

# PEMODELAN MATEMATIS DISTRIBUSI SUHU TIGA DIMENSI PADA PROSES PEMBUATAN TABLET EFFERVESSEN SARI BUAH <sup>1</sup>

Ansar <sup>2</sup>, Budi Rahardjo <sup>3</sup>, Zuheid Noor <sup>3</sup> dan Rochmadi <sup>4</sup>

## ABSTRAK

Pembuatan tablet effervescent dilakukan dengan memampatkan butiran-butiran di dalam cetakan. Akibat pemampatan tersebut, terjadi gesekan di titik singgung permukaan butiran, sehingga timbul panas. Tujuan penelitian ini adalah membuat model matematis untuk memprediksi kenaikan suhu di titik singgung permukaan butiran berbentuk bola selama pengepresan pada pembuatan tablet effervescent sari buah. Bahan yang digunakan adalah granula markisa, aspartam, polietilen glikol, asam sitrat, dan natrium bikarbonat. Variabel yang diamati adalah distribusi suhu pada butiran selama pengepresan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa terjadi kenaikan suhu di permukaan butiran dari 28,5°C menjadi 49°C. Pada kondisi ini, penyusun tablet yaitu asam sitrat yang memiliki suhu Tg paling rendah (31°C) diduga telah mengalami pelelehan lebih awal, sehingga dapat berfungsi sebagai bahan perekat. Suhu di permukaan akan terdistribusi secara konduksi ke seluruh bagian butiran. Distribusi suhu pada 6 posisi tempat terjadinya gesekan memiliki profil yang sama karena bentuknya simetris.

Kata kunci: *model matematis, distribusi suhu, tablet effervescent*

---

<sup>1</sup> Disampaikan dalam Gelar Teknologi dan Seminar Nasional Teknik Pertanian 2008 di Jurusan Teknik Pertanian Fakultas Teknologi Pertanian UGM, Yogyakarta 18-19 November 2008

<sup>2</sup> Dosen di Fakultas Pertanian UNRAM, Mataram

<sup>3</sup> Dosen di Fakultas Teknologi Pertanian UGM, Yogyakarta

<sup>4</sup> Dosen di Fakultas Teknik UGM, Yogyakarta

## A. PENDAHULUAN

Penggunaan model matematis untuk menyelesaikan permasalahan keteknikan (*engineering problem*) sudah lama dikenal dan akhir-akhir ini penggunaannya semakin luas. Hal ini disebabkan oleh tersedianya komputer yang semakin canggih dengan harga terjangkau. Dengan menggunakan program komputer, hitungan-hitungan yang dahulu dianggap tidak *feasible*, sekarang menjadi *feasible*. Sehingga cukup beralasan apabila dalam bidang keteknikan, model matematis dianggap sebagai bahasa (*language*). Banyak sekali peristiwa yang dapat didekati atau diekspresikan dengan model matematis (Sediawan dan Prasetya, 1997).

Untuk menjelaskan peristiwa yang sebenarnya menggunakan model matematis, selain diperlukan penguasaan konsep-konsep matematika, juga diperlukan kemampuan berimajinasi dan kemampuan menyederhanakan asumsi-asumsi terhadap kejadian yang sesungguhnya. Dengan adanya asumsi-asumsi tersebut, maka model matematis tidak bersifat satu jawaban, tetapi bersifat *open-ended*. Jawaban yang akan dicari adalah jawaban yang cukup dekat dengan peristiwa sebenarnya.

Penyelesaian model matematis, pada umumnya dapat ditempuh dua tahapan. *Pertama*, penyusunan persamaan-persamaan matematika yang bisa mendekati proses yang ditinjau, dan *Kedua*, metode penyelesaiannya dapat ditempuh dengan cara analitis atau pendekatan numerik. Pendekatan numerik dapat diselesaikan dengan berbagai cara, antara lain dengan metode beda hingga (*finite difference methods*).

Distribusi suhu di dalam butiran selama pengepresan pada pembuatan tablet effervescent sari buah tidak dapat diamati secara langsung karena ukurannya yang sangat kecil. Hal ini hanya bisa diprediksi dengan menggunakan model matematis. Pemodelan secara matematis dapat menghasilkan data yang valid dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah (Gunn dkk., 1987, Freiwald, 1992, Hastuti dkk., 2001).

Berdasarkan referensi yang ada, belum ditemukan penelitian yang telah mengungkap tentang distribusi suhu dari permukaan butiran yang mengalami gesekan pada pembuatan tablet effervescent. Sementara salah satu penyebab terjadinya perekatan antar butiran tablet adalah adanya bahan yang meleleh di permukaan butiran akibat kenaikan suhu pada saat pengepresan. Karena hal ini sulit diukur secara langsung, maka digunakan pendekatan model matematis untuk memprediksi kenaikan suhu tersebut.

Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk memprediksi distribusi suhu pada butiran berbentuk bola selama pengepresan pada pembuatan tablet effervescent sari buah. Tujuan ini dapat tercapai melalui pengembangan model matematis untuk mengestimasi distribusi suhu pada butiran selama pentabletan.

## B. METODE PENELITIAN

### 1. Pengembangan Model Matematis

Pengembangan model matematis untuk memprediksi distribusi suhu pada butiran disusun berdasarkan asumsi-asumsi sebagai berikut:

- Tablet terdiri dari partikel-partikel padat berbentuk bola dan berukuran seragam.
- Campuran bahan bersifat homogen.
- Panas jenis, densitas, dan konduktivitas bahan tetap, tidak merupakan fungsi suhu.
- Tidak terjadi perubahan bentuk dan volume butiran akibat adanya tekanan.
- Tidak terjadi perpindahan massa.
- Suhu awal butiran seragam dan sama dengan suhu lingkungan.
- Energi panas hanya berasal dari gesekan antar titik singgung butiran.

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut di atas, neraca panas disusun pada elemen volum seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 1 yang dapat ditulis dalam bentuk persamaan:

$$q_r A_r|_r + q_\theta A_\theta|_\theta + q_\phi A_\phi|_\phi - (q_r A_r|_{r+\Delta r} + q_\theta A_\theta|_{\theta+\Delta\theta} + q_\phi A_\phi|_{\phi+\Delta\phi}) = \Delta V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

dengan,  $A_r = r^2 \sin \theta \Delta \theta \Delta \phi$ ,  $A_\theta = r \sin \theta \Delta r \Delta \phi$ ,  $A_\phi = r \Delta r \Delta \theta$ , dan  $\Delta V = r^2 \sin \theta \Delta r \Delta \theta \Delta \phi$ . Laju aliran panas yang masuk pada elemen volum arah sumbu jari-jari (r) adalah:

$$q_r = -k \cdot A_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2)$$

Laju aliran panas yang masuk pada elemen volum arah vertikal ( $\theta$ ) adalah:

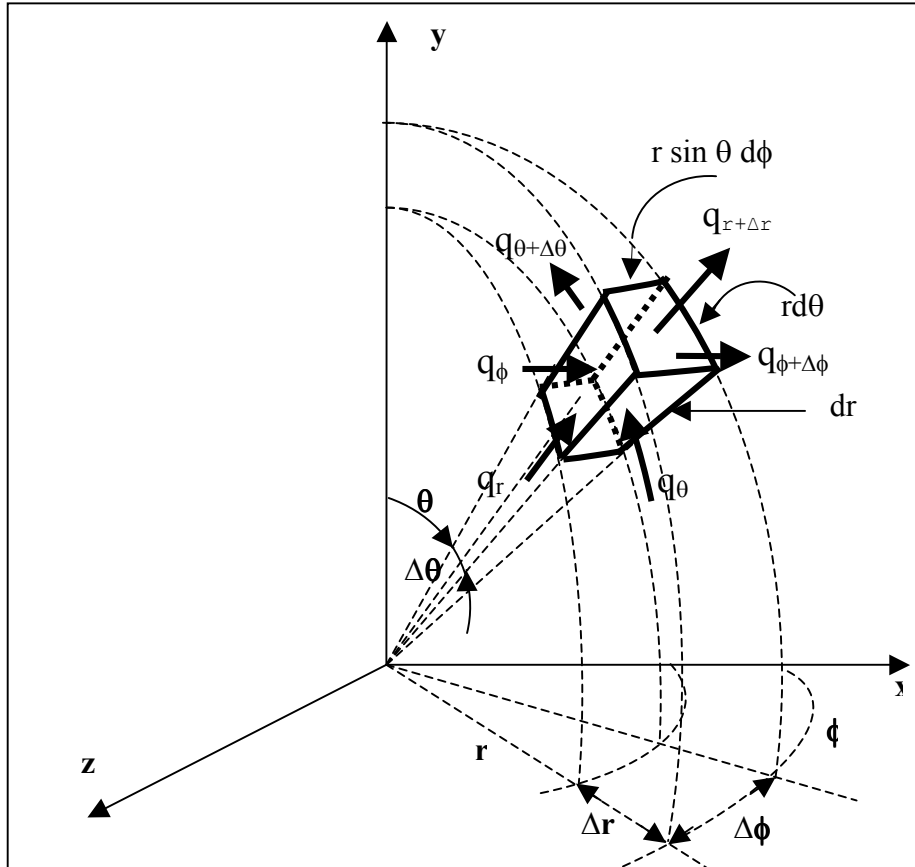
$$q_\theta = -k \cdot \frac{1}{r} \cdot A_\theta \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (3)$$

Laju aliran panas yang masuk pada elemen volum arah horisontal ( $\phi$ ) adalah:

$$q_\phi = -k \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \cdot A_\phi \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (4)$$

Hasil substitusi persamaan (2), (3), dan (4) ke dalam persamaan (1), akan diperoleh persamaan:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$



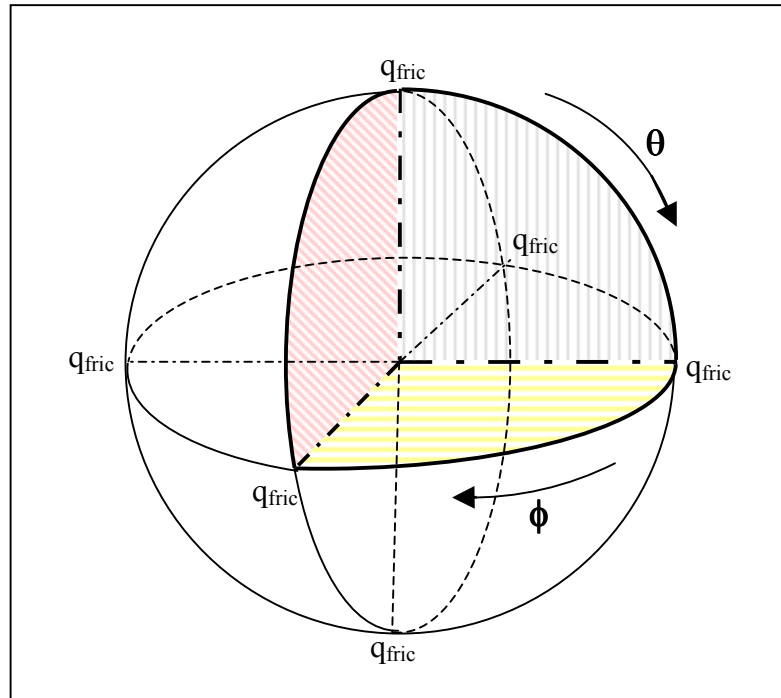
Gambar 1. Neraca panas pada elemen volum bola.

*Initial condition* (IC) dan *boundary condition* (BC) persamaan (5) adalah:

IC: Pada semua posisi,  $T(r, \theta, \phi, t) = T_{awal} = 28,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  untuk  $t = 0$

BC: Pada  $t > 0$  dan  $r = 0$ ;  $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$

Posisi permukaan yang mengalami gesekan pada 6 titik seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 2 dengan BC dari persamaan (5) adalah:



Gambar 2. Posisi permukaan butiran yang mengalami energi gesekan ( $q_{fric}$ )

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = 0 \text{ untuk } 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = \pi/2 \text{ untuk } \phi = 0 \\ \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = \pi/2 \text{ untuk } \phi = \pi/2 \\ \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = \pi/2 \text{ untuk } \phi = \pi \\ \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = \pi/2 \text{ untuk } \phi = 3\pi/2 \\ \text{Pada } r = R \text{ dan } \theta = \pi \text{ untuk } 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{array} \right\} -k \frac{\partial T}{\partial r} = q_{Fric}$$

dengan  $q_{fric}$  adalah  $mc_p \frac{\Delta T_b}{\Delta t}$

Di luar posisi di atas, pada  $r = R$  untuk semua  $\theta$  dan  $\phi$  adalah  $-k \frac{\partial T}{\partial r} = 0$ .

Dengan 6 titik yang mengalami gesekan dan mendapat energi yang sama besar ( $q_{fric}$ ), satu butir partikel bola dapat dipandang terdiri dari 8 elemen yang simetris. Apabila penyelesaian persamaan (5) diberlakukan hanya pada elemen simetris yang volumenya 1/8 bagian volume bola seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 2, maka tambahan BC adalah:

1) Pada  $0 \leq r \leq R$  dan  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  untuk  $\phi = 0$ ,  $q_\phi = -k \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \cdot A_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} = 0$

$$2) \text{ Pada } 0 \leq r \leq R \text{ dan } 0 \leq \theta \leq \pi/2 \text{ untuk } \phi = \pi/2, q_\phi = -k \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \cdot A_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} = 0$$

$$3) \text{ Pada } 0 \leq r \leq R \text{ dan } \theta = \pi/2 \text{ untuk } 0 \leq \phi \leq \pi/2, q_\theta = -k \cdot \frac{1}{r} \cdot A_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

Persamaan diferensial dan BC yang telah tersusun akan diselesaikan secara numerik metode beda hingga pendekatan eksplisit. Berdasarkan persamaan (5) diperoleh persamaan numerik sebagai berikut:

$$\begin{aligned} T_{i,j,k,wt+1} = & \frac{1}{M} \left\{ \left(1 - \frac{1}{i}\right) T_{i-1,j,k,wt} + \left[ M - 2 - \frac{2}{(i\Delta\theta)^2} - \frac{2}{(i)^2 [\sin^2(j\Delta\theta)] (\Delta\phi)^2} \right] T_{i,j,k,wt} + \left(1 + \frac{1}{i}\right) T_{i+1,j,k,wt} \right. \\ & + \left( \frac{1}{(i\Delta\theta)^2} - \frac{\cos(j\Delta\theta)}{2(i)^2 (\Delta\theta) \sin(j\Delta\theta)} \right) T_{i,j-1,k,wt} + \left( \frac{\cos(j\Delta\theta)}{2(i)^2 (\Delta\theta) \sin(j\Delta\theta)} + \frac{1}{(i\Delta\theta)^2} \right) T_{i,j+1,k,wt} \\ & \left. + \left( \frac{1}{(i)^2 [\sin^2(j\Delta\theta)] (k\Delta\phi)^2} \right) T_{i,j,k-1,wt} + \left( \frac{1}{(i)^2 [\sin^2(j\Delta\theta)] (\Delta\phi)^2} \right) T_{i,j,k+1,wt} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

Dalam hal ini, posisi  $i, j$ , dan  $k$  menunjukkan posisi  $r, \theta$ , dan  $\phi$  dengan  $r = i\Delta r$ ,  $\theta = j\Delta\theta$ ,

$$\phi = k\Delta\phi, \text{ dan } M = \frac{(\Delta r)^2}{\Delta t \alpha}$$

Persamaan (6) hanya berlaku pada posisi  $i = 1, 2, 3, \dots, R-1$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, NT-1$ ; dan  $k = 1, 2, 3, \dots, NP-1$ , sehingga untuk menghitung distribusi suhu pada posisi permukaan butiran ( $i = R$ ) digunakan persamaan:

$$\begin{aligned} (T_{N,j,k,wt+1}) = & \frac{1}{M} \left\{ \left( \frac{1}{2} + \frac{2(\Delta r)}{(i)(\Delta\theta)^2} - \frac{2(\Delta r)}{(i) [\sin^2(j\Delta\theta)] (\Delta\phi)^2} + M \right) T_{N,j,k,wt} - \left( \frac{1}{2} \right) T_{N-1,j,k,wt} \right. \\ & + \left( \frac{\cos(j\Delta\theta) \Delta\theta (\Delta r)}{2(i)(\Delta\theta)^2 \sin(j\Delta\theta)} - \frac{(\Delta r)}{(i)(\Delta\theta)^2} \right) T_{N,j-1,k,wt} - \left( \frac{\cos(j\Delta\theta) \Delta\theta (\Delta r)}{2(i)(\Delta\theta)^2 \sin(j\Delta\theta)} + \frac{(\Delta r)}{(i)(\Delta\theta)^2} \right) T_{N,j+1,k,wt} \\ & \left. + \left( \frac{(\Delta r)}{(i) [\sin^2(j\Delta\theta)] (\Delta\phi)^2} \right) T_{N,j,k-1,wt} + \left( \frac{(\Delta r)}{(i) [\sin^2(j\Delta\theta)] (\Delta\phi)^2} \right) T_{N,j,k+1,wt} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Distribusi suhu pada posisi  $i, j, k = 0$  (pusat butiran) dihitung dengan persamaan:

$$T_{0,j,k,wt+1} = \frac{1}{M} \left\{ T_{1,j,k,wt} + (M - 1) T_{0,j,k,wt} \right\} \quad (8)$$

Distribusi suhu pada posisi sumbu butiran akan dihitung dengan persamaan:

$$T_{i,j,k,w+t1} = \frac{1}{M} \left\{ \left(1 - \frac{1}{i}\right) T_{i-1,j,k} - (2-M) T_{i,j,k} + \left(1 + \frac{1}{i}\right) T_{i+1,j,k} - \left(\frac{\Delta r}{(i)(\Delta \theta)}\right) T_{i,j-1,k} + \left(\frac{\Delta r}{(i)(\Delta \theta)}\right) T_{i,j+1,k} \right\} \quad (9)$$

Distribusi suhu pada permukaan butiran (titik singgung) yang mengalami gesekan akan dihitung dengan persamaan:

$$T_{NR,j,k,w+t1} = \frac{1}{M} \left\{ \left(2\Delta r - \frac{2}{(i)^2 \Delta \theta} + M\right) T_{NR,j,k} - (2\Delta r) T_{NR-1,j,k} + \left(\frac{2}{(i)^2 \Delta \theta}\right) T_{NR,j+1,k} \right\} + 2\Delta r q_{fric} \quad (10)$$

Penyelesaian metode beda hingga pendekatan eksplisit akan memperoleh hasil yang stabil apabila memenuhi persyaratan:

$$\left( \frac{(\Delta r)^2}{\Delta t \alpha} + \frac{(r \Delta \theta)^2}{\Delta t \alpha} + \frac{(r \sin \theta \Delta \phi)^2}{\Delta t \alpha} \right) \leq 2 \quad (11)$$

Karena yang diamati pada observasi adalah suhu rata-rata, sedangkan suhu hasil simulasi merupakan fungsi posisi ( $r$ ,  $\theta$ , dan  $\phi$ ), maka suhu rata-rata hasil simulasi perlu dihitung dengan persamaan:

$$\bar{T}_{hit} = \frac{\rho C_p \int_0^{r/2} \int_0^{r/2} \int_0^R T \cdot r^2 \sin \theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\phi}{\rho C_p \int_0^r dV} \quad (12)$$

Persamaan (12) diselesaikan dengan metode Trapezoidal Rule. Pada model yang diajukan ini, laju energi panas ( $q_{fric}$ ) dari waktu ke waktu dihitung dengan data pengamatan yang dapat didekati dengan persamaan:

$$\frac{T_b - T_{\sim}}{T_a - T_{\sim}} = e^{-kt} \quad (13)$$

Persamaan (13) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{\Delta T_b}{\Delta t} = (T_a - T_{\sim})(-k)e^{-kt} = Ae^{-kt} \quad (14)$$

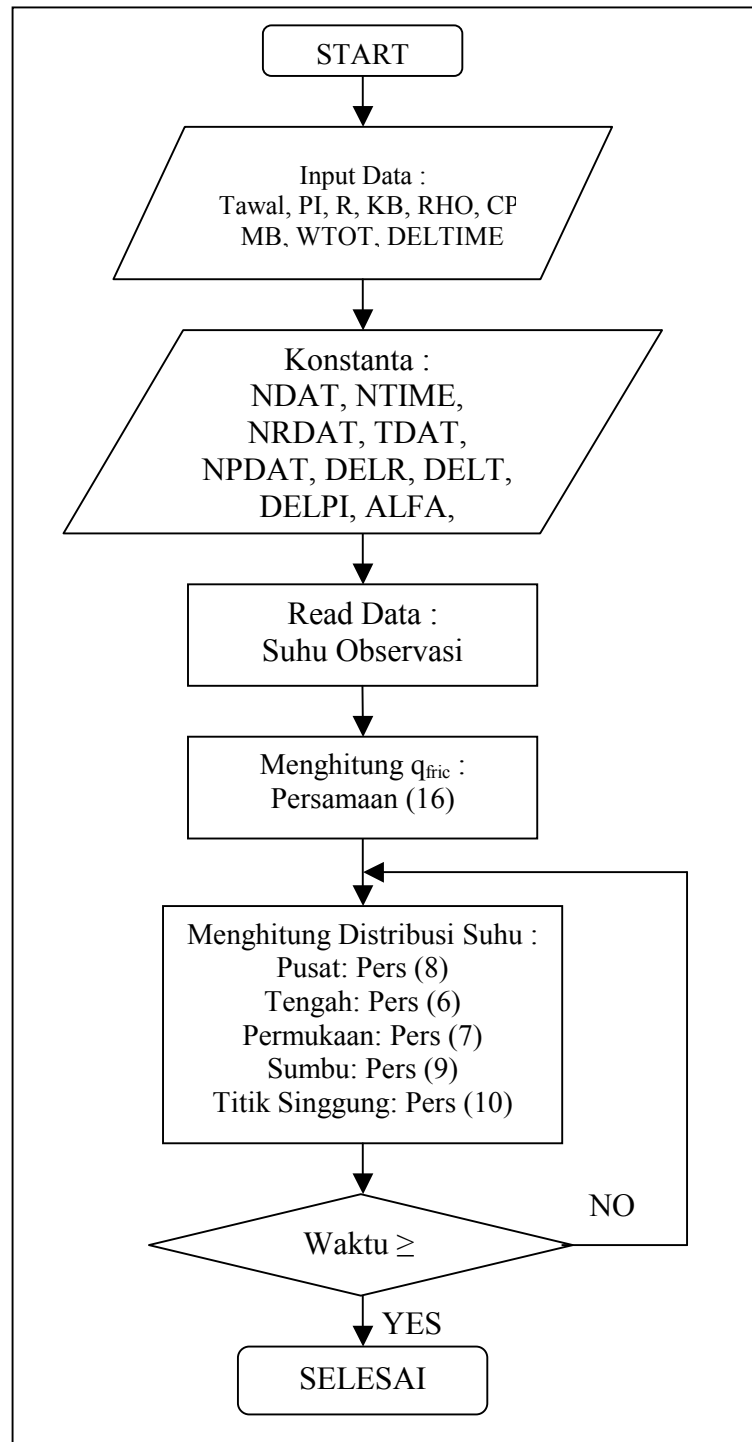
Persamaan (14) analog dengan persamaan:

$$\ln \frac{\Delta T_b}{\Delta t} = \ln A - kt \quad (15)$$

Plot antara  $\ln \frac{\Delta T_b}{\Delta t}$  dengan lama pengepresan ( $t$ ) memberikan kurve garis lurus dan nilai  $k$  merupakan kemiringan kurva. Dengan demikian,  $q_{fric}$  dari waktu ke waktu dapat dihitung dengan persamaan:

$$q_{fric} = mc_p \frac{\Delta T_b}{\Delta t} \quad (16)$$

dengan,  $\frac{\Delta T_b}{\Delta t} = Ae^{-kt}$





Gambar 3. Diagram alir perhitungan distribusi suhu.

## **2. Diagram Alir**

Diagram alir perhitungan distribusi suhu disajikan pada Gambar 3.

## **3. Output Program**

Output dari program ini adalah distribusi suhu secara konduksi pada butiran berbentuk bola tiga dimensi. Output ini dapat berubah sesuai dengan input yang diberikan, sehingga dengan input yang bervariasi akan didapatkan output yang bervariasi pula. Hasil perhitungan dari simulasi ini akan dibandingkan dengan data observasi yang diperoleh dari laboratorium.

## **4. Waktu dan Tempat Penelitian**

Waktu penelitian berlangsung dari bulan April sampai dengan September 2006. Penelitian dilaksanakan di laboratorium Rekayasa PAU UGM dan laboratorium Teknologi Farmasi, Fakultas Farmasi UGM.

## **5. Bahan dan Alat Penelitian**

Bahan yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas dua kelompok yaitu bahan utama dan bahan tambahan. Bahan utama adalah granula markisa, sedangkan bahan tambahan (*food additive*) terdiri atas aspartam, polietilen glikol (PEG), natrium bikarbonat, dan asam sitrat.

Alat yang digunakan adalah *rotary vacuum evaporator*, ayakan Tyler, timbangan Sartorius, seperangkat cetakan, termometer, termokopel tipe K, *Universal Testing Instrument* merk Zwick seri SA/0.5, dan *dehumidifier* Sanyo.

## **6. Persiapan Sampel**

Sebelum pentabletan, bahan-bahan yang digunakan terlebih dahulu dicampur secara merata pada kondisi RH ruang 40%. Granula markisa terlebih dahulu dicampur dengan aspartam dan diaduk hingga tercampur rata. Natrium bikarbonat dimasukkan, diaduk hingga rata, selanjutnya ditambahkan asam sitrat dan diaduk hingga tercampur rata.

Pencampuran terakhir adalah penambahan PEG sedikit demi sedikit sambil diaduk hingga diperoleh campuran yang homogen.

## **7. Tata Cara Penelitian**

Bahan tablet yang sudah dicampur, dimasukkan ke dalam cetakan kemudian dimampatkan dengan menggunakan gaya tekanan. Pentabletan dilakukan dengan variasi gaya tekanan yaitu 1000, 2000, 3000, 4000, dan 5000 N. Setiap percobaan diulang sebanyak lima kali. Untuk menjamin kelancaran penelitian, terlebih dahulu dilakukan kalibrasi alat dan uji orientasi atau penelitian pendahuluan.

Pengambilan data perubahan suhu butiran selama pengepresan diukur dengan termokopel. Termokopel dipasang di dalam cetakan yang ujungnya bersentuhan dengan butiran, sehingga pada saat pengepresan perubahan suhu dapat terdeteksi. Pengamatan suhu berakhir apabila gaya tekanan maksimum sudah tercapai.

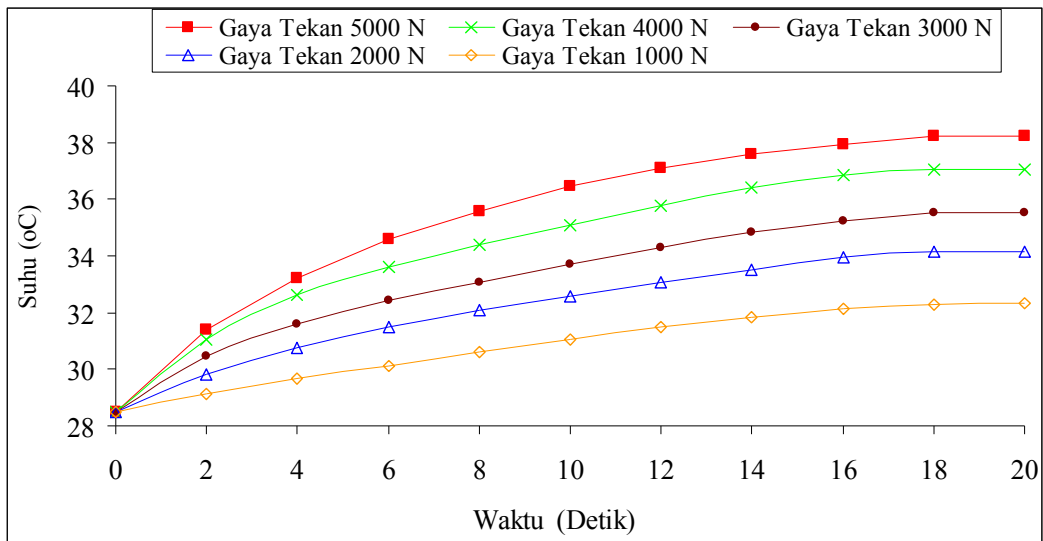
## **8. Analisis Data**

Data pengamatan distribusi suhu yang diperoleh dari eksperimen di laboratorium digunakan untuk memvalidasi model matematis. Validasi model matematis dilakukan dengan metode ralat rata-rata yaitu data prediksi distribusi suhu dikurangi dengan data observasi dibagi dengan data prediksi distribusi suhu dikalikan 100%. Model matematis dikatakan valid jika nilai ralat rata-rata kurang dari 10%.

## **C. HASIL DAN PEMBAHASAN**

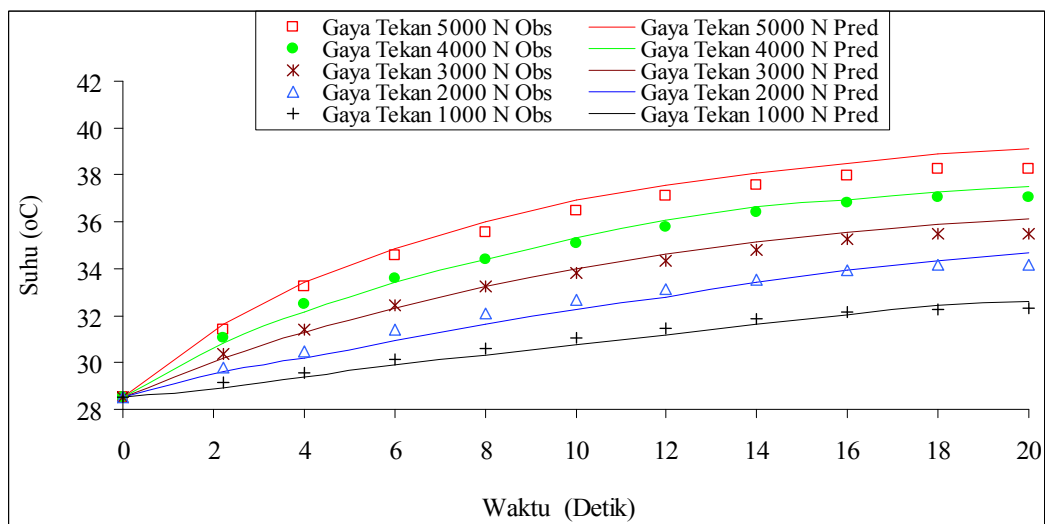
Hasil pengamatan distribusi suhu pada butiran selama proses pentabletan pada berbagai perlakuan gaya tekanan disajikan dalam Gambar 4. Distribusi suhu digambarkan sebagai hubungan antara waktu dengan suhu pada berbagai perlakuan gaya tekanan. Pada Gambar 4 terlihat bahwa suhu awal butiran seragam dan terjadi kenaikan seiring dengan bertambahnya waktu pengepresan.

Berdasarkan Gambar 4 juga menunjukkan bahwa pengaruh gaya tekanan yang berbeda, akan memberikan pengaruh yang berbeda. Semakin besar gaya tekanan yang digunakan, kenaikan suhu juga semakin tinggi. Hal tersebut cukup beralasan karena pemberian gaya tekanan yang tinggi berarti tekanan yang diterima oleh butiran juga semakin besar, sehingga kenaikan suhu yang timbul juga semakin besar.



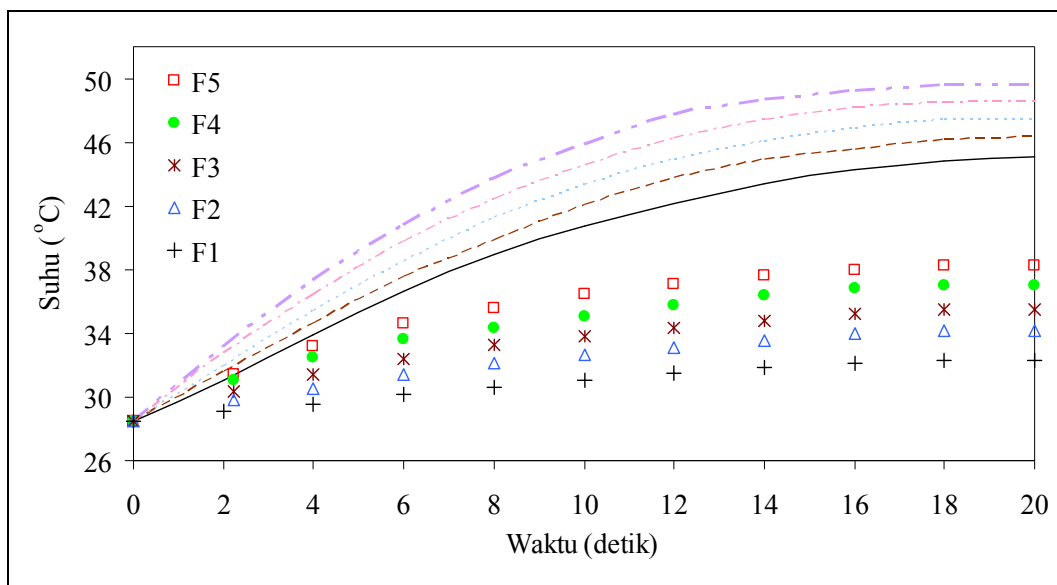
Gambar 4. Hasil pengamatan distribusi suhu rata-rata pada butiran selama proses pentabletan pada variasi gaya tekanan.

Kenaikan suhu tertinggi terjadi ketika gaya tekanan maksimum telah tercapai dan suhu menjadi konstan setelah tidak terjadi lagi gesekan-gesekan antar butiran. Pada saat gaya tekanan sudah maksimum, diduga telah terjadi penggabungan (*diffusion*) antar butiran, sehingga porositas antar butiran semakin kecil. Dengan berkurangnya porositas, maka densitas tablet effervescent sari buah semakin meningkat.



Gambar 5. Distribusi suhu observasi rata-rata dan distribusi suhu prediksi rata-rata pada berbagai gaya tekanan.

Profil suhu yang tertera pada Gambar 5 menunjukkan distribusi suhu rata-rata hasil observasi dan distribusi suhu rata-rata hasil simulasi pada berbagai perlakuan gaya tekanan. Dari gambar tersebut terlihat bahwa grafik distribusi suhu hasil perhitungan hampir berhimpitan dengan distribusi suhu hasil observasi. Hal ini menunjukkan bahwa model matematis yang telah dikembangkan dapat menjelaskan dengan baik peristiwa distribusi suhu yang ditinjau. Pada Gambar 5 juga terlihat bahwa meskipun distribusi suhu rata-rata hasil prediksi sedikit menyimpang dari data observasi, akan tetapi data hasil perhitungan tersebut mempunyai kecenderungan (*trend*) yang sama dengan data observasi.



Gambar 6. Kenaikan suhu di permukaan butiran pada variasi gaya tekanan.

Hasil perhitungan kenaikan suhu di permukaan butiran selama proses pengepresan disajikan pada Gambar 6. Dengan memasukkan nilai suhu awal, sifat fisik dan termis bahan dihasilkan data prediksi distribusi suhu di permukaan butiran selama pengepresan. Pada Gambar 6 terlihat bahwa kenaikan suhu di permukaan jauh lebih tinggi dibanding suhu rata-rata butiran. Pada kondisi ini, asam sitrat yang memiliki suhu Tg paling rendah (31°C) akan mengalami pelelehan (*melting*) lebih awal, sehingga dapat berfungsi sebagai bahan perekat (*binder*). Kasus seperti ini juga telah diungkap oleh Khalloufi dkk. (2000) bahwa bahan yang memiliki suhu Tg lebih rendah dari suhu penyimpanan akan mengalami pelelehan lebih awal.

Pada Gambar 6 terlihat bahwa perbedaan terbesar terlihat pada perlakuan F5 yaitu kenaikan suhu rata-rata hasil observasi sebesar 38,36 °C, sedangkan kenaikan suhu rata-rata hasil prediksi hanya 33,03 °C. Pada perlakuan F1, kenaikan suhu rata-rata hasil observasi

sebesar 32,31 °C, sedangkan kenaikan suhu rata-rata hasil prediksi sebesar 31,49 °C. Fenomena ini disebabkan oleh energi panas ( $q_{\text{fric}}$ ) yang timbul selama pengepresan. Semakin besar nilai  $q_{\text{fric}}$  yang digunakan untuk simulasi, data kenaikan suhu rata-rata hasil prediksi juga semakin besar.

Hal lain yang dapat diungkapkan adalah distribusi suhu terjadi dengan arah tiga dimensi. Semakin ke dalam butiran (arah jari-jari butiran) distribusi suhu semakin kecil mendekati suhu lingkungan. Sedangkan ke arah vertikal (sudut  $\theta$ ) dan arah horizontal (sudut  $\phi$ ) juga memiliki pola yang sama dengan arah jari-jari butiran. Hal ini sangat sesuai dengan keadaan yang sesungguhnya, di mana daerah-daerah yang dekat dengan sisi-sisi yang diberi nilai awal  $T_0 = 28,50$  °C mendekati nilai batas tersebut. Sedangkan daerah di permukaan yang mengalami gesekan memiliki kenaikan suhu yang lebih tinggi.

Berdasarkan perhitungan ralat rata-rata antara distribusi suhu hasil simulasi dengan distribusi suhu hasil pengamatan diperoleh hasil di bawah 10%. Hal ini menunjukkan bahwa distribusi suhu prediksi dengan distribusi suhu observasi memperlihatkan hubungan yang erat. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa model matematis yang telah dikembangkan cukup valid dan dapat menjelaskan dengan baik distribusi suhu pada butiran selama pembuatan tablet effervescent sari buah.

## **D. KESIMPULAN DAN SARAN**

### **1. Kesimpulan**

Selama pengepresan pada pembuatan tablet effervescent sari buah terjadi gesekan di permukaan butiran, sehingga timbul energi panas yang dapat menaikkan suhu bahan. Suhu di permukaan akan terdistribusi secara konduksi ke seluruh bagian butiran. Suhu di permukaan butiran, lebih tinggi dibanding suhu  $T_g$  komponen penyusun tablet, sehingga terjadi pelelehan yang diikuti dengan perekatan antar butiran.

Data distribusi suhu hasil simulasi cukup dekat dengan data percobaan dengan ralat rata-rata kurang dari 10%. Dengan demikian, model matematis yang telah dikembangkan cukup valid dan mampu menjelaskan distribusi suhu pada butiran berbentuk bola selama pengepresan pada pembuatan tablet effervescent sari buah.

## 2. Saran

Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan melakukan variasi kecepatan penekanan untuk mengungkap pengaruhnya terhadap gesekan antar butiran di dalam cetakan, sehingga model matematis yang telah dikembangkan dapat memberikan informasi yang lebih komprehensif.

### DAFTAR SIMBOL

A	= luas permukaan bahan ( $m^2$ )
$c_p$	= panas jenis bahan ( $kJ/kg\ ^0C$ )
d	= diameter butiran (m)
dQ	= perubahan panas (W)
dT	= perubahan suhu ( $^0C$ )
dt	= perubahan waktu (detik)
dx	= perubahan jarak (m)
F	= gaya tekan (N)
i	= indeks jari-jari
j	= indeks sudut vertikal
k	= indeks sudut horizontal
$k_b$	= konduktivitas bahan ( $W/m\ ^0C$ )
M	= modulus
NR	= notasi permukaan butiran
nt	= indeks waktu
q	= laju energi ( $W/m$ )
q <sub>fric</sub>	= energi panas (W)
T	= suhu bahan ( $^0C$ )
V	= volume bola ( $m^3$ )
r	= jari-jari butiran (m)
wt	= waktu (detik)
$\rho_p$	= densitas butiran ( $kg/m^3$ )
$\alpha$	= panas difusifitas ( $m^2/dt$ )
$\theta$	= sudut lingkaran arah horizontal (rad)
$\phi$	= sudut lingkaran arah vertikal (rad)
$\mu$	= koefisien gesekan
$\varepsilon$	= efisiensi

## DAFTAR PUSTAKA

- Bird, B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N., 2002. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons Inc., New York, 840 – 841.
- Chapra, S.C. and Canale, R.P., 1985. *Numerical Methods for Engineers, with Personal Computer Applications*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 306 – 309.
- Constantinides, A., 1987. *Applied Numerical Methods with Personal Computers*. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Freiwald, M.G. and Peterson, W.R., 1992. *Accuracy of Model Predictions and Reability of Expremental Data for Heat Transfer in Packed Bed*. Chem. Eng. Sci., 42(3): 545 – 556.
- Gunn, D.J., Ahmad, M.M., and Sabri, M.N., 1987. *Radial Heat Transfer to Fixed Bed a Reevaluation*. Chem. Eng. Sci., 32(1): 1055 – 1066.
- Hastuti, S., Sediawan, W.B., dan Sulisty, H., 2001. *Perpindahan Panas pada Packed Bed: Konduktivitas Panas Efektif dan Koefisien Perpindahan Panas Permukaan Dinding*. Media Teknik, 19(1), 69 – 76.
- Heldman, D.R. and Lund, D.B., 2002. *Granulation Technology and Tablet Characterization*. Marcel Decker Inc. New York, 2: 327 – 332.
- Khalloufi, S, El-Maslouhi, Y, and Ratti, C., 2000. *Mathematical Model for Prediction of Glass Transition Temperature of Fruit Powders*. Journal of Food Science. 65(5): 842 – 847.
- Mohrle, R., 1989. *Effervescent Tablets, dalam Pharmaceutical Dosage Forms: Tablet*. Vol. 1, 2<sup>nd</sup> Edition, Marcel Decker Inc., New York.
- Sediawan, W.B. dan Prasetya, A., 1997. *Pemodelan Matematis dan Penyelesaian Numerik dalam Teknik Kimia*. Andi Offset, Yogyakarta.