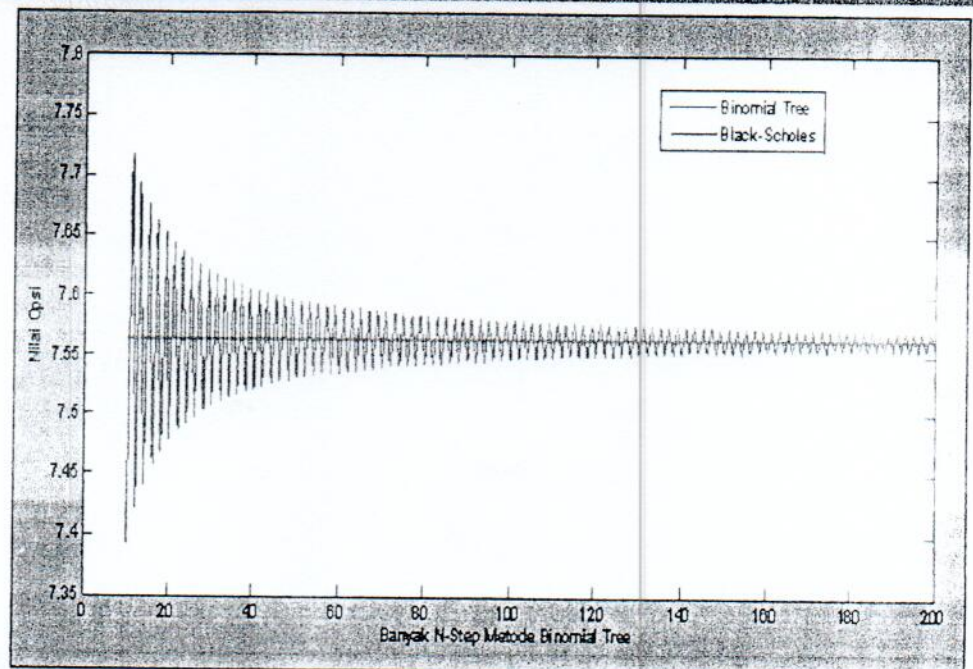


Volume 11, No. 1
Juli 2012



Alamat Redaksi :
Departemen Matematika
FMIPA –Institut Pertanian Bogor
Jln. Meranti, Kampus IPB
Dramaga - Bogor

Phone/Fax:(0251) 8625276
E-mail: math@ipb.ac.id

<i>Opsi Barrier Saham Tipe Up-and-Out Call di Bursa Efek Indonesia</i> Seleky, J.S., E.H. Nugrahani, dan I.G.P. Purnaba	1
<i>Penggunaan Metode Perturbasi Homotopi untuk Menyelesaikan Masalah Aliran Fluida Sisko pada Pipa Lurus</i> Aldilla, I., Jaharuddin, dan Siswandi	11
<i>Aplikasi Model Hidden Markov Diskret untuk Mendeteksi Penyalahgunaan Kartu Kredit</i> Utari, P., B. Setiawaty, dan N.K.K. Ardana	21
<i>Penggunaan Metode Homotopi Pade' untuk Menyelesaikan Masalah Lotka-Volterra</i> Rohaeti, E., Jaharuddin, dan A. Kusnanto	31
<i>Penyelesaian Chinese Postman Problem pada Graf Berarah dengan Metode Heuristik</i> Permadi, A.S., F. Hanum, dan T. Bakhtiar	41

Journal of Mathematics and Its Applications

JMA

Jurnal Matematika dan Aplikasinya

PIMPINAN REDAKSI

Dr. Jaharuddin, MS.

EDITOR

Dr. Ir. Sri Nurdiati, MSc.
Dr. Ir. Hadi Sumarno, MS.
Dr. Ir. I Wayan Mangku, MSc.
Dr. Ir. Endar H. Nugrahani, MS.
Dr. Paian Sianturi

ALAMAT REDAKSI:

Departemen Matematika
FMIPA – Institut Pertanian Bogor
Jln. Meranti, Kampus IPB Dramaga
Bogor
Phone./Fax: (0251) 8625276
Email:math@ipb.ac.id

JMA merupakan media yang memuat informasi hasil penelitian matematika baik murni maupun terapan, bagi para matematikawan atau para pengguna matematika. **JMA** diterbitkan dua kali (dua nomor) setiap tahun (periode Juli dan Desember).

Harga langganan per volume, termasuk biaya pos, Vol.9, No.1 dan 2:
Institusi/Perpustakaan Rp. 350.000,- (dalam IPB), Rp. 500.000,- (luar IPB)
Staf/Perorangan Rp. 200.000,- (dalam IPB), Rp.250.000,- (luar IPB)
Mahasiswa Rp. 75.000,-
Penulis makalah yang diterima dikenai biaya administrasi Rp.25.000,- per lembar

Semua pembayaran biaya dapat ditransfer melalui:

Nur Aliatiningtyas, Dra.
BNI Cabang Bogor
No. Rek. 0254402360

Journal of Mathematics and Its Applications

JMA

Jurnal Matematika dan Aplikasinya

DAFTAR ISI

<i>Opsi Barrier Saham Tipe Up-and-Out Call di Bursa Efek Indonesia</i> Seleky, J.S., E.H. Nugrahani, dan I.G.P. Purnaba	1
<i>Penggunaan Metode Perturbasi Homotopi untuk Menyelesaikan Masalah Aliran Fluida Sisko pada Pipa Lurus</i> Aldilla, I., Jaharuddin, dan Siswandi	11
<i>Aplikasi Model Hidden Markov Diskret untuk Mendeteksi Penyalahgunaan Kartu Kredit</i> Utari, P., B. Setiawaty, dan N.K.K. Ardana	21
<i>Penggunaan Metode Homotopi Pade' untuk Menyelesaikan Masalah Lotka-Volterra</i> Rohaeti, E., Jaharuddin, dan A. Kusnanto	31
<i>Penyelesaian Chinese Postman Problem pada Graf Berarah dengan Metode Heuristik</i> Permadi, A.S., F. Hanum, dan T. Bakhtiar	41

PENYELESAIAN *CHINESE POSTMAN PROBLEM* PADA GRAF BERARAH DENGAN METODE HEURISTIK

PERMADI, A. S.¹⁾, F. HANUM²⁾, DAN T. BAKHTIAR²⁾

¹⁾Mahasiswa Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

²⁾Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

Abstrak : Penelitian ini membahas salah satu masalah penentuan rute optimal yang dapat diformulasikan sebagai masalah *arc routing*, yaitu *Chinese Postman Problem* (CPP). Masalah ini mencari rute perjalanan dengan biaya minimum sehingga setiap sisi/jalan harus dilewati minimal satu kali. CPP dapat diterapkan pada graf tak berarah ataupun graf berarah dan dapat diselesaikan dengan beberapa cara. Dalam penelitian ini, CPP diterapkan pada graf berarah dan diselesaikan dengan metode heuristik. Metode ini terdiri atas beberapa tahap dan menggunakan beberapa algoritme. Dalam penelitian ini, CPP diimplementasikan dalam masalah pembuangan sampah.

Kata Kunci: *Chinese Postman Problem*, graf berarah, metode heuristik,

1. PENDAHULUAN

Chinese Postman Problem (CPP) pertama kali dikemukakan oleh Meigu Guan atau Kwan Meiko, seorang pakar matematika dari Universitas Shangtung, Cina, yang sehari-harinya menggunakan sebagian dari waktu luangnya untuk bekerja di kantor pos pada waktu revolusi kebudayaan Cina (Korte). "Tukang pos harus melewati semua sektor yang ditugaskan kepadanya sebelum kembali ke kantor pos. Permasalahannya adalah bagaimana menentukan jarak terpendek untuk tukang pos tersebut" Guan (1962) di dalam Eiselt *et al.* (1995). Dalam kasus ini, permasalahan yang muncul adalah

sebuah digraf yang tidak balans dapat dilakukan dengan cara menformulasikan masalah DCPD sebagai masalah transportasi (Eiselt *et al.* 1995).

2.2.1 DCPD sebagai masalah transportasi: Berikut ini akan dijelaskan perumusan masalah transportasi untuk mencari *path* tambahan yang perlu dilewati agar ditemukan sirkuit Euler pada suatu digraf yang tidak *balance*.

Misalkan:

$I = \{v_i\}$ = himpunan verteks dengan derajat masuk lebih banyak dari derajat keluarnya.

$J = \{v_j\}$ = himpunan verteks dengan derajat keluar lebih banyak dari derajat masuknya.

c_{ij} = panjang *path* terpendek dari v_i menuju v_j .

s_i = selisih antara derajat masuk dan derajat keluar pada v_i .

d_j = selisih antara derajat keluar dan derajat masuk pada v_j .

x_{ij} = menyatakan banyaknya *path* berarah terpendek dari i ke j yang harus ditambahkan

Formulasi masalah transportasinya adalah sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan: } \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Kendala : } \sum_{v_j \in J} x_{ij} = s_i \quad (v_i \in I) \quad (2)$$

$$\sum_{v_i \in I} x_{ij} = d_j \quad (v_j \in J) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (v_i \in I, v_j \in J) \quad (4)$$

Fungsi objektif pada masalah transportasi pada persamaan (1) menyatakan bahwa nilai objektif dari permasalahan ini adalah jumlah dari panjang *path* terpendek dikalikan dengan banyaknya *path* yang harus dilewati. Persamaan (2) menyatakan banyaknya *path* berarah dari suatu verteks ke verteks v_i yang harus ditambahkan adalah sama dengan kelebihan derajat keluarnya. Persamaan (3) menyatakan banyaknya *path* berarah dari verteks v_i ke verteks lain yang harus ditambahkan adalah sama dengan kelebihan derajat masuknya. Pertaksamaan (4) menyatakan bahwa setiap variabel harus bernilai taknegatif.

2.2.2 Algoritme Fleury dan Algoritme van Aardenne-Ehrenfest-de Bruijn: Dua algoritme ini dapat digunakan untuk menentukan sirkuit Euler pada digraf yang balans.

(a) Algoritme Fleury

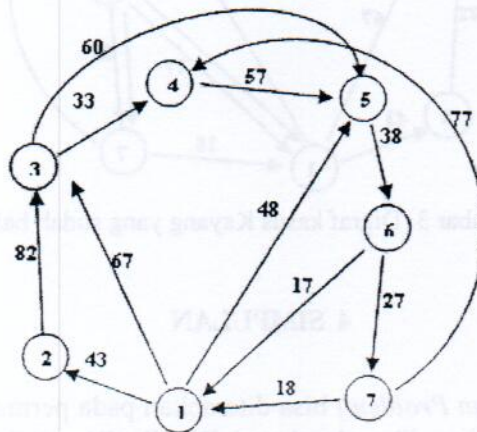
Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung yang semua verteksnya berderajat genap.

LANGKAH 1. Inisialisasikan $i = 0$. Dimulai dari v_0 dan didefinisikan $T_0 : v_0$.

LANGKAH 2. Kemudian dimisalkan $T_i = v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 e_3 \dots e_i v_i$ sebagai *trail* di antara v_0 dan v_i pada iterasi ke- i , lalu dipilih sebuah sisi e_{i+1} yang menghubungkan v_i dengan v_{i+1} yang bukan merupakan *bridge* dari himpunan sisi $E_i = E - \{e_1, e_2, \dots, e_i\}$. Jika e_{i+1} adalah *bridge* pada subgraf yang didapat dari G setelah menghapus sisi yang dimiliki E_i dari E , dan tidak ada pilihan lain yang bisa diambil, maka sisi tersebut dimasukkan ke dalam *trail* $T_i = v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 e_3 \dots e_i v_i e_{i+1}$. Jika tidak ada sisi lagi yang bisa dipilih maka proses berhenti.

- ii. setiap jalan harus dilewati tanpa kecuali, agar keberadaan sampah yang ada di setiap tempat sampah rumah warga dapat diketahui,
- iii. setiap jalan utama seperti jalan Bhisma, jalan Janaka, jalan Bratasena, jalan Dewi Kunti, jalan Destarata, dan jalan Pandu Raya memiliki TPS masing-masing sehingga petugas harus memeriksa juga setiap TPS tersebut,
- iv. semua pekerjaan diawali di jalan arteri bundaran Pandu Raya dan berakhir di tempat yang sama,
- v. diasumsikan bahwa total volume sampah tidak melebihi kapasitas dari truk sampah.

Model graf yang bisa dibuat dari kasus ini adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Digraf kasus Kayang.

Masalah tersebut terlebih dahulu diformulasikan menjadi masalah transportasi untuk mencari *path* ekstranya, maka diperoleh:

- (1) himpunan verteks $I = \{ 4, 5 \}$ dan $J = \{ 1, 6, 7 \}$,
- (2) didefinisikan x_{ij} untuk $i \in I$ dan $j \in J$: $x_{41}, x_{46}, x_{47}, x_{51}, x_{56}, x_{57}$
- (3) ditentukan c_{ij} dengan algoritme Dijkstra (Chartrand dan Oellermann 1993): sehingga diperoleh

$$c_{41} = 112, c_{46} = 95, c_{47} = 122, c_{51} = 55, c_{56} = 38, c_{57} = 65.$$

Formulasi masalah transportasinya adalah:

Minimumkan: $112 x_{41} + 95x_{46} + 122x_{47} + 55x_{51} + 38 x_{56} + 65 x_{57}$

dengan kendala:

$$x_{41} + x_{46} + x_{47} = 1$$

$$x_{51} + x_{56} + x_{57} = 2$$

$$x_{41} + x_{51} = 1$$

$$x_{46} + x_{56} = 1$$

$$x_{47} + x_{57} = 1$$

$$x_{41}, x_{46}, x_{47}, x_{51}, x_{56}, x_{57} \geq 0$$

Dengan LINGO 11.0 diperoleh solusi optimal:

$$x_{41} = 1, x_{46} = 0, x_{47} = 0, x_{51} = 0, x_{56} = 1, x_{57} = 1.$$

Dari solusi ini dapat ditarik kesimpulan bahwa *path* tambahan yang diperlukan adalah *path* 4-1, yaitu 4-5-6-1, *path* 5-6, dan *path* 5-7, yaitu 5-6-7, sehingga diperoleh digraf Kayang yang sudah balans seperti pada Gambar 3. Karena digraf balans, maka digraf tersebut merupakan digraf Euler. Solusi sirkuit Euler yang dihasilkan antara lain ialah

TATA CARA PENULISAN MAKALAH

JMA menerima makalah dalam bahasa Indonesia atau bahasa Inggris. Makalah dapat dikirim melalui pos (berupa 2 hard copy beserta disketnya) atau lewat email ke alamat berikut:

Redaksi JMA
Departemen Matematika
FMIPA – Institut Pertanian Bogor
Jln. Meranti, Kampus IPB Dramaga
Bogor
Phone/Fax: (0251) 8625276
Email: math@ipb.ac.id

Makalah yang orisinal berupa hasil penelitian matematika murni atau terapan mendapat prioritas utama untuk diterima. Tulisan yang bersifat review juga bisa diterima. Makalah akan diseleksi oleh redaksi, dan hasil seleksi akan diinformasikan.

Makalah ditulis dengan LATEX/TEX/MS-WORD dengan kualitas baik, format A4, tidak boleh bolak balik, spasi satu, font 12, margin kiri 4 cm, margin kanan 3 cm. Margin atas dan bawah 4 cm. Maksimum jumlah halaman 20 yang didalamnya termasuk tabel, ilustrasi, dan gambar.

Judul makalah dibuat singkat, jelas, dan merepresentasikan isi makalah. Nama penulis diletakkan di bawah judul, diikuti nama instansi (bila ada), dan alamat (termasuk email jika ada).

Abstrak diletakkan di bawah nama dan alamat penulis, ditulis tidak melebihi 250 kata, meringkas hasil yang diperoleh dan metode yang digunakan. Di bawah abstrak boleh diletakkan kata kunci. Kata kunci terdiri atas satu kata atau lebih yang merupakan istilah yang paling dominan digunakan dan merupakan istilah yang paling menentukan isi tulisan.

Acknowledgment/Ungkapan Terima Kasih ditulis pada akhir tulisan sebelum referensi.

Referensi/Daftar Pustaka diletakkan pada akhir tulisan setelah Ungkapan Terima Kasih, penulisan mengikuti pola pada contoh berikut ini dengan pengurutan naik didasarkan abjad huruf pertama pada nama belakang penulis pertama.

- [1] S. Guritman, F. Hooweg, and J. Simonis, "The Degree of Functions and Weights in Linear Codes," *Discrete Applied Mathematics*, vol.111, no. 1, pp. 87-102, 2001
- [2] J.H. van Lint, *Introduction to Coding Theory*, 2nd ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag, 1992.

Ilustrasi atau *Gambar* sedapat mungkin ditempatkan pada badan tulisan mengikuti apa yang diilustrasikan atau yang digambarkan. Jika itu tidak mungkin, boleh juga ditempatkan setelah referensi. Tidak ada ilustrasi atau gambar yang ditulis tangan.