

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

BAB 7

DISTRIBUSI-COMPOUND DAN GENERALIZED SPASIAL

MUHAMMAD NUR AIDI

7.1. Pendahuluan

Pada bab sebelumnya, penyebaran spasial (konfigurasi spasial) dimana ditunjukkan sebagai ragam sampel quadran. Bab ini akan mempelajari distribusi teoritis mungkin diperoleh dengan menggunakan berbagai asumsi yang jelas.

Dua alternatif prosedur konfigurasi spasial cluster adalah: proses compound dan generalized.

7.2. Definisi dan Notasi

7.2.1 Sebaran Coumpound

Jika R_1 , adalah peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang (fkp) $P_1(r_1|R_2)$ untuk nilai R_2 ; dimana R_2 dianggap sebagai peubah acak dengan fkp $P_2(r_2)$ maka peubah acak $R = R_1 \cap R_2$ dengan fkp :

$$P(r) = P(R = r) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(r|cr_2)P_2(r_2)dr_2 \quad (1)$$

Disebut dengan sebaran coumpund R_1 dengan coumpounder R_2 . Nilai c adalah konstan. Nilai konstant ini selalu konsisten dengan syarat dari sebaran yang terlibat.

7.2.2 Sebaran Generalized

Jika R_1 adalah peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $P_1(r_1)$, dan jika R_2 dianggap sebagai peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $P_2(r_2)$ maka peubah acak

$$R \equiv R_1 \cup R_2 = \sum_{i=1}^{R_1} R_{2i} = R_{21} + R_{22} + \dots + R_{2R_1} \quad (2)$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

dengan fkp

$$P(r) = P(R = r) = \sum_{r_1=0}^{\infty} P_{2*}(r|r_1)P_1(r_1) \quad (3)$$

Dimana $P_{2*}(r|r_1)$ adalah r_1 "fold convolution" dari r_2 , dan $P(r)$ disebut distribusi generalized R_1 dengan memperhatikan generalizer R_2 dimana R_{2i} ($i = 1, 2, \dots, R_1$) adalah keluarga independent and distribusi (iid) peubah acak integer yang bebas terhadap R_1 .

Untuk Sebaran Compound, Jika $G(s)$ adalah fungsi pembangkit peluang (fpp) peubah acak R dan $P(r)$ adalah fkp-nya maka

$$G(s) = \sum_{r=0}^{\infty} P(r) s^r$$

Peubah acak peubah acak $R \equiv R_1 \cap R_2$ dengan fkp diatas mempunyai fpp sebagai berikut:

$$\begin{aligned} G(s) &= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) s^r = \sum_{r=0}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} P_1(r|cr_2)P_2(r_2)dr_2 \right] s^r \\ G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{r=0}^{\infty} P_1(r|cr_2)s^r \right] P_2(r_2)dr_2 \\ G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_1(s|cr_2)P_2(r_2)dr_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Untuk Sebaran Generalized, Jika $G(s)$ adalah fpp peubah acak R dan $P(r)$ adalah fkp-nya maka

$$\begin{aligned} G(s) &= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) s^r = \sum_{r=0}^{\infty} \left[\sum_{r_1=1}^{\infty} P_{2*}(r|r_1)P_1(r_1) \right] s^r \\ G(s) &= \sum_{r_1=1}^{\infty} P_1(r_1) \sum_{r=0}^{\infty} P_{2*}(r|r_1)s^r \\ G(s) &= \sum_{r_1=1}^{\infty} P_1(r_1) G_{2*}(s|r_1) \end{aligned} \quad (5)$$

Dimana $G_{2*}(s|r_1)$ adalah fpp dari $P_{2*}(r|r_1)$. Untuk r_1 yang tetap maka $G_{2*}(s|r_1) = [G_2(s)]^{r_1}$ sehingga:

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

$$G(s) = \sum_{r_1=1}^{\infty} P_1(r_1) G_{2*}(s|r_1)$$

$$G(s) = \sum_{r_1=1}^{\infty} P_1(r_1) [G_2(s)]^{r_1}$$

$$G(s) = G_1[G_2(s)] \quad (6)$$

7.3 Sebaran Coumpound Poisson

Jika $R_1 \sim Poisson(\lambda a)$ dan peubah acak $R \equiv R_1 \cap R_2$ dengan fkp

$$P(r) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(r|cr_2)P_2(r_2)dr_2 \quad (7)$$

Sebaran Coumpound Poisson adalah:

$$G_1(s|cr_2) = G_1(s|\lambda a) = \exp[\lambda a(s - 1)] \quad (8)$$

dimana c dan r_2 diatur sama dengan a dan λ sehingga

$$G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(s|cr_2)P_2(r_2)dr_2$$

$$G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\lambda a(s - 1)] P_2(\lambda)d\lambda$$

$$G(s) = M_2[a(s - 1)] \quad (9)$$

Dimana $M_2(\theta)$ merupakan fungsi pembangkit momen (fpm) dari fkp $P_2(r_2)$

7.3.1. Sebaran Neyman Type-A

Salah satu dari sebaran coumpound Poisson yang sederhana dan umum digunakan adalah menghasilkan peubah Poisson baru lainnya sebagai coumpounder R_2 , sehingga:

$$P_2(r_2) = \exp\left[(-v) \frac{v^{r_2}}{r_2!}\right] \quad (10)$$

dan

$$M_2(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(r_2\theta) P_2(r_2)dr_2$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang memurnikan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

$$M_2(\theta) = \sum_{r=2}^{\infty} \exp(r_2\theta) \exp\left[(-v) \frac{v^{r_2}}{v_2!}\right]$$

$$M_2(\theta) = \exp[v|\exp(\theta - 1)] \quad (11)$$

Sehingga

$$G(s) = M_2[a(s - 1)] = \exp[v\{\exp(a(s - 1)) - 1\}] \quad (12)$$

Fungsi $G(s)$ ini adalah fungsi sebaran **Newman Type-A** dengan fkp

$$P(r) = \exp\left[(-v) \frac{a^r}{r!}\right] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^r}{i!} [v \exp(-a)]^i, \quad \text{jika } 0^0 \equiv 1 \quad (13)$$

Dan mean dan ragamnya adalah sebagai berikut :

$$E(r) = m_1 = v a$$

$$Var(r) = m_2 = v a (a + 1) \quad (14)$$

7.3.2. Sebaran Binomial Negatif

Sebaran Binomial Negatif diperoleh dari sebaran compound Poisson yang digabung dengan sebaran Gamma, sehingga :

$$P_2(r_2) = P_2\lambda = \frac{x^k \lambda^{k-1}}{\Gamma(k)} \exp[-\lambda x] \quad (15)$$

Dan

$$M_2(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\lambda\theta) P_2(\lambda) d\lambda$$

$$M_2(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\lambda\theta) \frac{x^k \lambda^{k-1}}{\Gamma(k)} \exp[-\lambda x] \quad (16)$$

Jika $y = \lambda x$ maka $dy = x d\lambda$ sehingga:

$$M_2(\theta) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(\theta y|x)}{\Gamma(k)} y^{k-1} \exp[-y] dy$$

$$M_2(\theta) = \int_0^{\infty} \frac{y^{k-1}}{\Gamma(k)} \exp\left[-y\left(1 - \frac{\theta}{x}\right)\right] dy$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

$$M_2(\theta) = \left(1 - \frac{\theta}{x}\right)^{-k} \int_0^{\infty} \frac{\left(1 - \frac{\theta}{x}\right)^k}{\Gamma(k)} y^{k-1} \exp\left[-y\left(1 - \frac{\theta}{x}\right)\right] dy$$

$$M_2(\theta) = \left(1 - \frac{\theta}{x}\right)^{-k} = \left(\frac{x}{x - \theta}\right)^k \quad (17)$$

Sehingga

$$G(s) = M_2[a(s - 1)] = \left(\frac{x}{x - a(s - 1)}\right)^k$$

$$G(s) = \left(\frac{x}{x + a - as}\right)^k = \left(1 + \frac{a}{x} - \frac{a}{x}s\right)^{-k}, \text{ jika } p = \frac{a}{x} \text{ maka:}$$

$$G(s) = (1 + p - ps)^{-k} \quad (18)$$

Persamaan tersebut merupakan fpps sebaran **Binomial Negatif** dengan fungsi kepadatan peluang :

$$P(r) = \binom{k+r-1}{r} Q^r P^k \quad (19)$$

$$\text{Dimana } P = \frac{x}{x+a} = \frac{1}{1+p} \text{ dan } Q = 1 - P = \frac{a}{x+a} = \frac{p}{1+p}$$

7.4. Sebaran Generalized Poisson

Jika $R_1 \sim \text{Poisson}(v)$ dan peubah acak $R \equiv R_1 \cup R_2$ dengan fkp :

$$P(r) = P(R = r) = \sum_{r_1=0}^{\infty} P_{2*}(r|r_1)P_1(r_1) \quad (20)$$

Disebut sebagai peubah acak generalized poisson

$$G_1(s) = \sum_{r_1=0}^{\infty} \exp(-v) \frac{v^{r_1}}{r_1!} s^{r_1} = \exp[v(s - 1)] \quad (21)$$

Dan

$$G(s) = G_1[G_2(s)] = \exp\{v[G_2(s) - 1]\} \quad (22)$$

7.4.1. Sebaran Neyman Type-A

Sebaran Neyman Type-A juga berasal dari sebaran Generalized Poisson

$$P_2(r_2) = \exp\left[(-a) \frac{a^{r_2}}{r_2!}\right] \quad (23)$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mempublikasikan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

Dengan fungsi pembangkit peluang

$$G(s) = M_2[a(s - 1)] = \exp[v\{\exp(a(s - 1)) - 1\}] \quad (24)$$

Fungsi peluang Neyman Type-A

$$P(r) = \exp\left[(-v) \frac{a^r}{r!}\right] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^r}{i!} [v \exp(-a)]^i, \quad \text{jika } 0^0 \equiv 1 \quad (25)$$

7.4.2. Sebaran Binomial Negatif

Sebaran binom negatif juga dapat dihasilkan dari sebaran Generalized Poisson dimana “penyamaan“-nya adalah sebaran logaritmik.

Jika

$$P_2(r_2) = \frac{bQ^{r_2}}{r_2} \quad (r_2 = 1, 2, \dots \text{ dan } 0 < Q < 1) \quad (26)$$

Maka $\sum_{r_2=1}^{\infty} P_2(r_2) = 1$ dan $\sum_{r_2=1}^{\infty} \frac{Q^{r_2}}{r_2} = -\ln(1 - Q)$

Sedangkan kita punya $b = \frac{1}{\ln(1-Q)}$

Maka akan diperoleh :

$$G_2(s) = \sum_{r_2=1}^{\infty} \frac{bQ^{r_2}s^{r_2}}{r_2} = \frac{\ln(1 - Qs)}{\ln(1 - Q)} - b \ln(1 - Qs) \quad (27)$$

Jika diketahui bahwa :

$$G(s) = \exp\{v[G_2(s) - 1]\} \quad (28)$$

Maka

$$G(s) = \exp[v\{-b \ln(1 - Qs) - 1\}]$$

$$G(s) = \exp[-vb \ln(1 - Qs) - v]$$

$$G(s) = \exp[\ln(1 - Qs)^{-vb} - v]$$

$$G(s) = (1 - Qs)^{-vb} \exp(-v) \quad (29)$$

Misalnya $k = vb$ maka $v = k/b$

$$G(s) = (1 - Qs)^{-k} \exp\left(-\frac{k}{b}\right) \quad (30)$$

Jika $b = -[\ln(1 - Q)]^{-1}$

$$G(s) = (1 - Qs)^{-k} \exp(k \ln(1 - Q))$$

$$G(s) = (1 - Qs)^{-k} \exp(\ln(1 - Q)^k)$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

$$G(s) = (1 - Qs)^{-k}(1 - Q)^k$$

$$G(s) = \left(\frac{1 - Q}{1 - Qs}\right)^k = \left(\frac{p}{1 - Qs}\right)^k \quad (31)$$

Jika $Q = p/(1+p)$

$$G(s) = (1 + p - ps)^{-k} \quad (32)$$

Ini disebut fungsi sebaran binom negatif.

7.5 Sebaran Coumpound dan Generalized Lainnya

Prosedur untuk membuat sebaran Neyman Type-A dan Binomial nehatif sebagai distribusi Compound dan Generalized Poisson dapat dilakukan dengan banyak cara dari bernagai sebaran untuk membuat sebaran peluang diskret lainnya.

Contoh:

Dengan asumsi sebaran lainnya untuk peubah yang digabungkan dan di generized dan dengan mengganti fungsi pembangkit momen dan fungsi peluang sebaran tersebut ke persamaan $G(s) = M_2[a(s - 1)] = \exp\{v[G_2(s) - 1]\}$, membuat sebaran compound dan generalized Poisson lainnya.

Prosedur lainnya adalah kita sepakat sebaran compound dan generalized bukan sebaran Poisson

7.5.1. Sebaran Poisson — Binomial

Jika $R_1 \sim Poisson(v)$ dan $R_2 \sim Binom(np)$, maka sebaran generalized Poisson untuk peubah acak $R \equiv R_1 \cup R_2$ dengan fkp:

$$G(s) = \exp\{v[G_2(s) - 1]\} = \exp\{v[(1 - p + ps)^n - 1]\} \quad (33)$$

Dengan fungsi peluang binom-poisson:

$$P(r) = \exp[-v] \sum_{i=0}^{\infty} \frac{v^i}{i!} \binom{n_i}{r} p^r (1 - p)^{n_i - r} \quad (34)$$

Dengan mean dan variance:

$$E(r) = m_1 = v n p$$

$$Var(r) = m_2 = v n p [1 + (n - 1) p]$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

Jika $R_1 \sim Binom(nr_2, p)$, dan $R_2 \sim Poisson(v)$ maka sebaran compound binom untuk peubah acak $R \equiv R_1 \cap R_2$ mempunyai fmp:

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_1(s|c r_2) P_2(r_2) dr_2 \\
 G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} (1-p+ps)^{cr_2} P_2(r_2) dr_2 \\
 G(s) &= \sum_{r_2=0}^{\infty} (1-p+ps)^{nr_2} \exp(-v) \frac{v^{r_2}}{r_2!} \\
 G(s) &= \exp\{v[(1-p+ps)^n - 1]\} \tag{35}
 \end{aligned}$$

Jadi kesimpulannya

$$Poisson(v) \cup Binom(n, p) \cong Binom(nr_2, p) \cap Poisson(v)$$

7.5.2. Sebaran Poisson - Binom Negatif

Jika $R_1 \sim Poisson(v)$ dan $R_2 \sim Binom Negatif(k, p)$, maka sebaran generalized Poisson untuk peubah acak $R \equiv R_1 \cup R_2$ dengan fkp:

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \exp\{v[G_2(s) - 1]\} \\
 &= \exp\{v[(1-p+ps)^k - 1]\} \tag{36}
 \end{aligned}$$

Dengan fungsi peluang poisson — binom negatif:

$$P(r) = \exp[-v] \sum_{i=0}^{\infty} \frac{v^i}{i!} \binom{k_i + r - 1}{r} p^r (1-p)^{-k_i - r} \tag{37}$$

Dengan mean dan variance:

$$\begin{aligned}
 E(r) &= m_1 = v k p \\
 Var(r) &= m_2 = v k p [1 + (k + 1) p]
 \end{aligned}$$

Jika $R_1 \sim Binom Negatif(kr_2, p)$ dan $R_2 \sim Poisson(v)$ maka sebaran compound binom negatif untuk peubah acak $R \equiv R_1 \cap R_2$ mempunyai fmp:

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_1(s|c r_2) P_2(r_2) dr_2 \\
 G(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} (1-p+ps)^{cr_2} P_2(r_2) dr_2
 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

$$G(s) = \sum_{r_2=0}^{\infty} (1-p+ps)^{-kr_2} \exp(-v) \frac{v^{r_2}}{r_2!}$$

$$G(s) = \exp\{v[(1-p+ps)^{-k} - 1]\} \quad (38)$$

Jadi kesimpulannya

$$Poisson(v) \cup Binom\ Negatif(k, p) \cong Binom\ Negatif(kr_2, p) \cap Poisson(v)$$

7.6 Contoh Kasus

Pemeriksaan distribusi titik rawan kecelakaan di Yogyakarta dengan menggunakan uji kesesuaian chi-square. Jika diketahui mean data dengan sebaran Poison $m_1 = \lambda \hat{\alpha}$ dengan data sampel $\hat{m}_1 = \mu_1$ maka formula untuk mendapatkan frekuensi harapan adalah:

$$NP(r) = N \exp(\hat{m}_1) \frac{m_1^r}{r!}, \quad (39)$$

$$r = 0, 1, 2, \dots$$

Sedangkan statistik uji chi-square dengan menggunakan formula:

$$X^2 = \sum_{r=0}^w \frac{[f_r - NP(r)]^2}{NP(r)} \quad (40)$$

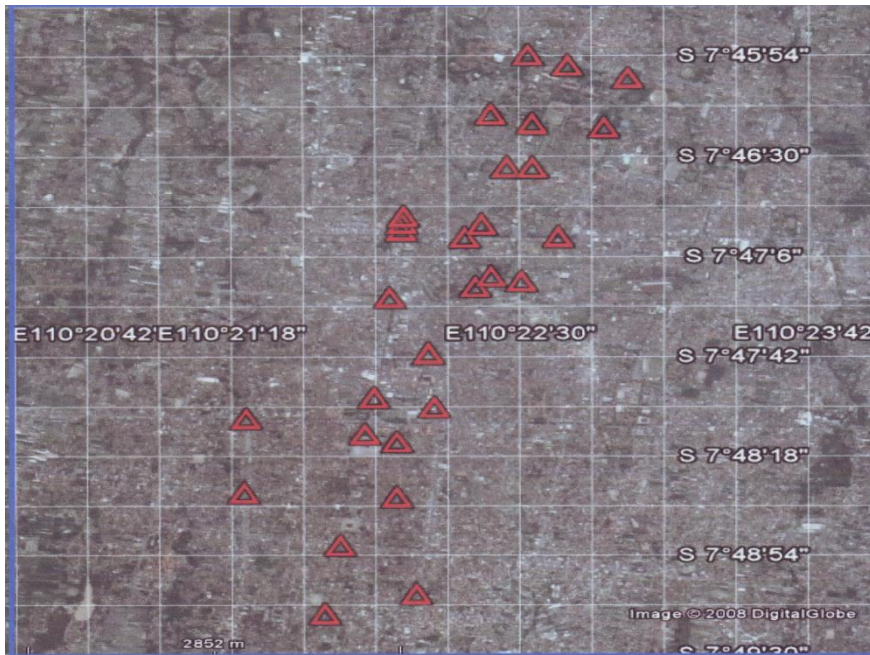
Dimana:

$W+1$ = jumlah grup/kelas jumlah titik rawan kecelakaan

f_r = jumlah pengamatan dalam hal ini jumlah grid pada tiap-tiap kelas jumlah titik rawan kecelakaan.

Nilai chi-square ini akan dibandingkan dengan nilai chi-square tabel dengan $\alpha=0.05$ dan derajat bebas $W-1$. Jika nilai chi-square hasil perhitungan lebih besar dibandingkan nilai chi-square tabel maka kita dapat simpulkan bahwa pola data titik rawan kecelakaan tidak acak dengan distribusi Poison.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
 2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.



Gambar 7.1. Konfigurasi Titik Kerawanan Kecelakaan

Gambar 7.1 adalah gambaran titik rawan kecelakaan hasil pengumpulan Hub sepeda. Dalam studi ini, wilayah kota Yogyakarta dibagi dalam 156 grid kotak, sedangkan simbol segi tiga (merah) merupakan titik-titik rawan kecelakaan, dan jumlahnya ada 29 titik rawan kecelakaan. Sehingga peluang untuk mendapatkan titik rawan kecelakaan di Yogyakarta adalah 0.186.

Tabel 7.1. Perhitungan sebaran Poisson dan Binomial

Jml titik rawan kecelakaan	Jumlah Grid	Poisson			Binom		
		$\hat{\lambda} \hat{\alpha} = 0.1859$			$n = 3$		
		$p(x)$	Nilai Harapan (E)	$\frac{(F - E)^2}{F}$	$\hat{p} = \frac{0.1859}{3} = 0.06197$	$p(x)$	Nilai Harapan (E)
0	134	0.830	129.5	0.15	0.825	128.8	0.21
1	17	0.154	24.1	2.08	0.164	25.5	2.84
2	3	0.014	2A		0.011	1.71	
3	2	0.001	0.0.		0.000	0.0	
		X^2	2.24		X^2	3.1	
		$X^2 (0.05, 1)$	3.84		$X^2 (0.05, 1)$	3.84	

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.

Untuk mengetahui sebaran grid dengan titik rawan kecelakaan, maka hipotesis yang kita gunakan adalah:

H_0 : Konfigurasi Data titik rawan kecelakaan berdistribusi Poisson

H_1 : Konfigurasi Data titik rawan kecelakaan tidak berdistribusi Poisson.

Diketahui bahwa distribusi Poisson mempunyai momen ke-1 $m_1 = \sim C1 = 0.1859$. Tabel 3.1 diatas menunjukkan perhitungan statistik uji chi-square. Untuk distribusi poisson diperoleh bahwa nilai chi-square sebesar 2.24. Jika dibandingkan dengan nilai chi-square tabel dengan ($x=0.05$ dengan derajat bebas $db=1$ maka nilainya 3.84, sehingga keputusannya adalah kita tolak H_0 bahwa data titik rawan kecelakaan menyebar acak dengan distribusi Poisson.

Uji berikutnya adalah menguji apakah distribusi titik rawan kecelakaan menyebar Binomial. Paramater untuk sebaran Binomial disini adalah n dan p dimana n jumlah grup/kelas untuk titik rawan kecelakaan, dalam hal ini $n=3$, sedangkan p adalah peluang ditemukan titik rawan kecelakaan $p(x)$, dalam hal ini sebesar $m_1/n=0.06197$. Tabel 7.1 diatas menunjukkan perhitungan statistik uji chi-square. Untuk distribusi binomial diperoleh bahwa nilai chi-square sebesar 3.1. Jika dibandingkan dengan nilai chi-square tabel dengan ($-x=0.05$) dengan derajat bebas $db=1$ yang bernilai 3.84, sehingga keputusannya adalah kita tolak H_0 atau data titik rawan kecelakaan tidak menyebar acak dengan distribusi Binomial.

7.7. Daftar Pustaka

1. Engelhardt, M. and L.J. Bain. 1992. Introduction to Probability and Mathematical Statistics, 2nd Ed. PWS-Kent Pub., Boston.
2. Ghahramani, S. 1996. Fundamentals of Probability. Prentice Hall, New Jersey.
3. Golberg, S. 1962. Probability. An Introduction. Printice-Hall, Inc. Englewood Cliff, New York
4. Hogg, R.V, and A.T. Craig, 2005. Introduction to Mathematical Statistics. 6th Ed. Prentice Hall, New Jersey
5. Hogg, R.V and E.A. Tanis. 2001. Probability and Statistical Inference, 6th Ed. Prentice Hall, New Jersey
6. Hurtsbinger, D.V. dan P. P. Bilingsley. 1987. Element of Statistical Inference. 6th ed. Allyn and Bacon. Boston.



7. Katti, S.K. , Gurland, J. 1962. “Some method s of estimation for the Poisson Binomial Distribution”. Biometrics, 18, 42-51.
8. Koopmans, L. H. 1987. *Introduction to Contemporary Statistical Methods 2nd ed.* Duxbury Press. Boston.
9. Larson, H. J. 1969. *Introduction to Probability Theory and Statistical Inference.* John Wiley and Sons, New York
10. Mendenhall, W., Wackerly, D. D., & Scheaffer, R. L. 1990. *Mathematical Statistics with Applications.* Fourth ed. PWS Kent Publishing Co, Boston.
11. Rogers, A. 1974. *Statistical Analysis of Spatial Dispersion.* London : Pion Limited
12. Ross, S. 1989. *A First Course in Probability.* Macmillian Publishing Company. New York
13. Scheaffer, R.L. 1990. *Introduction to Probability and Applications.* PWS Kent, Boston.
14. Sprott, D.A. 1958. “The method of maximum likelihood applied to the Poisson binomial distribution”. Biometrika, 14, 97-106.
15. Shumway, R. Gurland, J. 1960. *A fitting pocedure for some generalized Poisson Distribution.* Biometrika, 43, 87-108.
16. Silk, John. 1979. *Statistical Concepts in Geography.* London : GEORGE ALLEN & UNWIN LTD
17. Thomas, R. W. 1977. *An Introduction to Quadrat Analysis.* Norwich : Geo Abstracts Ltd
18. Walpole, R.E, Myers, R.H, Myers, S.L, & Ye, K. 2002. *Probability & Statistics for Engineers & Scientist 7th edition.* Prentica Hall. New Jersey.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar IPB.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin IPB.