL OPERASI KALI KARTESIUS BIDANG FANO DAN HIPERGRAF 3-SERAGAM LENGKAP BERORDE 4	
Mulia Astuti	558
PENGARUH PROGRAM REHABILITASI TERHADAP DINAMIKA JUMLAH PEMAKAI NARKOBA DENGAN LAJU TRANSMISI NONLINIER	
Riry Sriningsih.....	565
PERBANDINGAN METODE BINOMIAL DENGAN <i>BLACK-SCHOLES</i> PADA PENENTUAN HARGA OPSI	

Sugandi Yahdin, Erwin, Syafriyanti	573
BILANGAN RAMSEY MULTIPARTIT UNTUK GRAF BINTANG DAN GRAF LINTASAN	
Syafrizal Sy	579
KLASIFIKASI DENGAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA KERNEL	
Wirdania Ustaza, Siswadi, Toni Bakhtiar	582
PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK OPTIMASI PROSES EVAKUASI DENGAN MODEL MAKROSKOPIK	
Zulfia Memi Mayasari.....	591
INDUKSI MATEMATIKA PADA FORMULA BINET (GENERALISASI BARISAN FIBONACCI)	
Syofni	597
BEBERAPA METODE ITERASI DENGAN TURUNAN KETIGA UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR BESERTA DINAMIKNYA	
Zulkarnain, M. Imran.....	604
PENGENDALIAN TINGKAT PEMESANAN DAN PERSEDIAAN PADA MODEL INVENTORY	
Endang Lily, Harison, Dan M. Natsir	610
KARAKTERISASI SEBARAN <i>HALF-CAUCHY</i> DENGAN MENGGUNAKAN FUNGSI KARAKTERISTIK	
Dodi Devianto	614
PERSAMAAN GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM BENTUK MEDAN LISTRIK SOLUSI MENGANDUNG FUNGSI BESSEL	
Leli Deswita	619
PENYELESAIAN VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICK-UP AND DELIVERY SERVICE MENGGUNAKAN ALGORITME TABU SEARCH	
Syukrio Idaman, Farida Hanum, Prapto Tri Supriyo	626
EKSISTENSI DAN REPRESENTASI DARI INVERS GRUP UNTUK MATRIKS BLOK	
Musraini M, Asli Sirait, Rustam Efendi	635
PELABELAN TOTAL SISI AJAIB SUPER PADA GRAF <i>CORONA-LIKE UNICYCLIC</i>	
Rolan Pane, Asli Sirait, Kurniawan,	641
OPTIMASI PENJADWALAN ARMADA PESAWAT TERBANG: STUDI KASUS DI PT CITILINK INDONESIA	
Suzi Sehati, Amril Aman, Farida Hanum.....	647
KAJIAN MODEL MIKROSKOPIK PADA SISTEM LALU-LINTAS: SIMULASI DAN APLIKASINYA DI BOGOR	
Endar H. Nugrahani, Hadi Sumarno, Ali Kusnanto	655

INTEGRASI



2014

Semirata

 Bidang MIPA

OPTIMASI PENJADWALAN ARMADA PESAWAT TERBANG: STUDI KASUS DI PT CITILINK INDONESIA

OPTIMIZATION OF AIRCRAFT SCHEDULE: A CASE STUDY IN PT CITILINK INDONESIA

Suzi Sehati¹, Amril Aman^{2*}, Farida Hanum³

Departemen Matematika FMIPA IPB, Bogor^{1,2,3}
amril.aman@gmail.com

ABSTRACT

Optimization of flight planning is an important step required to maximize profits. The stages above mentioned are: flight scheduling, fleet assignment, aircraft routing, crew scheduling, and manpower planning. In this paper, the fleet assignment stage was discussed. In general, airlines have a fleet of aircrafts with different sets of operating costs, passenger capacity, and the number of aircrafts available. The fleet scheduling of aircrafts was intended to minimize operational cost involved, via method of integer programming. This work was applied in the PT Citilink airline company, having 29 aircrafts and serving 104 flights connecting 19 cities in Indonesia. The results showed that the company only need to allocate 20 aircrafts to obtain the optimal solution as intended in this study.

Keywords: Aircraft, Fleet Assignment, Integer Programming, Scheduling

ABSTRAK

Optimasi perencanaan penerbangan merupakan tahapan penting yang harus dilakukan perusahaan untuk memaksimalkan keuntungan. Beberapa tahapan dalam optimasi perencanaan penerbangan tersebut antara lain ialah penjadwalan penerbangan, penjadwalan armada pesawat terbang, penentuan rute pesawat terbang, penjadwalan kru, hingga perencanaan sumber daya manusia. Dalam tulisan ini, dibahas salah satu tahapan perencanaan, yaitu penjadwalan/penugasan armada pesawat terbang. Pada umumnya, perusahaan penerbangan memiliki sejumlah armada pesawat terbang dengan karakteristik (biaya operasional, kapasitas penumpang, ketersediaan pesawat) yang berbeda. Masalah penjadwalan armada pesawat yang meminimumkan biaya dalam tulisan ini dimodelkan ke dalam integer programming. Implementasi model dilakukan pada masalah penjadwalan armada PT Citilink yang memiliki 29 pesawat dan melayani 104 penerbangan antar-19 kota di Indonesia. Dengan model ini diperoleh bahwa solusi optimal penugasan armada hanya memerlukan 20 pesawat untuk melayani semua penerbangan.

Katakunci: Integer Programming, Penjadwalan, Pesawat Terbang, Penugasan Armada Pesawat

PENDAHULUAN

Pengaturan manajemen perusahaan penerbangan umumnya lebih banyak difokuskan pada hal-hal operasional; antara lain optimasi perencanaan penerbangan. Dalam [1] telah dibahas bahwa langkah-langkah yang dilakukan dalam optimasi perencanaan penerbangan adalah melakukan penjadwalan penerbangan, penugasan armada pesawat terbang, penentuan rute pesawat terbang, penjadwalan kru pesawat terbang, hingga perencanaan *manpower*. Dalam perencanaan penerbangan, penugasan armada pesawat terbang merupakan langkah awal dimulainya penghitungan biaya

operasional sehingga tahapan ini sangat memengaruhi tingkat efektivitas dan efisiensi penerbangan.

Setiap armada pesawat terbang memiliki karakteristik yang berbeda sehingga biaya untuk menerbangkannya akan berbeda. Pengoptimasian biaya inilah yang menjadi tujuan dari penentuan penugasan armada pesawat terbang. Masalah penentuan jenis armada pesawat penerbangan biasanya diformulasikan untuk siklus satu hari yang berulang dalam satu minggu, seperti dalam [2], sedangkan dalam [3] dibahas mengenai algoritme untuk ukuran penerbangan dan permasalahan *mix vehicle routing*. Algoritme yang diusulkan awalnya akan menghasilkan rute-rute dalam jumlah besar untuk satu atau dua pesawat. Rute-rute yang terpilih dan pesawatnya nantinya akan dioptimalkan sebagai solusi. Papadoks, dalam [4], memperkenalkan model penjadwalan penerbangan terintegrasi yang besarnya jumlah penerbangan dapat direduksi dengan menggabungkan dekomposisi Benders dan teknik pembangkitan kolom. Pendekatan yang lebih terintegrasi akan menurunkan biaya secara signifikan.

Dalam tulisan ini akan digunakan model matematik dari *fleet assignment* dengan siklus satu hari yang berulang dalam satu minggu dengan memperhatikan 3 biaya utama, yaitu biaya operasional, biaya kehilangan penumpang, dan *recapture rate*. Model matematik tersebut dinyatakan dalam bentuk *integer programming* kemudian diselesaikan dengan *software* LINGO 11.0. Model tersebut diimplementasikan ke dalam masalah penugasan armada pesawat PT Citilink Indonesia.

PEMODELAN

Pada tulisan ini akan diterapkan model dasar dari *fleet assignment*. *Fleet assignment* adalah langkah kedua dalam optimasi perencanaan penerbangan. Perencanaan jadwal penerbangan diawali dengan membuat jadwal penerbangan awal dengan membuat *flight leg*. *Flight leg* adalah sebuah penerbangan nonstop antara bandara asal menuju bandara tujuan, misalkan CGK (Jakarta) - DPS (Bali). Mencocokkan *flight leg* dengan kapasitas armada yang dimiliki agar *demand* penumpang yang telah diramalkan terpenuhi disebut dengan *fleet assignment*. Tujuan utama dalam proses ini adalah memaksimalkan kontribusi keuntungan dari setiap armada. Kontribusi keuntungan (*profit contribution*) adalah pendapatan maksimum dari *flight leg* dikurangi dengan biaya penugasan. Hal-hal yang termasuk dalam biaya penugasan adalah biaya operasional armada, biaya mengangkut penumpang, biaya yang timbul akibat adanya penumpang yang tidak terangkut.

2.1 Struktur Biaya

Hal yang menjadi pertimbangan penting dalam penugasan armada adalah tingkat permintaan. Penggunaan armada dengan kapasitas besar untuk *demand* yang rendah akan mengakibatkan banyaknya kursi yang kosong yang disebut *low load-factor*. Penggunaan armada dengan kapasitas yang kecil untuk *demand* yang tinggi mengakibatkan adanya calon penumpang yang tidak terangkut. Calon penumpang yang tidak terangkut mengakibatkan adanya pendapatan yang hilang (*spill cost*). Dalam [1] dijelaskan bahwa biaya kehilangan tersebut dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

Biaya kehilangan yang diharapkan = banyaknya penumpang tidak terangkut yang diharapkan \times RASM \times jarak penerbangan. *Revenue per available seat mile* (RASM) adalah pendapatan dari menerbangkan banyaknya kursi penumpang yang

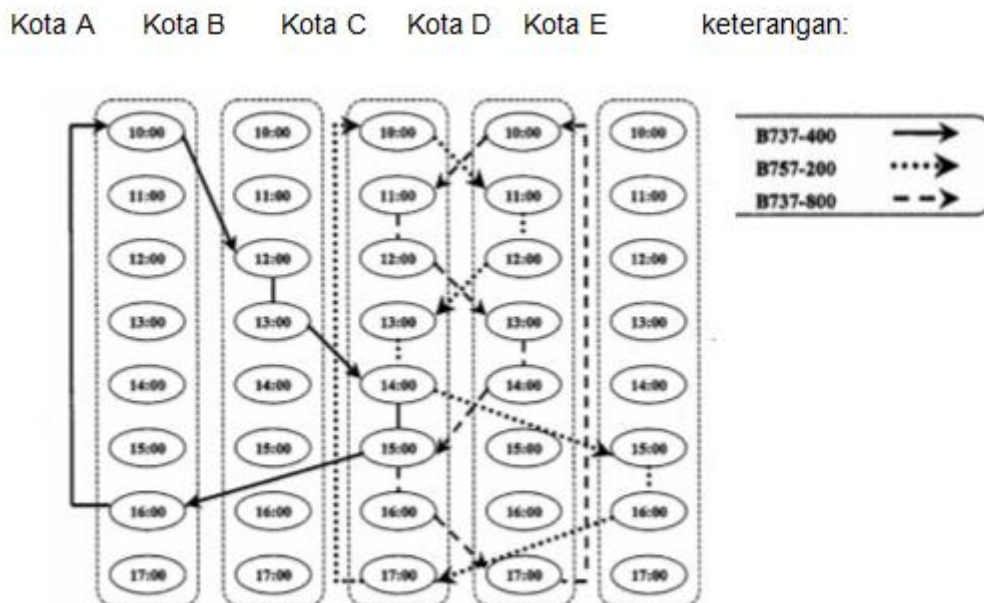
tersedia. Banyaknya penumpang tidak terangkut yang diharapkan = $\int_c^{\infty} (x-c)f(x) dx$, dengan c adalah kapasitas armada untuk penumpang dan $f(x)$ adalah sebaran peluang untuk *demand*.

Calon penumpang yang tidak terangkut mungkin akan beralih ke kelas lain yang masih tersedia, mengambil jadwal penerbangan selanjutnya atau sebelumnya dan mungkin akan menggunakan jasa maskapai penerbangan lainnya. Bila calon penumpang tersebut menggunakan jasa maskapai penerbangan lain maka akan dihitung menjadi *spill cost*. Apabila calon penumpang memilih untuk pindah ke kelas yang masih tersedia atau memilih jadwal penerbangan selanjutnya atau sebelumnya artinya tidak terjadi biaya kehilangan maka disebut dengan *recapture rate*. Jadi *recapture rate* adalah persentase mendapatkan kembali calon penumpang yang hampir hilang, sehingga *Total spill cost* = *Expected spill cost* × (1 - *recapture rate*).

2.2 Teknik Jaringan Ruang-Waktu

Fokus utama dari *fleet assignment* adalah jenis armada untuk setiap *flight leg*. Teknik jaringan ruang-waktu (*time-space network*) digunakan untuk membuat dan mempermudah melihat model penjadwalan dan rute penerbangan armada. Tiap jaringan menunjukkan pergerakan satu jenis armada dengan periode waktu dan bandara tertentu. Terdapat dua komponen penting dalam jaringan ruang-waktu yaitu *node* dan *arc*. *Node* menunjukkan suatu bandara pada waktu tertentu sedangkan *arc* menunjukkan aktivitas penerbangan seperti penerbangan, landasan dan tinggal semalaman (*stay overnight*).

Kota A Kota B Kota C Kota D Kota E keterangan:



Gambar 1 Contoh teknik jaringan ruang-waktu

Gambar 1 memperlihatkan terdapat 2, 2, 8, 6, 2 *node* di Kota A, B, C, D, E secara berurutan. Untuk Kota A, garis hitam menunjukkan armada B737-400 memulai penerbangan pada pukul 10.00 – 12.00 untuk *flight leg* Kota A - Kota B, selang 1 jam dari pukul 12.00 -13.00 disebut *turn-around time* (waktu minimum yang dibutuhkan sebuah

pesawat mulai dari pesawat tersebut mendarat hingga siap untuk diberangkatkan kembali). Selanjutnya armada mendarat di Kota C pada pukul 14.00 lalu melanjutkan perjalanan kembali ke Kota A pada pukul 15.00 dan tiba pada pukul 16.00. Garis yang menghubungkan *node* 16.00 (*node* terakhir) dengan *node* 10.00 (*node* pertama) disebut *wrap-around arc* yang menunjukkan pesawat yang harus bermalam di bandara.

2.3 Model Matematik

Misalkan suatu maskapai penerbangan memiliki armada pesawat yang terdiri atas beberapa jenis pesawat. Maskapai tersebut melayani sejumlah penerbangan (*flight leg*) yang menghubungkan beberapa kota. Akan ditentukan penjadwalan armada pesawat (*fleet assignment*) yang meminimumkan biaya. Untuk membatasi permasalahan penugasan armada pesawat terbang, maka digunakan beberapa asumsi antara lain:

1. satu siklus terdiri atas 1 hari (24 jam) yang berulang dalam 1 minggu,
2. tidak ada *deadheading*, artinya pesawat tidak boleh terbang dalam keadaan tanpa penumpang. Implikasinya pesawat yang bermalam di suatu bandara tidak harus pesawat yang sama dengan yang digunakan di pagi hari asalkan armadanya sama,
3. banyak pesawat dari setiap armada terbatas,
4. tingkat permintaan dan standar deviasi untuk setiap *flight leg* diketahui,
5. jenis penerbangan adalah penerbangan langsung tanpa transit,
6. waktu minimum yang dibutuhkan pesawat mulai mendarat hingga dapat terbang kembali (*turn around time*) tidak diperhitungkan.

Masalah *fleet assignment* dalam tulisan ini diformulasikan bentuk *integer linear programming* (ILP). Himpunan, indeks, parameter, dan variabel keputusan yang digunakan dalam model ini ialah sebagai berikut.

Himpunan dan indeks: F ialah himpunan nomor penerbangan, dengan indeks i , K ialah himpunan jenis armada, dengan indeks j , M ialah himpunan *node* yang ada dalam jaringan, dengan indeks k , C ialah himpunan *node* pertama, himpunan bagian dari M , dengan $C \subseteq M$ dan indeks l , dan D ialah himpunan *node* terakhir, dengan $D \subseteq M$ dan indeks n .

Parameter:

B_{ij} = biaya menggunakan armada jenis j untuk penerbangan i

N_j = banyaknya pesawat dari armada jenis j yang tersedia

$$S_{i,k} = \begin{cases} +1, & \text{jika pesawat dengan nomor penerbangan } i \text{ tiba di } \textit{node} k \\ -1, & \text{jika pesawat dengan nomor penerbangan } i \text{ pergi dari } \textit{node} k \end{cases}$$

Variabel keputusan:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika nomor penerbangan } i \text{ menggunakan armada jenis } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

G_{kj} = banyaknya armada jenis j di *node* k

Fungsi Objektif:

Fungsi objektif dari masalah ini ialah meminimumkan total biaya yang dikeluarkan maskapai penerbangan untuk menerbangkan berbagai jenis armada yang dimiliki untuk setiap jadwal penerbangan yang telah disediakan dalam satu hari, yaitu

$$\text{Meminimumkan } \sum_{j \in K} \sum_{i \in F} B_{i,j} x_{i,j}$$

Kendala:

Kendala pada permasalahan ini ialah sebagai berikut:

- 1 Setiap penerbangan hanya dapat dilayani oleh satu jenis armada: $\sum_{j \in K} x_{i,j} = 1; \forall i \in F$
- 2 Kekontinuitasan armada untuk setiap *node* kecuali *node* pertama: $G_{k-1,j} + \sum_{i \in F} S_{i,k} x_{i,j} = G_{k,j}; \forall k \in M, k \notin C, \forall j \in K$
- 3 Kekontinuitasan armada di *node* pertama, banyaknya pesawat di pagi hari (*node* 1) sama dengan banyak pesawat yang berada di *node* terakhir ditambah banyaknya pesawat yang datang ke *node* 1 dan dikurangi banyaknya pesawat yang pergi dari *node* 1: $G_{n,j} + \sum_{i \in F} S_{i,l} x_{i,j} = G_{l,j}; \forall l \in C, \forall n \in D, \forall j \in K.$
- 4 Banyaknya pesawat yang digunakan tidak melebihi banyaknya pesawat yang dimiliki maskapai penerbangan untuk setiap jenis armada: $\sum_{n \in D} G_{n,j} \leq N_j; \forall j \in K.$
- 5 Batasan variabel keputusan: $x_{i,j} \in \{0,1\}; \forall i \in F, \forall j \in K,$ dan $G_{k,j}$ adalah *integertaknegatif*: $G_{k,j} \in Z^+; \forall k \in M, \forall j \in K$

STUDI KASUS

Studi kasus yang dilakukan pada tulisan ini yaitu masalah penjadwalan armada pada maskapai penerbangan PT Citilink Indonesia. Data yang digunakan ialah data penerbangan yang diambil dari *website* resmi Citilink. Data yang tersedia ialah jadwal penerbangan antarkota per hari yang meliputi nomor penerbangan, bandar udara keberangkatan dan kedatangan, waktu keberangkatan dan kedatangan pada bandar udara, jenis armada, jumlah pesawat untuk setiap armada, serta harga tiket pesawat yang tidak akan dicantumkan dalam penelitian ini.

Pada penelitian ini jadwal penerbangan yang akan diambil sebagai masukan adalah jadwal penerbangan untuk tanggal 11 Oktober 2013. Citilink melayani 104 penerbangan antar-19 kota di Indonesia untuk tanggal tersebut. Sembilan belas kota tersebut adalah Jakarta (CGK), Surabaya (SUB), Medan (MES), Bali (DPS), Lombok (LOP), Palembang (PLM), Semarang (SRG), Makassar (UPG), Padang (PDG), Jambi (DJB), Malang (MLG), Yogyakarta (JOG), Bengkulu (BKS), Balikpapan (BPN), Pekanbaru (PKU), Tanjung Pandan (TJQ), Pangkalpinang (PGK), Batam (BTH), Banjarmasin (BDJ).

Maskapai penerbangan Citilink menggunakan tiga jenis armada yaitu Airbus A320 sebanyak 22 pesawat dengan kapasitas 180 penumpang, Boeing B737-300 sebanyak 6 pesawat dengan kapasitas 148 penumpang dan Boeing B737-400 sebanyak 1 pesawat dengan kapasitas 170 penumpang.

Cost per available seat miles (CASM) adalah biaya yang dikeluarkan untuk menerbangkan satu kursi penumpang. Besarnya CASM untuk armada A320, B737-300 dan B737-400 secara berurutan adalah \$0,046, \$0,045 dan \$0,047. Besarnya CASM

didapatkan [5]. *Revenue per available seat mile* (RASM) adalah pendapatan dari penumpang berdasarkan banyaknya kursi penumpang yang terisi. Besarnya RASM diasumsikan sebesar 15% dari kapasitas armada. Dengan asumsi rendahnya frekuensi penerbangan untuk beberapa kota maka ditentukan besarnya *recapture rate* adalah 15% dari penumpang yang tidak terangkut. Ini berarti 85% calon penumpang tidak dapat diangkut dan akhirnya jatuh kepada maskapai lainnya. Data *demand*, standar deviasi, RASM, *recapture rate* ditentukan secara hipotetik dengan membangkitkan angka secara acak.

3.1 Himpunan dan Parameter dalam Model Matematik

Himpunan:

$$F = \{QG850, QG854, \dots, QG9632\}; i = 1, 2, \dots, 104$$

$$K = \{A320, B737-300, B737-400\}; j = 1, 2, 3$$

$$M = \{SRG1, SRG2, \dots, CGK66\}; k = 1, 2, \dots, 197$$

Dengan membuat jaringan ruang-waktu diketahui banyaknya *node* untuk setiap kota. Kota Jakarta memiliki 66 *node*, Surabaya 32 *node*, Medan 10 *node*, Bali 13 *node*, Lombok 4 *node*, Jambi 2 *node*, Malang 2 *node*, Yogyakarta 2 *node*, Bengkulu 2 *node*, Balikpapan 6 *node*, Pekanbaru 8 *node*, Tanjung Pandan 2 *node*, Pangkalpinang 2 *node*, Batam 24 *node*, dan Banjarmasin 2 *node*. Jadi seluruhnya terdapat 197 *node*.

$$C = \{SRG1, BKS1, DJB1, PGK1, TJQ1, BDJ1, MLG1, JOG1, LOP1, PLM1, UPG1, BPN1, PKU1, MES1, PDG1, DPS1, BTH1, SUB1, CGK1\};$$

$$l = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 25, 29, 35, 43, 53, 63, 76, 100, 132$$

$$D = \{SRG2, BKS2, DJB2, PGK2, TJQ2, BDJ2, MLG2, JOG2, LOP4, PLM4, UPG4, BPN6, PKU8, MES10, PDG10, DPS13, BTH24, SUB32, CGK66\};$$

$$n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 24, 28, 34, 42, 52, 62, 75, 99, 131, 197$$

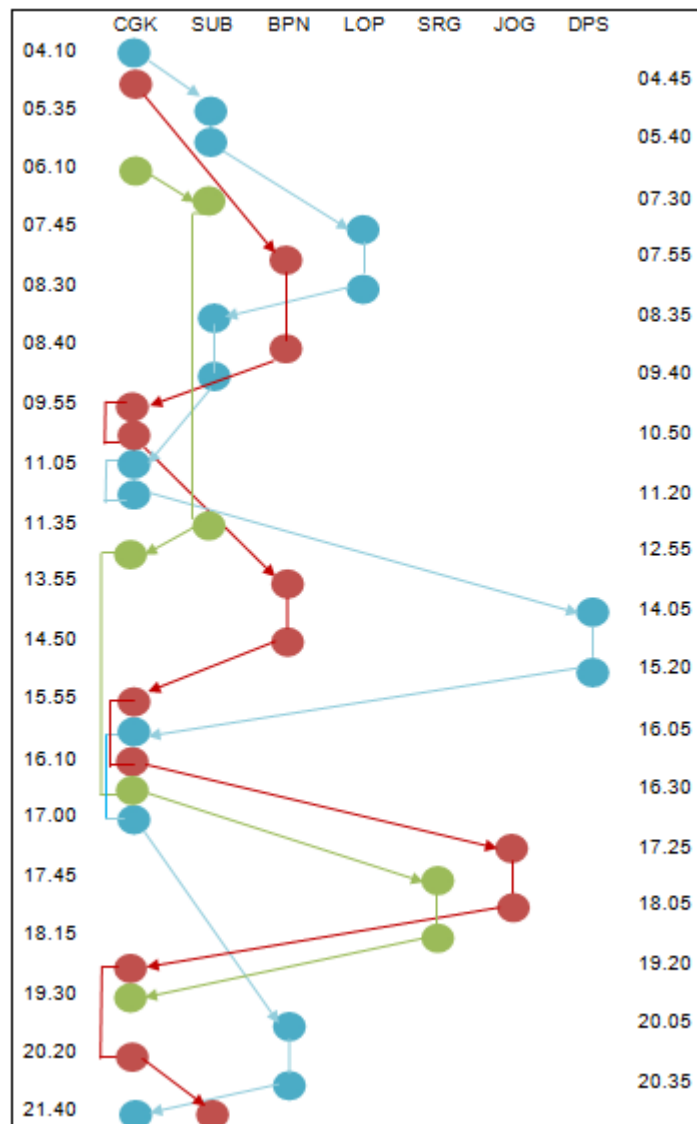
3.2 Hasil dan Pembahasan

Dari penyelesaian model dengan *software* LINGO 11.0, diperoleh bahwa pihak maskapai hanya membutuhkan 18 dari 29 pesawat yang tersedia untuk memenuhi 104 penerbangan pada tanggal 11 Oktober 2013. Kedelapan belas pesawat tersebut terdiri atas 11 pesawat jenis A320, 6 pesawat B737-300, dan 1 pesawat jenis B737-400 dengan rincian kota seperti pada Tabel 1.

Tabel 1 Armada pesawat yang diperlukan

Kode Kota	Kota	Jenis pesawat		
		A320	B737-300	B737-400
MES	Medan	1	0	0
BTH	Batam	3	0	0
SUB	Surabaya	2	1	0
CGK	Cengkareng (Jakarta)	5	5	1

Dari Tabel 1 dapat digambarkan jaringan ruang-waktu untuk ketiga jenis armada. Sebagai ilustrasi, pada Gambar 2 diberikan jaringan ruang-waktu untuk penerbangan yang melibatkan kota Jakarta (CGK), Surabaya (SUB), Balikpapan (BPN), Lombok (LOP), Semarang (SRG), Jogjakarta (JOG), dan Denpasar (DPS). Sebagai contoh, rute penerbangan untuk B737-400 adalah pesawat berangkat dari Jakarta dengan nomor penerbangan QG811 menuju Surabaya pada pukul 06.10 dan tiba pada pukul 07.30. Penerbangan selanjutnya menuju Jakarta dengan nomor penerbangan QG817 pada pukul 11.35 kemudian mendarat di Jakarta pada pukul 12.55, dilanjutkan dengan penerbangan menuju Surabaya untuk nomor penerbangan QG804 pada pukul 15.40 dan mendarat pada pukul 16.50 selanjutnya pesawat menginap di bandara Surabaya.



Gambar 3 Ilustrasi jaringan ruang-waktu, → B737-400, → A320, → B737-300

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Masalah penjadwalan armada pesawat terbang merupakan salah satu proses penting dalam manajemen penerbangan agar maskapai penerbangan mendapatkan keuntungan yang optimal. Dalam penelitian ini, masalah penjadwalan/penugasan armada pesawat dimodelkan ke dalam *integer programming*. Model ini telah diimplementasikan pada penjadwalan penerbangan PT Citilink Indonesia untuk jadwal penerbangan yang berlaku pada bulan Oktober 2013. Dari studi kasus yang dilakukan, pihak maskapai dapat meminimumkan biaya dengan menekan jumlah armada yang harus diterbangkan.

Penelitian ini masih dapat dikembangkan, antara lain dengan menghilangkan asumsi-asumsi yang dibuat, misalkan dengan memperhatikan waktu pergantian penumpang antarpenerbangan, *turn around time* pesawat, mempertimbangkan kasus *deadheading*, dan meninjau tahapan-tahapan lain dalam manajemen penerbangan.

PUSTAKA

- [1] Bazargan M. 2004. *Airline Operations and Scheduling*. Ed ke-2. Burlington (US): Ashgate.
- [2] Jarrah AI, Goodstein J, Narasimhan R. 2000. An efficient airline re-fleeting model for the incremental modification of planned fleet assignments. *Transportation Science*. 34(4):349-363. doi: [10.1287/trsc.34.4.349.12324](https://doi.org/10.1287/trsc.34.4.349.12324).
- [3] Renaud J, Boctor FF. 2002. A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. 140(3):618- 628. doi:10.1016/S0377-2217(01)00237-5.
- [4] Papadakos N. 2006. *Integrated Airline Scheduling: Decomposition and Acceleration Techniques*. London(GB): IC-PARC (centre for Planning and Resource Control).
- [5] Ozdemir Y, Basligil H, Nalbant KG. 2011. Optimization of Fleet Assignment: A Case Study in Turkey. *IJOCTA*. 2(1):59-71. doi: 10.11121/ijocta.01.2012.0050.

KAJIAN MODEL MIKROSKOPIK PADA SISTEM LALU-LINTAS: SIMULASI DAN APLIKASINYA DI BOGOR

ON MICROSCOPIC MODELING OF VEHICULAR TRAFFIC SYSTEM: SIMULATION AND ITS APPLICATION IN BOGOR

Endar H. Nugrahani ^{1*}, Hadi Sumarno ², Ali Kusnanto ²

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, Bogor ^{1*}
Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor.

Email: e_nugrahani@ipb.ac.id

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, Bogor ²

ABSTRACT

A microscopic model explains interaction among vehicles in a traffic system on individual level. The aim of this paper is to study carefully the microscopic single lane model as well as microscopic multilane model with its reaction thresholds. The simulation study on microscopic multilane model shows that increase of density will decrease the mean velocity of the traffic. Empirical data of Bogor traffic system show that the density-flow relation agrees well with the theoretical and simulation results.

Keywords: vehicular traffic system, microscopic model.

ABSTRAK

Model mikroskopik pada sistem lalu-lintas menjelaskan interaksi individu antar kendaraan pada suatu sistem lalu lintas yang diamati. Tujuan penulisan makalah ini adalah untuk menurunkan model mikroskopik jalur tunggal serta model mikroskopik multijalur berdasarkan ambang batas reaksinya. Dari simulasi model mikroskopik multi jalur didapat bahwa secara umum kenaikan kepadatan akan menurunkan rata-rata kecepatan. Selanjutnya data empiris sistem lalu lintas di kota Bogor menunjukkan bahwa hubungan antara kepadatan dan arus lalu lintas adalah sesuai dengan hasil teoritis maupun hasil simulasi.

Katakunci: sistem lalu-lintas kendaraan, model mikroskopik.

PENDAHULUAN

Terdapat tiga model yang dapat digunakan sebagai pendekatan terhadap fenomena arus lalu-lintas, yaitu pendekatan model mikroskopik, makroskopik, dan model mesoskopik atau model kinetik [1]. Model mikroskopik memodelkan respons aktual dari sebuah kendaraan terhadap kendaraan lainnya, terutama kendaraan di posisi depannya. Model mikroskopik memfokuskan perhatian pada respons dari suatu kendaraan terhadap perilaku kendaraan di posisi depan. Respons tersebut direalisasikan dengan perubahan kecepatan kendaraan dan perpindahan jalur secara spontan, dan sesekali kendaraan melewati ambang batas (*thresholds*). Model kedua adalah model makroskopik yang menggambarkan besaran teramati dalam suatu sistem lalu-lintas. Model makroskopik umumnya diturunkan berdasarkan persamaan dinamika zat cair. Model ketiga adalah model kinetik yang menyajikan level menengah antara model mikroskopik dengan model makroskopik [2], yaitu penjelasan terhadap fenomena makroskopik menggunakan interaksi mikroskopik dengan memanfaatkan distribusi stokastik tertentu.

Dalam makalah ini dipaparkan kajian model mikroskopik jalur tunggal dan mikroskopik multijalur dengan reaksi batas. Selanjutnya dikaji penurunan persamaan

model kinetik multijalur berdasarkan reaksi batas pada model mikroskopik lalu-lintas multijalur. Pada bagian akhir disajikan evaluasi hasil simulasi dari kajian numerik model mikroskopik jalur tunggal dan model mikroskopik multijalur.

MODEL SISTEM LALU-LINTAS KENDARAAN

2.1 Model Mikroskopik Jalur Tunggal

Pada model mikroskopik jalur tunggal $x_i(t)$ dinotasikan sebagai posisi kendaraan ke- i pada waktu t , dengan $i = 1, \dots, M$. Diasumsikan setiap kendaraan memiliki panjang L dan memenuhi urutan $x_1 > x_2 > \dots > x_M$. Kecepatan dari kendaraan ke- i pada waktu tunda $t + \tau$ didefinisikan sebagai

$$v_i(t + \tau) = x'_i(t + \tau) = \lambda \ln |x_i(t) - x_{i-1}(t)| + \alpha_i \quad (1)$$

dengan λ dan α_i adalah parameter.

Pada fenomena lalu-lintas, kondisi ekuilibrium didefinisikan sebagai suatu kondisi di mana setiap kendaraan berjarak sama terhadap kendaraan di posisi depan, dan setiap kendaraan juga bergerak dengan kecepatan yang sama. Pada kondisi ekuilibrium, diasumsikan terdapat tepat sebuah kendaraan pada interval sepanjang $|x_i - x_{i-1}|$, sehingga

$$\rho = \frac{1}{|x_i - x_{i-1}|}.$$

Kepadatan maksimum, dinotasikan ρ_{\max} , akan diperoleh jika jarak relatif antara kendaraan ke- i dengan kendaraan ke- $i-1$ adalah L , sehingga $\rho_{\max} = 1/L$.

Diasumsikan bahwa kecepatan hanya bergantung pada kepadatan, yaitu $v(x, t) = v(\rho(x, t))$. Terdapat kepadatan kritis yang dapat diamati yaitu ρ_{crit} , sedemikian sehingga v_ρ adalah kecepatan maksimum untuk kepadatan di interval $0 \leq \rho \leq \rho_{\text{crit}}$, yang dinotasikan oleh v_{\max} . Arus lalu-lintas akan mulai melambat pada ρ_{crit} dan seluruh kendaraan akan berhenti bersama-sama ketika mencapai ρ_{\max} , sehingga $v(\rho_{\max}) = 0$.

Jika terjadi suatu kondisi dengan setiap kendaraan bergerak dengan kecepatan v , jarak antarkendaraan adalah d , dan jika setiap kendaraan memiliki panjang L , maka

$$\rho = \frac{1}{d + L}, \quad d, L > 0. \quad (2)$$

Pada kondisi ekuilibrium setiap kendaraan akan bergerak dengan kecepatan yang sama dan oleh karena itu tidak akan bergantung pada i . Dari persamaan (1) diperoleh

$$v = \lambda \ln(d + L) + \alpha,$$

dengan $d + L$ adalah jarak relatif antara dua kendaraan di depan dengan posisi berurutan, dan α_i juga harus bebas dari i dan diganti oleh α . Dengan menggunakan persamaan (2) diperoleh

$$v = \lambda \ln\left(\frac{1}{\rho}\right) + \alpha. \quad (3)$$

Nilai parameter α ditentukan dari $v(\rho_{\max}) = 0$ dan dengan mengatur agar nilai $\rho = \rho_{\max}$ pada persamaan (3), akan diperoleh $\alpha = \lambda \ln(\rho_{\max})$. Sebagai akibatnya

$$v(\rho) = \lambda \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right), \quad (4)$$

untuk $\rho \geq \rho_{crit}$. Lebih lanjut, $v(\rho)$ harus kontinu pada $\rho = \rho_{crit}$. Dengan mengatur $\rho = \rho_{crit}$ diperoleh

$$v_{\max} = v(\rho_{crit}) = \lambda \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \text{ dan } \lambda = \frac{v_{\max}}{\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right)}.$$

Pada akhirnya diperoleh

$$v(\rho) = \begin{cases} v_{\max} & , \text{ untuk } 0 \leq \rho \leq \rho_{crit} \\ v_{\max} \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} & , \text{ untuk } \rho > \rho_{crit}. \end{cases} \quad (5)$$

Lebih lanjut, arus lalu-lintas dinotasikan oleh $j(x,t)$ dan diasumsikan bahwa arus hanya bergantung pada kepadatan, sehingga arus dapat dinyatakan oleh $j(x,t) = j(\rho(x,t))$, yang didefinisikan sebagai

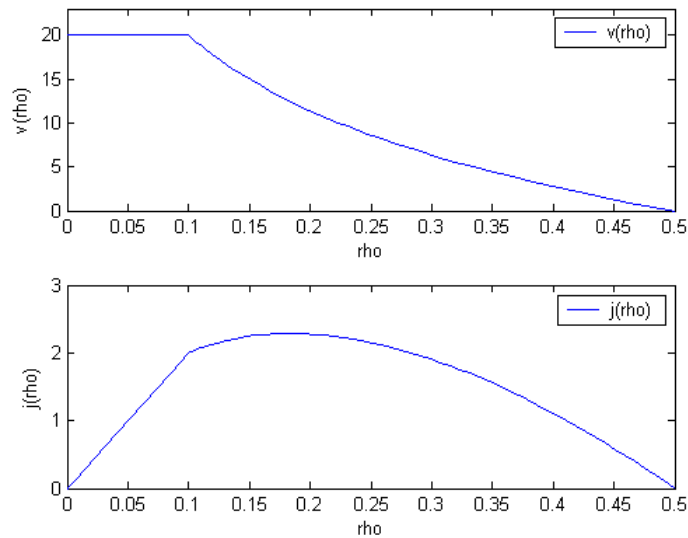
$$j(\rho) = \begin{cases} \rho v_{\max} & , \text{ untuk } 0 \leq \rho \leq \rho_{crit} \\ \rho v_{\max} \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} & , \text{ untuk } \rho > \rho_{crit}. \end{cases} \quad (6)$$

Turunan $j(\rho)$ terhadap ρ untuk $\rho > \rho_{crit}$ adalah

$$j'(\rho) = v_{\max} \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) - 1 \right].$$

Oleh karena $v_{\max} > 0$, persamaan tersebut dapat bernilai nol jika dan hanya jika $\ln(\rho_{\max}) - \ln(\rho) = 1$, sehingga solusi dari ρ hanya dapat diperoleh jika terjadi $\rho_{opt} = \rho_{\max} / e$. Jadi untuk $\rho > \rho_{crit}$, arus maksimum terjadi pada $\rho_{opt} = \frac{\rho_{\max}}{e}$.

Hasil plot antara kecepatan dengan kepadatan serta arus dengan kepadatan ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot kecepatan $v(\rho)$ dan arus $j(\rho)$ model mikroskopik jalur tunggal.

Gambar 1 menunjukkan bahwa kendaraan akan bergerak dengan kecepatan rendah sampai dicapai kepadatan kritis yaitu pada $\rho \leq \rho_{crit}$. Pada saat kepadatan kendaraan bernilai lebih dari kepadatan kritis yaitu $\rho > \rho_{crit}$, kecepatan kendaraan akan menurun secara logaritmik sampai kendaraan berhenti total, yaitu ketika mencapai kepadatan maksimum. Selanjutnya, dari Gambar 1 juga dapat dilihat bahwa arus lalu lintas cenderung meningkat secara linear sampai dicapai kepadatan kritis. Arus lalu lintas kemudian meningkat kembali dan mencapai maksimum pada $\rho_{opt} = \rho_{max} / e > \rho_{crit}$. Setelah mencapai nilai maksimum, arus akan menurun menuju nol, yaitu ketika mencapai kepadatan maksimum. Pola hubungan kepadatan – arus kendaraan tersebut dikenal dengan istilah diagram fundamental [2].

2.2 Model Mikroskopik Multijalur

Pada model mikroskopik multijalur diasumsikan terdapat N jalur pada jalan raya. Kendaraan yang diamati dinotasikan dengan c . Kendaraan di posisi depan dan belakang berturut-turut dinotasikan oleh c_+ dan c_- . Pada jalur kanan dan kiri dinotasikan c_{r+} , c_{r-} dan c_{l+} , c_{l-} . Kecepatan sebelum dan sesudah terjadi interaksi berturut-turut dinotasikan oleh v dan v' . Kecepatan maksimal dinotasikan oleh w yang nilainya berkisar dari 0 sampai dengan w . Didefinisikan H_0 adalah jarak minimal antarkendaraan dan T_R, T_L, T_B, T_A, T_F berturut-turut menotasikan waktu reaksi dari masing-masing interaksi. Diasumsikan terjadi urutan berikut: $T_F \geq T_A > T_R > T_L > T_B$ dan $T_R^S, T_L^S \geq T_B$. Interaksi yang mungkin terjadi adalah sebagai berikut:

1. Perpindahan ke jalur kanan
 Ambang batas untuk perpindahan ke jalur kanan (untuk mendahului) dinotasikan oleh H_R dengan $H_R(v) = H_0 + vT_R$. Jika $v > v_+$ dan $H_R(v)$ dilalui, maka

kendaraan akan berpindah ke jalur kanan hanya jika terdapat ruang yang cukup pada jalur kanan. Lebih lanjut, c dan c_- akan berakselerasi setelah terjadi perpindahan jalur, dan kecepatan yang baru adalah

$$v' = \begin{cases} \tilde{v} & , \text{jika } x_{r+} - x > H_F \\ v & , \text{selainnya} \end{cases} \quad v'_- = \begin{cases} \tilde{v}_- & , \text{jika } x_+ - x_- > H_F \\ v_- & , \text{selainnya} \end{cases}$$

dengan \tilde{v} , \tilde{v}_- kecepatan baru yang diinginkan pengendara.

2. Perpindahan ke jalur kiri

Ambang batas untuk perpindahan ke jalur kiri dinotasikan oleh H_L dengan $H_L(v) = H_0 + vT_L$. Jika $v_- > v$ dan $H_L(v_-)$ dilalui, maka kendaraan akan berpindah ke jalur kiri hanya jika terdapat ruang yang cukup di jalur kiri, dan kecepatan yang baru adalah

$$v' = \begin{cases} \tilde{v} & , \text{jika } x_{l+} - x > H_F \\ v & , \text{selainnya} \end{cases} \quad v'_- = \begin{cases} \tilde{v}_- & , \text{jika } x_+ - x_- > H_F \\ v_- & , \text{selainnya} \end{cases}$$

dengan \tilde{v} , \tilde{v}_- seperti sebelumnya.

3. Pengereman

Ambang batas untuk pengereman adalah H_B dengan $H_B(v) = H_0 + vT_B$. Jika $v > v_+$ dan ambang batas pengereman $H_B(v)$ dilewati, maka akan terjadi pengereman pada interval kecepatan $[\beta v, v]$ di bawah kecepatan aktual v . Kecepatan yang baru didefinisikan sebagai

$$v' = \beta v + \xi(v - \beta v), \quad \beta < \xi,$$

dengan ξ menyebar seragam pada interval $[0, 1]$.

4. Akselerasi I (pengikut)

Ambang batas untuk akselerasi adalah H_A dengan $H_A(v) = H_0 + \delta + vT_A$. Jika $v < v_+$ dan ambang batas akselerasi $H_A(v)$ dilewati, maka kendaraan akan berakselerasi pada interval kecepatan $[v, \alpha v]$ di atas kecepatan aktual v . Persamaan kecepatan yang baru, didefinisikan sebagai

$$v' = v + \xi(\min(w, v\alpha) - v), \quad \alpha > 1.$$

5. Akselerasi II (bebas berkendara)

Ambang batas untuk bebas berkendara adalah H_F dengan $H_F(v) = H_0 + \delta + wT_F$. Jika $v < v_+$ dan ambang batas akselerasi $H_F(v)$ dilewati, maka kendaraan tersebut akan berakselerasi dan bergerak bebas dengan kecepatan yang diinginkan.

SIMULASI DAN APLIKASI

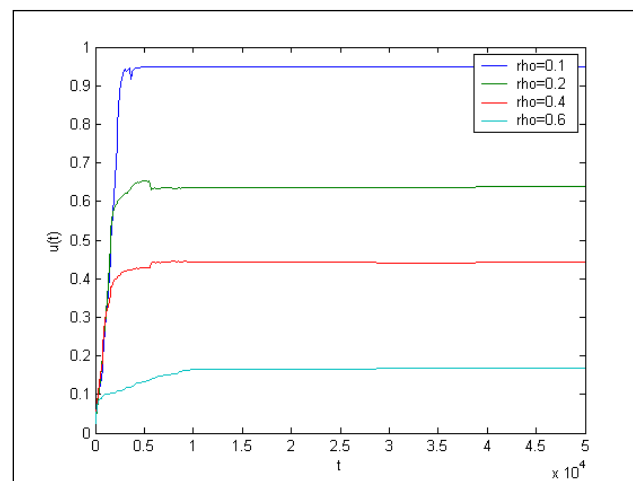
3.1 Simulasi Model Mikroskopik Multijalur

Berdasarkan model mikroskopik multijalur dengan reaksi batas, dibuat simulasi terhadap kecepatan rata-rata kendaraan per-satuan waktu untuk beberapa nilai kepadatan yang berbeda, di mana kecepatan setiap kendaraan dapat berubah secara spontan setelah melakukan interaksi pindah jalur ke kanan, pindah jalur ke kiri, mengerem, akselerasi pengikut, atau akselerasi bebas. Hasil simulasi disajikan sebagai $u(t)$, yang menyatakan kecepatan rata-rata kendaraan pada waktu t , yang didefinisikan sebagai

$$u(t) = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} v_i(t)$$

dengan N banyaknya jalur dan M banyaknya kendaraan setiap jalur.

Simulasi dilakukan pada jalan raya dengan panjang $L = 500$ dan banyak jalur yaitu $N = 3$. Kecepatan maksimum kendaraan ditentukan sebesar $w = 1$, dan jarak minimum antar kendaraan sepanjang $H_0 = 1$, sehingga kepadatan maksimum adalah $\rho_{\max} = 1/H_0 = 1$ dan $t_0 = H_0/w = 1$. Simulasi dievaluasi pada nilai $\rho = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$, dan banyak kendaraan per jalur berdasarkan nilai kepadatan masing-masing adalah $M = 50, 100, 200, 300$. Hasil plot kecepatan $u(t)$ ditunjukkan pada Gambar 2, adalah sesuai dengan hasil dalam [3].



Gambar 2. Hasil simulasi rata-rata kecepatan $u(t)$ pada berbagai kepadatan ρ .

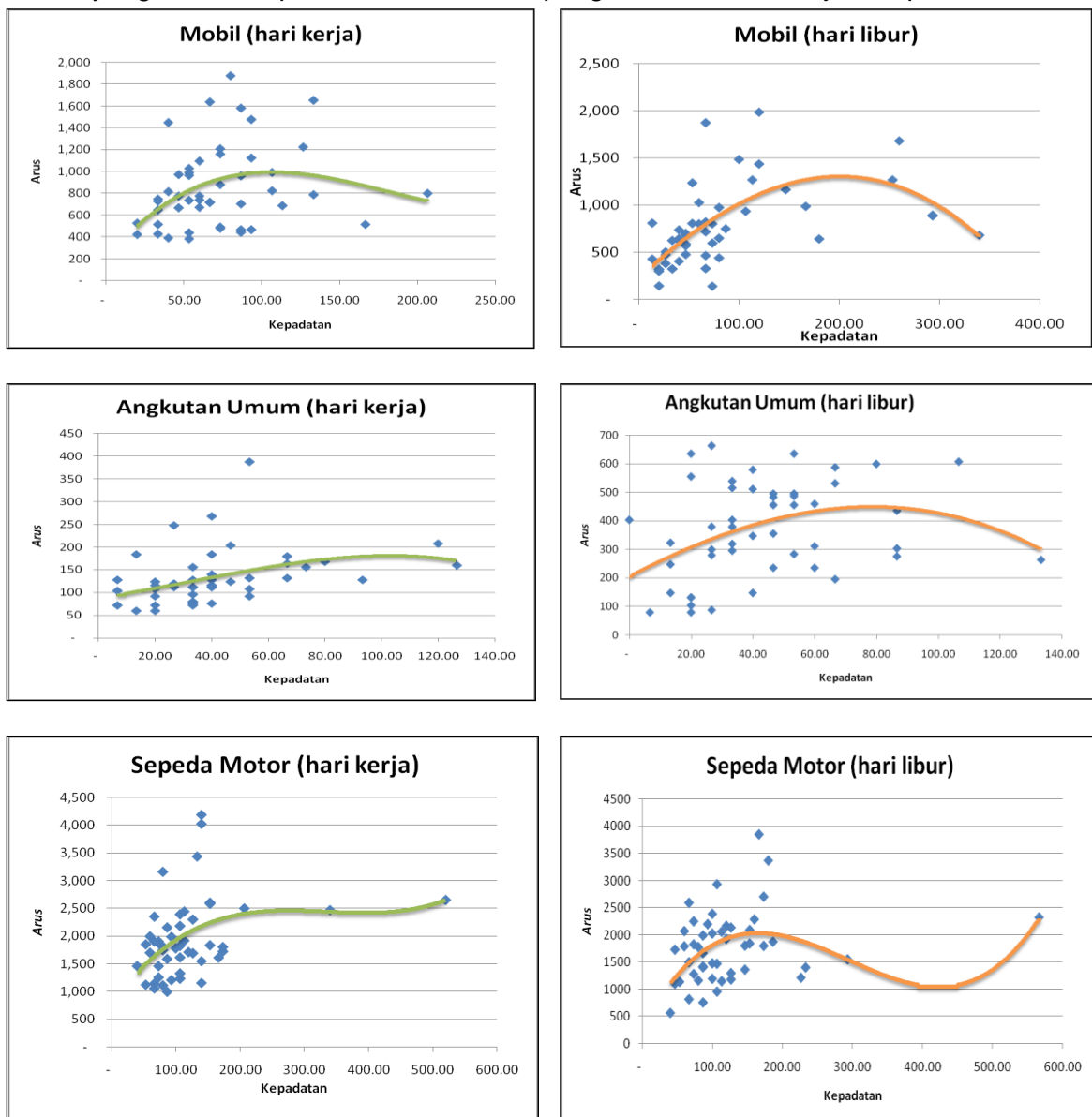
Berdasarkan hasil yang ditunjukkan pada Gambar 2, dapat dilihat adanya hubungan tertentu antara rata-rata kecepatan kendaraan terhadap beberapa nilai kepadatan yang berbeda, yaitu jika kepadatan kendaraan semakin tinggi maka kecepatan rata-rata kendaraan akan semakin kecil nilainya. Hal ini sesuai dengan fakta bahwa dengan kepadatan kendaraan yang semakin besar akan menyebabkan ruang

gerak bagi setiap kendaraan semakin terbatas, sehingga kendaraan akan bergerak dengan kecepatan yang lebih rendah.

3.2 Aplikasi pada Kondisi Lalu-lintas di Bogor

Data empiris tentang kecepatan, arus, dan kepadatan lalu lintas pada berbagai titik lokasi penting di Kota Bogor dikumpulkan pada tahun 2013. Pengamatan dilakukan pada 3 jenis kendaraan, yaitu mobil pribadi, angkutan umum, serta sepeda motor. Waktu pengamatan dilakukan pada hari kerja serta hari libur. Hasilnya disajikan dalam diagram kepadatan-arus pada Gambar 3 berikut.

Gambar 3 pada prinsipnya menyajikan diagram fundamental empiris untuk kasus Kota Bogor. Untuk kendaraan roda empat, yaitu mobil pribadi dan angkutan umum, diagram fundamental yang terbentuk relatif bersesuaian dengan diagram fundamental teoritis yang diberikan pada Gambar 1, baik pengamatan di hari kerja maupun hari libur.



Gambar 3. Plot kepadatan – arus lalu-lintas Kota Bogor pada berbagai jenis kendaraan dan hari pengamatan.

Akan tetapi untuk jenis kendaraan sepeda motor terdapat perbedaan yang cukup mencolok dibandingkan dengan pola umum diagram fundamental. Perbedaan tersebut adalah pada kenyataan bahwa pada kepadatan tinggi, masih dimungkinkan sepeda motor untuk bergerak dengan arus yang relatif besar. Kondisi ini menunjukkan adanya anomali pada pengguna jalan jenis sepeda motor yang ternyata mudah bermanuver pada kondisi kepadatan bahkan kemacetan sehari-hari pada lalu-lintas perkotaan,

KESIMPULAN

Model mikroskopik jalur tunggal dan model mikroskopik multijalur dengan reaksi batas dapat digunakan untuk menjelaskan fenomena lalu-lintas yang terjadi di dunia nyata. Dari simulasi model mikroskopik multijalur didapat hasil bahwa secara umum kenaikan kepadatan kendaraan akan menurunkan rata-rata kecepatan. Selanjutnya data empiris sistem lalu lintas di kota Bogor menunjukkan bahwa hubungan antara kepadatan dan arus lalu lintas adalah sesuai dengan hasil teoritis maupun hasil simulasi.

PUSTAKA

- [1] Illner R, Bohun CS, McCollum S, Van Roode T. 2005. *Mathematical Modelling: A Case Studies Approach*. Providence, Rhode Island: AMS.
- [2] Klar A, Wegener R. 1998. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic I: Modeling. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 59:983-1001.
- [3] Klar A, Wegener R. 1998. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic II: Numerical investigations. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 59:1002-1011.