5

19/9 - 2013

hal. 1115

# MATEMATIKA

**JURNAL MATEMATIKA ATAU PEMBELAJARANNYA**
ISSN: 0852-7792 Tahun VIII, Edisi Khusus, Juli 2002

## Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI
**Bagian II**

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XI DI MALANG

**Universitas Negeri Malang, 22-25 Juli 2002**

# MATEMATIKA

**Jurnal Matematika atau Pembelajarannya**

Terbit minimal sekali setahun (ISSN: 0852-7792) berisi tulisan ilmiah matematika sekolah (SD, SLTP, dan SMU), matematika perguruan tinggi (S1) dan pendidikan matematika (SD, SLTP, SMU dan S1) dalam bentuk: • temuan penelitian • pembelajaran matematika • pengalaman praktis • kajian kepustakaan • gagasan konseptual • klinik matematika atau • rekreasi matematika





**Alamat Penyunting dan Tata Usaha**: Jurusan Matematika FMIPA UNIVERSITAS NEGERI MALANG Jl. Gombong 3 Malang 65145 Gedung Matematika. Telepon (0341) 551312 psw. 257 atau (0341) 552182 (langsung). Email: ummat @indo.net.id. Fax. (0341) 562180.

**MATEMATIKA** diterbitkan oleh Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Malang. Dekan: Kadim Masjkur. Ketua Jurusan: Abadyo. Terbit pertama kali tahun 1995 dengan nama **FORMATH.**

Penyunting menerima sumbangan tulisan yang belum pernah diterbitkan dalam media cetak lain. Lebih lanjut baca Petunjuk bagi Penulis pada sampul belakang. Penyunting dapat melakukan perubahan pada tulisan yang dimuat untuk keseragaman format tanpa mengubah maksud dan isinya.

# MATEMATIKA

**JURNAL MATEMATIKA ATAU PEMBELAJARANNYA**
ISSN: 0852-7792 Tahun VIII, Edisi Khusus, Juli 2002

## Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI
## Bagian II

## STATISTIKA
## MATEMATIKA TERAPAN

**Berdasarkan Surat Keputusan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 69/DIKTI/Kep/2000 tanggal 21 Maret 2000 tentang *hasil Akreditasi Jurnal Ilmiah Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Tahun 1999/2000*, Jurnal Matematika telah terakreditasi sebagai jurnal ilmiah nasional.**

# KATA PENGANTAR

Jurnal MATEMATIKA merupakan jurnal ilmiah tentang matematika atau pembelajarannya yang diterbitkan oleh Jurusan Matematika FMIPA UM. Jurnal ini terbit secara berkala, minimal sekali dalam setahun. Penerbitan kali ini merupakan edisi khusus. Semua artikel yang dimuat dalam jurnal ini dipresentasikan pada Konferensi Nasional Matematika XI, yang diselenggarakan pada tanggal 22 – 25 Juli 2002, di Universitas negeri Malang (UM).

Edisi khusus ini terbagi menjadi 2 (dua) bagian. Bagian I meliputi bidang Aljabar, Analisis, Geometri, Kombinatorika, dan Pendidikan Matematika. Bagian II meliputi bidang Statistika dan Matematika Terapan. Semua artikel, kecuali artikel Pembicara Utama dan Pembicara Tamu, diseleksi oleh para penilai yang ahli di bidangnya. Jumlah artikel yang masuk ke panitia sebanyak 228 judul, dan setelah diseleksi ada 208 artikel yang dapat dimuat dalam prosiding.

Pada kesempatan in kami menyampaikan terimakasih kepada para anggota tim penilai, yaitu: Prof. Dr. Soeparna Darmawidjaja (UGM), Dr. Marjono (UNIBRAW), Sisworo, M.Si (UM),. Dr. Subiono (ITS), Dr. Edy Soewono (ITB), Dr. Iwan Pranoto (ITB), Dr. Widodo (UGM), Dr. Toto Nusantara (UM), Rustanto, M.Si (UM), Marsudi, M.Si (UNIBRAW), Prof. Dr. Susanti Linuwih (ITS), Swasono Raharjo, M.Si (UM), Abadyo M.Si (UM), Prof. Herman Hudojo, M.Ed (UM), Dr. Akbar Sutawidjaja (UM), Gatot Muhsetyo, M.Sc (UM), Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A (UM), M. Shohibul Kahfi, M.Pd (UM),Dr. Sri Wahyuni (UGM), Herry Susanto,M.Si (UM), Erry Hidayanto, M.Si (UM), Dr. Purwanto (UM), Dr. Ketut Budayasa (UNESA), Dr. Edy Tri Baskoro (ITB).

Atas kerja sama yang baik dan bantuan dari semua pihak dalam penerbitan jurnal MATEMATIKA edisi khusus ini, kami sampaikan terimakasih.

Ketua Penyunting,

Abdur Rahman As'ari

# DAFTAR ISI

**TERAPAN**

# BUKTI KETIADAAN BEBERAPA KODE LINEAR KUATERNER

**Sugi Guritman**

**Abstrak:** Dengan menggunakan program linear, di dalam artikel ini dibuktikan bahwa beberapa kode linear kuaterner *(quaternary linear codes)* dengan parameter tertentu tidak ada. Hal ini dicapai dengan menambahkan beberapa kendala baru pada program linear standar. Kendala-kendala itu diturunkan dari distribusi bobot kode biner Reed-Muller berorder rendah.

**Kata kunci:** kode linear optimal, kode kuaterner, kode Reed-Muller.

Misalkan $\mathbb{F}_q^n$ menyatakan ruang vektor beranggotakan rangkai-$n$ terurut atas lapangan berhingga $\mathbb{F}_q$. Suatu *kode linear* dengan panjang $n$ atas $\mathbb{F}_q$ adalah suatu subruang $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$. Jika $C$ mempunyai dimensi $k$ and jarak minimum $d$, $C$ adalah kode yang disimbolkan dengan $[n,k,d]_q$. Masalah utama di dalam aljabar teori pengkodean *(coding theory)* adalah mengoptimalkan salah satu diantara ketiga parameter $n$, $k$, and $d$ apabila diberikan dua yang lainnya. Walaupun masalah optimisasi ini tidak mungkin diselesaikan dengan cara yang paling umum, namun sejauh ini telah banyak hasil yang dicapai dengan solusi parsial tahap demi tahap. Hasil-hasil ini dirangkum dalam suatu tabel yang disebut *tabel Brouwer*. Tabel ini selalu diperbarui dan informasi terbaru dapat diakses secara *on line* di [4]. Dari tabel Brouwer juga dapat diketahui secara nyata bahwa semakin besar $q$, hasil yang dicapai saat ini semakin sedikit.

Dalam artikel ini perhatian akan dicurahkan khusus untuk kasus kode linear quaterner ($q = 4$) yang pada kenyataannya kurang banyak disentuh dibandingkan dengan kode terner ($q = 3$) apalagi biner ($q = 2$). Beberapa hasil sebelumnya yang cukup signifikan untuk kasus quaterner dapat ditemukan di [5], [6], dan [8].

Sembarang tiga parameter dari suatu kode yang bisa dibuktikan bahwa kode itu tidak ada, akan menghasilkan batasan (*bound*) baru untuk suatu kode optimal. Metode yang paling sukses dalam membuktikan ketiadaan suatu kode sejauh ini adalah *program linear*. Berikut ini adalah gambaran ringkas gagasan dasar metode itu dari Delsarte [7].

Suatu *dual* $C^\perp$ dari kode $C$ berparameter $[n,k,d]_q$ adalah ortogonal dari $C$ terhadap produk dalam standar di dalam ruang vektor $\mathbb{F}_q^n$. Misalkan $A_i(C)$ dan $B_i(C)$ menyatakan banyaknya katakode berbobot $i$ di dalam $C$ dan $C^\perp$, secara berurutan. Karena $C$ linear, jelas bahwa $A_0(C) = B_0(C) = 1$. Untuk $i$ yang lainnya memenuhi kendala-kendala berikut:

$$\left\{\begin{array}{rcll} A_i(C) & \geq & 0 & (1 \leq i \leq n), \\ B_i(C) & \geq & 0 & (1 \leq i \leq n), \\ A_i(C) & = & 0 & (1 \leq i \leq d-1), \\ q^k B_i & = & \sum_{j=1}^{n} K_i(j) A_j + \binom{n}{i} & (1 \leq i \leq n). \end{array}\right. \qquad (1)$$

*Sugi Guritman adalah dosen Jurusan Matematika FMIPA Institut Pertanian Bogor, Jalan Raya Pajajaran Bogor 16144, e-mail: guritman@indo.net.id.*

Persamaan terakhir dalam sistem (1) disebut identitas-identitas MacWilliams, lihat [11]. Ide dasarnya adalah kode $C$ *tidak ada* jika program linear (1) *tak-fisibel.* Tentu saja penambahan kendala-kendala baru akan mempertajam hasilnya.

Seksi 2 mengahadirkan kendala-kendala standar yang akan ditambahkan ke program linear utama (1), dan hasil penambahan ini dinamakan *program linear standar (PLS).* Pada Seksi 3 ditunjukkan bahwa jumlah-jumlah bobot tertentu di dalam $C$ merupakan bobot-bobot di dalam kode biner Reed-Muller berorder rendah. Hubungan itu akan menghasilkan kendala-kendala baru yang bisa digunakan untuk memperkuat PLS. Seksi terakhir berkenaan dengan eksploitasi teorama dari Hill dan Lizak yang pada kenyataannya dapat menunjang hasil yang dicapai pada Seksi 3 untuk pembuktian ketiadaan suatu kode linear kuaterner berparameter tertentu.

## PROGRAM LINEAR STANDAR

Pada seksi ini diberikan beberapa kendala standar yang akan ditambahkan ke program linear utama (1) untuk membentuk PLS. Keterangan lebih rinci me- ngacu pada [8]. Satu contoh aplikasi PLS dalam pembuktian ketiadaan suatu kode diberikan pada akhir seksi ini.

**Definisi 1** *Misalkan $C$ adalah suatu kode dengan parameter $[n,k,d]_4$ dan misalkan* $\mathbf{c} \in C$ *adalah suatu katakode berbobot $w$.* **Kode residual** *dari $C$ terhadap* $\mathbf{c}$, *dinotasikan* $\mathrm{Res}(C;w)$, *didefinisikan sebagai suatu subkode dari $C$ yang diperoleh dengan menghapus koordinat-koordinat tak-nol dari* $\mathbf{c}$.

**Proposisi 1** *Jika $C$ adalah kode-$[n,k,d]_4$ dengan $d > \frac{3w}{4}$, maka $Res(C;w)$ mempunyai parameter $[n-w, k-1, \geq (d - \lfloor \frac{3w}{4} \rfloor)]_4$ dengan $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang atau sama dengan $x$.*

Aplikasi dari Proposisi 1 adalah sebagai berikut. Jika kita mengetahui – suatu contoh dari tabel Brouwer – bahwa kode dengan parameter $[n-w, k-1, \geq (d - \lfloor \frac{3w}{4} \rfloor)]_4$ tidak ada, maka kita simpulkan bahwa $A_w(C) = 0$.

**Proposisi 2** *Adanya kode $C$ dengan parameter $[n,k,d]_4$ dan mempunyai jarak dual $d^\perp$ berimplikasi adanya suatu kode berparameter $[n \;\; d^\perp, k - d^\perp + 1, d]_4$.*

Jadi jika tidak ada kode yang mempunyai parameter $[n-i, k-i+1, d]_4$, untuk $i = 1, 2, \ldots, \alpha$, maka jarak dual dari sembarang kode-$[n,k,d]_4$ paling sedikit $(\alpha + 1)$. Proposisi berikut memberi jaminan bahwa katakode-katakode dengan bobot besar dapat dapat direduksi.

**Proposisi 3** *Misalkan $C$ adalah suatu kode-$[n,k,d]_4$, maka:*

1. *$A_i(C) = 0$ atau 3 untuk $i > (4n - 3d)/2$,*
2. *Jika $A_i(C) > 0$, maka $A_j(C) = 0$ untuk $j > 4n - 3d - i$ dan $i \neq j$.*

**Example 2** *Tidak ada kode yang mempunyai parameter* $[94, 6, 68]_4$.

**Proof.** Andaikan $C$ adalah suatu kode-$[94,6,68]_4$. Dari (1) jelas bahwa semua bobot tak-nol dari $C$ berada dalam himpunan $\{i/i = 0 \vee 68 \leq i \leq 94\}$. Argumen kode residual (Proposisi 1) dengan menggunakan tabel Brouwer berimplikasi bahwa semua bobot tak-nol dari $C$ berada dalam himpunan

$$\{0, 68, 70, 71, 72, 80, 83, 84, 88, 91, 92, 93, 94\}.$$

Lagi, tabel Brouwer juga menunjukkan bahwa tidak ada kode dengan parameter $[93, 6, 68]_4$, $[92, 5, 68]_4$, dan $[91, 4, 68]_4$. Akibatnya, dengan Proposisi 2, kita simpulkan bahwa jarak dual dari $C$ adalah $\geq 4$. Program linear (1) ditambahkan de- ngan beberapa kendala tersebut serta Proposisi 3, menghasilkan perhitungan yang tak-fisibel. Perhitungan dilakukan dengan program aplikasi MAPLE. ∎

## KENDALA DARI CELA-CELA DI DALAM KODE REED-MULLER

Gagasan yang menggarisbawahi seksi ini telah digambarkan secara umum dalam [14] dan [9]. Sedangkan gagasan awalnya berasal dari paper [3].

Perhatikan fungsi-fungsi $\varphi_1, \varphi_2 : \mathbb{F}_4^n \to \mathbb{F}_4$ yang didefinisikan dengan

$$\varphi_1(\mathbf{x}) := \sum_{i=1}^{n} x_i^3, \quad \varphi_2(\mathbf{x}) := \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i^3 x_j^3.$$

Pertama kali kita catat bahwa fungsi-fungsi ini hanya bernilai 0 atau 1, dan nilainya tidak tergantung dengan bobotnya. Kenyataannya, jika $\mathrm{wt}(\mathbf{x}) = w$, maka $\varphi_1(\mathbf{x}) = w \bmod 2$ dan $\varphi_2(\mathbf{x}) = \binom{w}{2} \bmod 2$. Untuk selanjutnya dapat dipandang bahwa $\mathbb{F}_4^n$ sebagai ruang vektor biner berdimensi $2n$. Derajat biner dari $\varphi_1$, $\varphi_2$ adalah derajat dari representasi polinomial mereka terhadap sembarang sistem koordinat biner. Dalam hal ini $\deg \varphi_1 = 2$ dan $\deg \varphi_2 = 4$. Sesungguhnya, fungsi $\mathbb{F}_4 \to \mathbb{F}_4$, $x \mapsto x^2$, adalah $\mathbb{F}_2$-linear, dan $x^3 = x \cdot x^2$ adalah produk dari dua fungsi $\mathbb{F}_2$-linear.

Sekarang misalkan $C$ adalah suatu kode linear quaterner dengan panjang $n$ dan berdimensi $k$. Jadi $C$ dapat dipandang sebagai subruang biner dari $\mathbb{F}_4^n$ berdimensi $2k$. Kemudian perhatikan restriksi $\psi_1 := \varphi_1|_C$, $\psi_2 := \varphi_2|_C$. Karena $\deg \psi_1 \leq \deg \varphi_1 = 2$, $\deg \psi_2 \leq \deg \varphi_2 = 4$, maka *support* dari $\psi_1$ adalah suatu katakode di dalam kode biner Reed-Muller $\mathcal{R}(2, C) = \mathcal{R}(2, 2k)$ mempunyai order 2 dan *support* dari $\psi_2$ adalah suatu kata kode di dalam $\mathcal{R}(4, C) = \mathcal{R}(4, 2k)$.

Fakta bahwa distribusi bobot dari kode biner Reed-Muller mengandung cela-cela, dan cela-cela ini semakin besar jika ordernya semakin kecil. Kita rangkum fakta itu dalam proposisi berikut; bukti dapat ditemukan di dalam referensi masing-masing pernyataan.

**Proposisi 4** *Misalkan $\mathcal{R}_2(r, m)$ adalah kode biner Reed-Muller berorder $r$ mempunyai panjang $2^m$, dengan $r \geq 1$, dan misalkan $w$ adalah suatu bobot tak-nol di dalam $\mathcal{R}_2(r, m)$. Kemudian kita definisikan*

$$\alpha \ : \ = \min\{m - r, r\} \text{ dan}$$
$$\beta \ : \ = \lfloor \tfrac{1}{2}(m - r + 2) \rfloor.$$

*Maka:*

1. *$w$ dapat dibagi oleh $2^{\lfloor \frac{m-1}{r} \rfloor}$. (Ref. [2])*
2. *$w \geq 2^{m-r}$. (Ref. [1])*
3. *Jika $2^{m-r} \leq w < 2^{m-r+1}$, maka $w = 2^{m-r+1} - 2^{m-r+1-t}$, untuk $1 \leq t \leq \max\{\alpha, \beta\}$. (Ref. [12] pp. 446)*
4. *Jika $r = 2$, maka $w = 2^{m-1}$ atau $w = 2^{m-1} \pm 2^{m-1-j}$ $(0 \leq j \leq \frac{m}{2})$. (Ref. [13])*

Kita alihkan perhatian pada *ukuran support* dari $\psi_1$, $\psi_2$ dan $\psi_1 + \psi_2$. Dengan mudah dapat kita amati bahwa mereka itu merupakan ekspresi yang mengandung distribusi bobot dari $C$ sebagai berikut.

$$|\mathrm{supp}\, \psi_1| = A^{(1,3)}, \ |\mathrm{supp}\, \psi_2| = A^{(2,3)}, \ |\mathrm{supp}(\psi_2 + \psi_1)| = A^{(1,2)},$$

dimana $A^{(a,b)}$ adalah penulisan singkat untuk $\sum_{i\equiv a \text{ atau } b (\text{mod } 4)} A_i(\mathcal{C})$. Jadi Proposisi 4 menghasilkan kendala-kendala untuk distribusi bobot dari $\mathcal{C}$. Kendala-kendala ini diperkuat dengan kenyataan bahwa di dalam kode kuaterner $A^{(1,3)}$, $A^{(2,3)}$ dan $A^{(1,2)}$ dapat dibagi oleh 3, sedangkan komplemennya, yaitu $A^{(0,2)}$, $A^{(0,1)}$ and $A^{(0,3)}$, adalah kongruen ke 1 modulo 3. Semua uraian di atas dapat dirangkum di dalam Teorema 3 and Teorema 5 berikut sebagai hasil dari seksi ini.

**Teorema 3** *Jika $\mathcal{C}$ adalah kode linear kuaterner berdimensi $k$, maka $A^{(1,3)} = \sum_{i \text{ ganjil}} A_i(\mathcal{C})$ adalah suatu bobot di dalam kode Reed-Muller $\mathcal{R}_2(2,2k)$ yang dapat dibagi oleh 3. Jadi $\sum_{i\equiv 1 \text{ atau } 3 (\text{mod } 4)} A_i(\mathcal{C})$ berada di dalam himpunan*

$$\{2^{2k-1} + 2^{2k-2j}\ (1 \leq j \leq \lceil \frac{k}{2} \rceil),\ 2^{2k-1} - 2^{2k-1-2j}\ (0 \leq j \leq \lfloor \frac{k}{2} \rfloor)\}.$$

Suatu contoh penerapan Teorema 3 untuk pembuktian ketiadaan suatu kode kuaterner diberikan berikut ini.

**Example 4** *Tidak ada kode yang mempunyai parameter* $[57, 8, 38]_4$.

**Proof.** Andaikan $\mathcal{C}$ adalah suatu kode-$[57, 8, 38]_4$. Kita ikuti langkah-langkah pada Contoh 2 sehingga diperoleh jarak dual dari $\mathcal{C}$ adalah $\geq 6$. Dari penerapan PLS untuk mengotimisasikan $A^{(1,3)}$, diperoleh bahwa $6651 \leq A^{(1,3)} \leq 20231$. Ini kotradiksi dengan Teorema 3. ∎

**Teorema 5** *Misalkan $\omega$ menotasikan $A^{(1,2)}$ atau $A^{(2,3)}$, dan $\varpi$ menotasikan $A^{(0,3)}$ atau $A^{(0,1)}$. Maka $\omega$ dan $\varpi$ memenuhi kondisi berikut untuk suatu $t$ dalam interval $0 \leq t \leq \max\{\alpha, \beta\}$ dimana $\alpha = \min\{2k-4, 4\}$ dan $\beta = k-1$.*

1. *Jika $\varpi < 2^{2k-3}$, maka $\varpi$ dapat dibagi 3 dan*
$$\varpi = 2^{2k-3} - 2^{2k-3-t}$$
2. *Jika $\overline{\varpi} < 2^{2k-3}$, maka $\overline{\varpi}$ kongruen ke 1 modulo 3 dan*
$$\overline{\varpi} = 2^{2k-3} - 2^{2k-3-t}$$
3. *Jika $\varpi > 2^{2k} - 2^{2k-3}$, maka $\varpi$ kongruen ke 1 modulo 3 dan*
$$\varpi = 2^{2k} - 2^{2k-3} + 2^{2k-3-t}$$
4. *Jika $\overline{\varpi} > 2^{2k} - 2^{2k-3}$, maka $\overline{\varpi}$ dapat dibagi 3 dan*
$$\overline{\varpi} = 2^{2k} - 2^{2k-3} + 2^{2k-3-t}$$
5. *Jika $2^{2k-3} \leq \varpi \leq 2^{2k} - 2^{2k-3}$, maka $\varpi$ dapat dibagi $2^{\lfloor \frac{2k-1}{4} \rfloor}$ dan 3.*
6. *Jika $2^{2k-3} \leq \overline{\varpi} \leq 2^{2k} - 2^{2k-3}$, maka $\overline{\varpi}$ dapat dibagi $2^{\lfloor \frac{2k-1}{4} \rfloor}$ dan kongruen ke 1 modulo 3.*

**Example 6** *Tidak ada kode yang mempunyai parameter* $[78, 9, 53]_4$.

**Proof.** Andaikan $\mathcal{C}$ adalah kode-$[78, 9, 53]_4$. Pengoptimuman $A^{(1,3)}$ pada pe- nerapan PLS menghasilkan $77263 \leq A^{(1,3)} \leq 129839$. Oleh Teorema 3 hasil ini diperbaiki menjadi $98304 \leq A^{(1,3)} \leq 129024$. Tambahkan interval terakhir itu pada penerapan PLS sebagai kendala baru untuk mengoptimumkan $A^{(2,3)}$. Kita dapatkan $6331 \leq A^{(2,3)} \leq 22598$, dan ini bertentangan dengan Teorema 5. ∎

## PENAMBAHAN SATU BIT CEK PARITAS

Pada tahun 1995, Hill dan Lizak mengemukakan suatu hasil dalam teorema berikut.

**Teorema 7** *([10]) Jika $C$ adalah suatu kode $[n,k,d]_q$ dengan $\gcd(d,q) = 1$ dan semua bobotnya kongruen ke 0 atau $d$ modulo $q$, maka $C$ dapat diperpanjang satu bit ke kode $[n+1,k,d+1]_q$.*

Bukti teorema tersebut didasarkan pada dua lema berikut ini.

**Lema 8** *([12], pp. 581-583) Misalkan $C$ adalah suatu kode-$[n,k,d]$ atas lapangan $\mathbb{F}_q$. Jika $C$ mempunyai subkode $C_0$ berdimensi 1 dengan jarak minimum $> d$, maka $C$ dapat diperpanjang satu bit menjadi kode-$[n+1,k,d+1]$.*

**Lema 9** *Misalkan $C$ adalah kode-$[n,k,d]_q$ dengan $\gcd(d,q) = 1$, dan misalkan $s$ adalah suatu intejer sedemikian sehingga semua bobot di dalam $C$ kongruen ke 0 atau $s \bmod q$. Maka $\{\mathbf{c} \in C \mid \mathrm{wt}(\mathbf{c}) \equiv 0 (\mathrm{mod}\ q)\}$ adalah subkode dari $C$ dan memiliki dimensi $\geq k-1$.*

Sebagai hasil sampingan, ternyata Lema 9 juga dapat digunakan untuk memperkuat kendala PLS dalam pembuktian ketiadaan suatu kode linear kuaterner.

**Example 10** *Tidak ada kode yang mempunyai parameter $[54,8,36]_4$.*

**Proof.** Andaikan $C$ adalah kode-$[54,8,36]_4$. Pengoptimuman $A^{(1,3)}$ pada pe- nerapan PLS menghasilkan $18672 \leq A^{(1,3)} \leq 47882$. Teorema 3 menyebabkan

$$A^{(1,3)} \in \{24576, 30720, 32256, 32640, 33024, 33792, 36864\}. \quad (2)$$

Gunakan (2) untuk mengoptimumkan $A^{(2,3)}$ pada penerapan PLS, dan hasilnya adalah $23982 \leq A^{(2,3)} \leq 42255$. Giliran Teorema 5 memperbaiki hasil itu menjadi $24000 \leq A^{(2,3)} \leq 42240$. Sekarang beralih ke $A^{(1,2)}$. Penerapan PLS dan Teorema 5 memberikan $A^{(1,2)} = 0$ atau 6144. Jika $A^{(1,2)} = 6144$, pengoptimuman $A^{(1,3)}$ menghasilkan $34110 \leq A^{(1,3)} \leq 35615$, ini mengingkari Teorema 3. Oleh karena itu $A^{(1,2)} = 0$, dan ini berarti semua bobot di dalam $C$ kongruen ke 0 atau 3 modulo 4. Sekarang kita terapkan Lema 9. Kardinalitas dari $\{\mathbf{c} \in C \mid \mathrm{wt}(\mathbf{c}) \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\ 4)\}$ adalah $4^7$ atau $4^8$. Akibatnya, $A^{(1,3)} = 4^8 - 4^7 = 49152$ atau $A^{(1,3)} = 0$. Akhirnya hasil ini bertentangan dengan (2). ∎

Teorema terakhir pada tulisan ini adalah hasil sedikit modifikasi Teorema 7.

**Teorema 11** *[15]Misalkan $C$ adalah suatu kode-$[n,k,d]_q$ atas suatu lapangan ber- karakteristik $p$. Jika $d \not\equiv 0 \bmod p$ dan $\sum_{i \not\equiv u(p)} A_i(C) = q^{k-1}$ untuk suatu $u \in \{1,2,\ldots,p-1\}$, maka $C$ dapat diperpanjang menjadi $[n+1,k,d+1]_q$-code.*

Bukti Teorema 11 adalah penerapan langsung dari Proposisi 3 dalam [15] dan Lema 8.

**Example 12** *Tidak ada kode yang mempunyai parameter $[86,5,63]_4$.*

**Proof.** Andaikan $C$ adalah kode-$[86,5;63]_4$. Penerapan PLS untuk pengoptimuman $A^{(1,3)}$ dan Teorema 3 memberikan $A^{(1,3)} \in \{480, 528, 576, 768\}$. Andaikan $480 \leq A^{(1,3)} \leq 576$. Maka dengan kendala ini menghasilkan $0 \leq A^{(1,2)} \leq 68$ pada pengoptimuman $A^{(1,2)}$, dan Teorema 5 mengubahnya menjadi $A^{(1,2)} = 0$. Akibatnya $C$ akan memenuhi kondisi Teorema 7, dan artinya kode-$[87,5,64]_4$ harus ada. Tetapi tabel Brouwer menunjukkan bahwa tidak ada kode-$[87,5,64]_4$. Kesimpulannya $A^{(1,3)} = 768 = 4^5 - 4^{5-1}$, dan sehingga Teorema 11 dapat diterapkan. Lagi, kode-$[87,5,64]_4$ harus ada, suatu kontradiksi. ∎

**Catatan:** *Semua kode yang dibuktikan tidak ada pada semua contoh di dalam tulisan ini sebelumnya adalah problem terbuka. Tercatat pada pemeriksaan tabel Brouwer (on line) pada tanggal 17 Pebruari 2000.*

## DAFTAR RUJUKAN


[1] Assmus Jr., E.F. and Key, J.D. 1992. Designs and Their Codes. Cambridge Tracts in Mathematics, *Cambridge University Press, Cambridge*, vol. **103**, x+352, ISBN: 0-521-41361-3.

[2] Ax, J. 1964. Zeroes of Polynomials over Finite Fields. *Amer. J. Math.*, vol. **86**, pp. 255–261.

[3] Brouwer, A.E. 1993. The Linear Programming Bound for Binary Linear Codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **39**, pp. 677–680.

[4] Brouwer, A.E. 1998. *Bounds on the Size of Linear Codes*, in: V.Pless and W. C. Huffman, eds, Handbook of Coding theory, Elsevier, pp. 295–461. Online version: http://www.win.tue.nl/math/dw/voorlincod.html.

[5] Daskalov, R.N. 1992. The Linear Programming Bound for Quaternary Linear Codes. *Proc. Fourth Int. Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory*, Novgorod, Russia, pp. 74-77.

[6] Daskalov, R.N. and Metodieva, E. 1995. The Nonexistence of Some Five-Dimensional Quaternary Linear Codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **41**, pp. 581–583.

[7] Delsarte, P. 1973. An Algebraic Approach to the Association Schemes of Coding Theory. *Philips Res. Rep.* Suppl. **10**.

[8] Greenough, P. and Hill, R. 1994. Optimal Linear Codes over $GF(4)$, *Discrete Math.*, vol. **125**, pp. 187-199.

[9] Guritman, S., Hoogweg, F., and Simonis, J. 2001. The Degree of Functions and Weights in Linear Codes. *Discrete Appl. Math.*, vol **111**, pp. 87-102.

[10] Hill, R. and Lizak, P. 1995. Extensions of Linear Codes. *Proc. International Symposium on Inform. Theory*, Whistler, Canada, pp. 345.

[11] MacWilliams, F.J. 1963. A Theorem on the Distribution of Weights in a Systematic Code. *Bell System Tech. J.*, vol. **42**, pp. 79-94.

[12] MacWilliams, F.J. and Sloane, N.J.A. 1983. *The Theory of Error-Correcting Codes*, North-Holland, Amsterdam.

[13] McEliece, R.J. 1969. Quadratic Forms over Finite Fields and Second-Order Reed-Muller Codes. *JPL Space Programs Summary*, 37-58-III, pp. 28–33.

[14] Simonis, J. 1994. Restrictions on the Weight Distribution of Binary Linear Codes Imposed by the Structure of Reed-Muller Codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **40**, pp. 194–196.

[15] Simonis, J. 2000. Extensions of Linear Codes, *The proceedings of Seventh International Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory (ACCT 2000)*, pp. 279-282, Bansko-Bulgaria, June 18-24.

## PETUNJUK BAGI PENULIS

1. Naskah belum pernah diterbitkan dalam media cetak lain, diketik dengan spasi rangkap pada kertas kuarto, panjang 10-20 halaman dan diserahkan paling lambat 3 bulan sebelum penerbitan dalam bentuk ketikan di atas kertas kuarto sebanyak 2 eksemplar dan pada disket, diketik dengan menggunakan pengolah kata *MS Word*. Naskah yang masuk dievaluasi oleh Penyunting Ahli dan atau Pakar.

2. Artikel yang dimuat dalam artikel ini meliputi tulisan tentang matematika sekolah (SD, SLTP, dan SMU) matematika perguruan tinggi (S1), dan pendidikan matematika (SD, SLTP, SMU, dan S1) dalam bentuk: • temuan penelitian • pembelajaran matematika • pengalaman praktis • kajian kepustakaan • gagasan konseptual • klinik matematika, atau • rekreasi matematika.

3. Semua karangan ditulis dalam bentuk esai, disertai judul sub bab (heading) masing-masing bagian, kecuali bagian pendahuluan yang disajikan tanpa judul sub bab. Peringkat judul sub bab dinyatakan dengan jenis huruf yang berbeda (semua huruf dicetak tebal/bold), jika diketik dengan komputer), cetak miring, dan letaknya pada tepi kiri halaman, dan bukan dengan angka, sebagai berikut.
   PERINGKAT 1 (huruf besar semua tebal rata dengan tepi kiri)
   Peringkat 2 (huruf besar-kecil tebal rata dengan tepi kiri)
   Peringkat 3 (huruf besar-kecil miring rata dengan tepi kiri)

4. Setiap karangan harus disertai (a) abstrak (50-100 kata), (b) kata-kata kunci, (c) identitas pengarang (tanpa gelar akademik), (d) pendahuluan (tanpa judul sub bab) yang berisi latar belakang dan tujuan atau ruang lingkup tulisan dan (e) daftar rujukan. Hasil penelitian disajikan dengan sistimatika berikut. (a) judul, (b) nama pengarang, (c) abstrak, (d) kata-kata kuci, (e) pendahuluan (tanpa judul sub bab) yang berisi pembahasan kepustakaan dan tujuan penelitian, (f) metode penelitian, (g) hasil, (h) pemabahasan, (i) kesimpulan dan saran, dan (j) daftar rujukan.

5. Daftar rujukan disajikan mengikuti tatacara seperti contoh berikut dan diurutkan secara alfabetis dan kronologis.
   As'ari A. 1994. *Mencari sistem residu tereduksi modulo grup siklik.* MIPA 23(2): 149-157.
   Kahfi, M.S. 1991. *Geometri Transformasi I.* Malang: Proyek OPF IKIP MALANG. 1991.

6. Contoh naskah cetak dibaca oleh penulis.

7. Tatacara penyajian kutipan, rujukan, tabel, dan gambar mengikuti ketentuan dalam *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah: Skripsi, Tesis, Disertasi, Artikel, Makalah, dan Laporan Penelitian* (UNIVERSITAS NEGERI MALANG, 2000). Naskah diketik dengan memperhatikan aturan tentang penggunaan tanda baca dan ejaan yang dimuat dalam *Pedoman Umum Ejaan Bahasa Indonesia yang Disempurnakan* (Depdikbud, 1987).