

IMPLEMENTASI *FLEET SIZE AND MIX VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS* PADA PENDISTRIBUSIAN KORAN

Maya Widyastiti^{*)}, Farida Hanum, Toni Bakhtiar

Departemen Matematika FMIPA, Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680

^{*)} maya.widyastiti@gmail.com

ABSTRAK

Pendistribusian hasil produksi merupakan salah satu bagian penting dari kegiatan sebuah perusahaan. Beberapa permasalahan yang sering dihadapi oleh perusahaan dalam melaksanakan pendistribusian hasil produksi antara lain menentukan rute kendaraan yang dapat mengoptimalkan jarak tempuh atau biaya perjalanan, waktu tempuh, banyaknya kendaraan yang dioperasikan, dan sumber daya lain yang tersedia. Masalah penentuan rute dalam pendistribusian koran menjadi sangat penting mengingat koran memuat berbagai berita baru sehingga kedatangan koran tepat pada waktunya menjadi sangat diperlukan. Dalam penelitian ini, masalah penentuan rute optimal pada pendistribusian koran diformulasikan menjadi VRP dengan kapasitas kendaraan yang tidak sama (heterogen) dan terdapat *time windows* (selang waktu) pada setiap pelanggan sehingga setiap pelanggan harus dilayani pada selang waktunya masing-masing (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows*). Di sini dibahas tiga kasus pendistribusian koran, yaitu kasus dengan semua kendaraan digunakan, kasus dengan tidak semua kendaraan digunakan yang dibedakan lagi dari fungsi objektifnya yaitu meminimumkan biaya, dan meminimumkan banyaknya kendaraan. Permasalahan pendistribusian koran pada penelitian ini diselesaikan dengan metode *branch and bound* dan dibantu dengan perangkat lunak LINGO 11.0. Di setiap kasus diperoleh hasil berupa rute optimal yang meminimumkan jarak atau biaya atau banyaknya kendaraan.

Katakunci: optimasi, *vehicle routing problem*, *time windows*, pendistribusian koran

1 PENDAHULUAN

Koran merupakan salah satu produk yang berisi informasi tentang berbagai kejadian yang terjadi di berbagai tempat. Bisnis koran ini mengharuskan produk dapat sampai ke pelanggan dengan tepat waktu. Oleh karena itu, masalah pendistribusian koran menjadi sangat penting mengingat koran memuat berbagai berita baru sehingga kedatangan koran tepat pada waktunya menjadi sangat diperlukan.

Permasalahan pendistribusian koran dari suatu perusahaan ke para pelanggan secara matematis dapat diformulasikan sebagai suatu *Vehicle Routing Problem* (VRP). Dengan VRP

dapat diperoleh suatu rute dengan jarak atau total biaya pendistribusian yang seminimum mungkin. Rute tersebut merupakan rute kendaraan yang mengunjungi setiap pelanggan tepat satu kali dengan mempertimbangkan kendala yang ada. VRP memiliki beberapa variasi, antara lain VRP dengan batasan kapasitas kendaraan yang disebut *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)* dan VRP dengan adanya batasan selang waktu tertentu untuk melayani setiap pelanggan yang biasa disebut *Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)*. Dalam penelitian ini, masalah penentuan rute optimal pada pendistribusian koran diformulasikan menjadi VRP dengan kapasitas kendaraan yang tidak sama (heterogen) dan terdapat *time windows* pada setiap pelanggan sehingga setiap pelanggan harus dilayani pada selang waktu masing-masing, yang biasa dinyatakan sebagai *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows (FSMVRPTW)*.

2VEHICLE ROUTING PROBLEM

Vehicle Routing Problem (VRP) pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 yang berorientasi pada masalah optimasi kombinatorial yaitu optimasi yang melibatkan banyak variabel. VRP adalah masalah penentuan rute kendaraan dalam mendistribusikan barang dari tempat produksi yang dinamakan depot ke pelanggan dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Batasan-batasan yang harus dipenuhi ialah setiap kendaraan yang akan mendistribusikan barang ke pelanggan harus memulai rute perjalanan dari tempat produksi (depot), setiap pelanggan hanya boleh dilayani satu kali oleh satu kendaraan, setiap pelanggan mempunyai permintaan yang harus dipenuhi dan diasumsikan permintaan tersebut sudah diketahui sebelumnya. Setiap kendaraan memiliki batasan kapasitas tertentu artinya setiap kendaraan akan melayani pelanggan sesuai dengan kapasitasnya. Selanjutnya, tidak terdapat subrute untuk setiap kendaraan [1].

Secara matematis, VRP dapat dinyatakan sebagai suatu digraf $G = (V, A)$, dengan $V = \{0, 1, \dots, n\}$ adalah himpunan simpul yang menunjukkan lokasi pelanggan dan $A = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ yaitu himpunan sisi berarah yang menyatakan jalan penghubung antarlokasi pelanggan [1]. *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem (FSMVRP)* ialah variasi dari *Vehicle Routing Problem (VRP)* yang menentukan kombinasi dan rute yang ditempuh oleh kendaraan yang berbeda agar dapat melayani suatu himpunan pelanggan dengan permintaan yang sudah diketahui [2]. Pada *Fleet Size and Mix Vehicle Routing*

Problem with Time Windows (FSMVRPTW), pelanggan perlu dilayani dalam *time windows* masing-masing untuk meminimumkan biaya dengan kapasitas kendaraan yang tidak sama (heterogen)[3].

3 DESKRIPSI DAN FORMULASI MASALAH

Permasalahan yang sering dihadapi oleh perusahaan dalam mendistribusikan hasil produksi ialah menentukan rute kendaraan yang mengoptimalkan jarak tempuh atau biaya perjalanan, waktu tempuh, banyaknya kendaraan yang digunakan, dan sumber daya lain yang tersedia. Kendala yang harus dipertimbangkan dalam melakukan pendistribusian antara lain kapasitas kendaraan, jumlah permintaan setiap pelanggan, dan jarak antarpelanggan. Penentuan rute kendaraan yang optimal bertujuan agar semua permintaan pelanggan dapat terlayani dengan baik dan tepat pada waktunya, serta pada akhirnya keuntungan yang diperoleh perusahaan pun akan optimal.

Ada beberapa pendistribusian produk yang memiliki hubungan dengan waktu pelayanan, seperti pendistribusian sayuran, koran, susu, dan sebagainya. Dalam penelitian ini, penentuan rute optimalnya diterapkan pada masalah pendistribusian koran. Karena koran berisi informasi tentang berbagai kejadian yang terjadi di berbagai negara, maka kedatangan koran tepat waktu kepada pelanggan menjadi salah satu hal yang penting dalam melakukan pendistribusian. Agar pelanggan dapat dilayani dengan tepat waktu, maka koran yang telah dicetak oleh perusahaan percetakan harus langsung didistribusikan kepada semua pelanggan menggunakan kendaraan dengan kapasitas tertentu. Setiap kendaraan memiliki kecepatan tertentu dan terdapat biaya penggunaan kendaraan. Selain itu, setiap pelanggan memiliki *time windows* yang beragam.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam masalah penentuan rute optimal dalam penelitian ini ialah:

1. banyaknya permintaan pelanggan sudah diketahui,
2. semua permintaan pelanggan dapat dipenuhi oleh perusahaan (produsen),
3. jenis produk yang didistribusikan adalah homogen,
4. jarak antarpelanggan adalah simetrik, artinya jarak dari pelanggan i ke pelanggan j sama dengan jarak dari pelanggan j ke pelanggan i ,
5. biaya perjalanan sebanding dengan jarak antarpelanggan,

6. kecepatan dari setiap jenis kendaraan berbeda satu sama lain dan konstan, artinya tidak ada yang mempercepat dan memperlambat kecepatan kendaraan tersebut,
7. setiap kendaraan yang digunakan akan berangkat dari perusahaan pukul 02.00 atau pada saat $t = 0$.

Masalah penentuan rute optimal dapat diformulasikan sebagai suatu ILP (*Integer Linear Programming*) dengan himpunan, indeks, parameter dan variabel keputusannya didefinisikan sebagai berikut.

$K = \{1, 2, \dots, r\}$ = himpunan kendaraan,

$H = \{2, 3, \dots, n\}$ = himpunan pelanggan,

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ = himpunan depot dan pelanggan, dengan 1 menyatakan depot,

i, j, p = indeks untuk menyatakan pelanggan dan depot,

k = indeks untuk menyatakan kendaraan,

c_{ij} = biaya perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j

q_i = banyaknya permintaan dari pelanggan i

a_k = kapasitas dari kendaraan k

f_k = biaya penggunaan kendaraan k

t_{ijk} = lama perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j menggunakan kendaraan k

d_{ij} = jarak antara pelanggan i dan pelanggan j

v_k = kecepatan kendaraan k

$[e_i, l_i]$ = *time windows* pelanggan i , dengan e_i adalah waktu tercepat pelanggan i dilayani dan l_i adalah waktu terlama pelanggan i dilayani

s_i = lama pelayanan pelanggan i

b_{ik} = waktu pelanggan i mulai dilayani oleh kendaraan k

M = konstanta positif yang nilainya relatif besar.

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika pelanggan } j \text{ dilayani setelah} \\ & \text{pelanggan } i \text{ oleh kendaraan } k \\ 0, & \text{jika sebaliknya.} \end{cases}$$

Fungsi Objektif

Fungsi objektif y dari penentuan rute optimal dalam pendistribusian koran ialah meminimumkan total biaya yang harus dikeluarkan oleh suatu perusahaan (depot) dalam

melakukan pendistribusian hasil produksi ke sejumlah pelanggan. Biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan terdiri atas biaya tetap penggunaan kendaraan y_1 dan biaya perjalanan dalam pendistribusian hasil produksi y_2 . Fungsi objektif dari penentuan rute optimal dapat diberikan sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } y := y_1 + y_2,$$

$$\text{dengan } y_1 := \sum_{k \in K} f_k \sum_{j \in H} x_{1jk}, \text{ dan } y_2 := \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk}.$$

Kendala yang harus dipenuhi untuk melakukan pendistribusian hasil produksi ialah:

1. Setiap kendaraan harus berangkat dari depot dan seluruh kendaraan harus digunakan untuk melayani pelanggan,

$$\sum_{j \in H} x_{1jk} = 1, \forall k \in K.$$

2. Setiap pelanggan dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan,

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{ijk} = 1, \forall j \in H, \sum_{k \in K} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} x_{ijk} = 1, \forall i \in H.$$

3. Rute harus kontinu, artinya setiap kendaraan yang mengunjungi suatu pelanggan pasti akan meninggalkan pelanggan tersebut,

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{ipk} - \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq p}} x_{pjk} = 0, \forall p \in H, \forall k \in K.$$

4. Total permintaan dari semua pelanggan untuk setiap kendaraan tidak melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan: $\sum_{i \in H} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} q_i x_{ijk} \leq a_k, \forall k \in K.$

5. Lama perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j menggunakan kendaraan k dapat ditentukan dengan membagi jarak pelanggan i ke pelanggan j dengan kecepatan dari kendaraan, $t_{ijk} = \frac{d_{ij}}{v_k}, \forall i, j \in N, i \neq j, \forall k \in K.$

6. Waktu pelanggan j mulai dilayani oleh kendaraan k (b_{jk}) dapat ditentukan dari penjumlahan antara waktu untuk melayani pelanggan i (b_{ik}), lama melayani pelanggan i (s_i) ditambah waktu perjalanan dari pelanggan i ke j (t_{ijk}), dan menjamin bahwa tidak terdapat *subtour* pada formulasi yang dibuat. Rute pendistribusian yang memuat suatu *subtour* merupakan solusi yang takfeasibel.

$$b_{ik} + s_i + t_{ijk} - M(1 - x_{ijk}) \leq b_{jk}, \forall i \in N, \forall j \in H, i \neq j, \forall k \in K.$$

7. Waktu pelanggan i mulai dilayani oleh kendaraan k berada di antara *time windows* dari pelanggan i , $e_i \leq b_{ik}, b_{ik} + s_i \leq l_i, \forall i \in H, \forall k \in K$.
8. Variabel b_{ik} merupakan variabel taknegatif: $b_{ik} \geq 0, \forall i \in H, \forall k \in K$.
9. Variabel keputusan x_{ijk} merupakan variabel keputusan yang bernilai 0 atau 1, $x_{ijk} \in \{0,1\}, \forall i, j \in N, i \neq j, \forall k \in K$.

4 STUDI KASUS

Serambi Indonesia merupakan salah satu surat kabar yang terbit setiap hari di Banda Aceh. Surat kabar ini mulai diterbitkan pertama kali pada tahun 1989 oleh PT Harian Serambi Indonesia yang terletak di Jalan Laks Malahayati Km 6.5, Banda Aceh, Nanggroe Aceh Darussalam. Perusahaan ini memproduksi koran yang kemudian didistribusikan kepada sejumlah agen yang ada.

PT Harian Serambi Indonesia yang bertindak sebagai depot, dinyatakan dengan Agen 1, akanmendistribusikan koran ke 14 agennya, yang dinyatakan dengan Agen 2–15. Data yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu data jarak antaragen dan data permintaan setiap agen, adalah data distribusi koran PT Harian Serambi Indonesia Nanggroe Aceh Darussalam pada depot percetakan Banda Aceh yang diperoleh dari [4]. Data lainnya, yaitu lama pelayanan, *time windows*, kapasitas kendaraan, banyaknya kendaraan, biaya penggunaan kendaraan, dan kecepatan kendaraan untuk setiap jenis kendaraan, merupakan data hipotetik.

Tabel 1 Jarak antaragen (dalam kilometer)

Agen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	5	7	12	35	7	19	3	8	30	48	75	95	105	119
2	5	0	3	8	31	2	14	8	13	35	53	80	100	110	124
3	7	3	0	5	28	5	17	10	15	37	55	82	102	112	126
4	12	8	5	0	27	10	22	15	20	42	60	87	107	117	131
5	35	31	28	27	0	33	45	38	43	65	83	110	130	140	154
6	7	2	5	10	33	0	12	10	15	37	55	82	102	112	126
7	19	14	17	22	45	12	0	22	27	49	67	94	114	124	138
8	3	8	10	15	38	10	22	0	5	27	45	72	92	102	116
9	8	13	15	20	43	15	27	5	0	22	40	67	87	97	111
10	30	35	37	42	65	37	49	27	22	0	18	45	65	75	89
11	48	53	55	60	83	55	67	45	40	18	0	27	47	57	71
12	75	80	82	87	110	82	94	72	67	45	27	0	20	30	44
13	95	100	102	107	130	102	114	92	87	65	47	20	0	10	24
14	105	110	112	117	140	112	124	102	97	75	57	30	10	0	14
15	119	124	126	131	154	126	138	116	111	89	71	44	24	14	0

Tabel 2 Banyaknya permintaan, waktu pelayanan, dan *time windows* dari setiap agen

No.	Nama Agen	Banyaknya Permintaan (Eksemplar/hari)	Lama Pelayanan (menit)	<i>Time Windows</i> (menit)
1	PT Harian Serambi Indonesia (Depot)	0	0	[0,0]
2	Trimora Agency Banda Aceh	3950	40	[15,150]
3	Dadang Supriadi Lampriet	1480	15	[30,150]
4	Darussalam Post	1621	17	[45,175]
5	Azra Agency Krueng Raya	1892	19	[75,180]
6	Joni Sukandar Seutui	1175	12	[60,150]
7	Nila Agency Lhoknga	635	7	[45,180]
8	Montasik Raya Post Lambaro Kafee	655	7	[30,180]
9	Abrah Agency Sibreh	612	7	[45,150]
10	Makmu Beusaree Indrapuri	595	6	[30,180]
11	Banora Agency Seulimun	493	5	[60,175]
12	Saree Agency	250	3	[30,150]
13	Syahril Agency Padang Tiji	520	6	[45,180]
14	Mulyadi Agency Sigli	1850	19	[60,180]
15	Sunaryati Agency Beureunun	1610	17	[15,150]

Tabel 3 Data kendaraan yang tersedia

No	Jenis Kendaraan	Banyaknya Kendaraan (Unit)	Kapasitas Kendaraan (eksemplar)	Biaya Tetap Kendaraan (Rupiah)	Biaya Perjalanan (Rupiah/km)	Kecepatan (km/menit)
1	Boks kecil	3	1000	100.000	1.000	0.9
2	Boks sedang	3	3000	280.000	1.000	1
3	Boks besar	2	4000	375.000	1.000	1.2

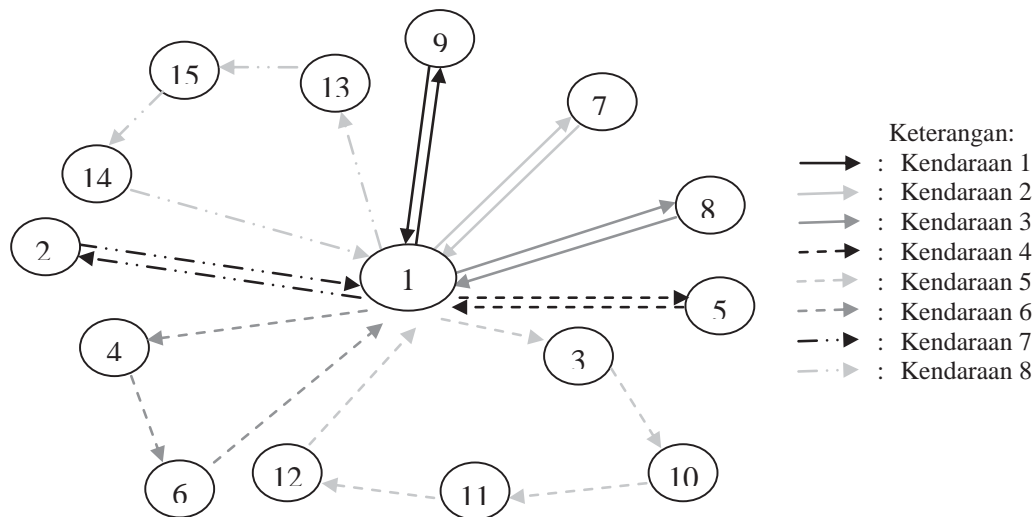
Pada penelitian ini, koran dikirim kepada sejumlah agen yang jumlah permintaannya telah diketahui. Data jarak antaragen dapat dilihat di Tabel 1. Pendistribusian koran dilakukan setiap hari pada selang waktu tertentu, yaitu pukul 02.00 sampai dengan pukul 05.00, dengan

pukul 02.00 dinyatakan sebagai waktu 0 dan pukul 05.00 sebagai 180. Setiap kendaraan hanya dapat melayani agen sesuai dengan *time windows* dari agen tersebut. Data banyaknya permintaan, lama pelayanan, dan *time windows* dari setiap agen diberikan pada Tabel 2, dan data lainnya diberikan di Tabel 3.

Pada penelitian ini dilakukan 3 simulasi. Pada Simulasi 1, PT Harian Serambi Indonesia harus meminimumkan biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan dengan menggunakan semua kendaraan yang tersedia. Pada Simulasi 2a, akan diminimumkan banyaknya kendaraan yang akan digunakan, sedangkan pada Simulasi 2b, perusahaan ingin meminimumkan biaya namun tidak semua kendaraan harus digunakan.

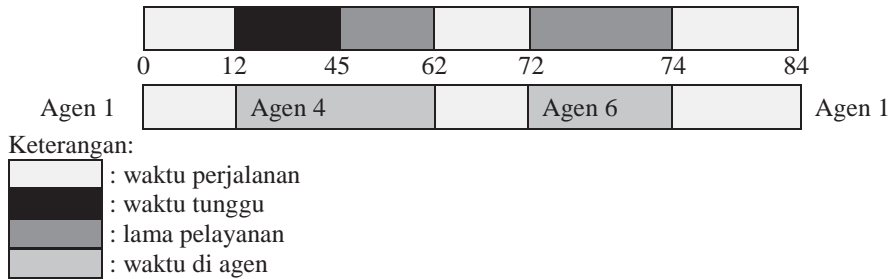
Dengan formulasi FSMVRPTW dan dengan bantuan perangkat lunak LINGO 11.0 diperoleh solusi optimal sebagai berikut:

Solusi yang diperoleh dari Simulasi 1 ialah solusi optimal dengan nilai fungsi objektif atau total biaya yang dibutuhkan untuk melakukan pendistribusian koran sebesar Rp2.461.000 yang didapatkan pada iterasi ke-3800857. Waktu yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi tersebut sekitar 54 menit 26 detik dengan menggunakan komputer Intel® Atom™ CPU N455@1.66Ghz 1 GB DDR3. Rute pendistribusian koran yang diperoleh dari hasil proses komputasi dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Rute pendistribusian koran PT Harian Serambi Indonesia Simulasi 1.

Contoh waktu perjalanan salah satu kendaraan, yaitu Kendaraan 6, diberikan pada Gambar 2.



Gambar 2 Bagan waktu pendistribusian koran pada Simulasi 1 menggunakan Kendaraan 6.

Fungsi objektif untuk Simulasi 2a ialah meminimumkan banyaknya kendaraan yang harus digunakan: Minimumkan $y := \sum_{k=1}^8 z_k$ dengan kendala seperti pada Simulasi 1, dengan perubahan: Kendala 1 pada Simulasi 1 diubah menjadi:

a. Tidak ada agen yang dilayani oleh kendaraan yang tidak dijalankan,

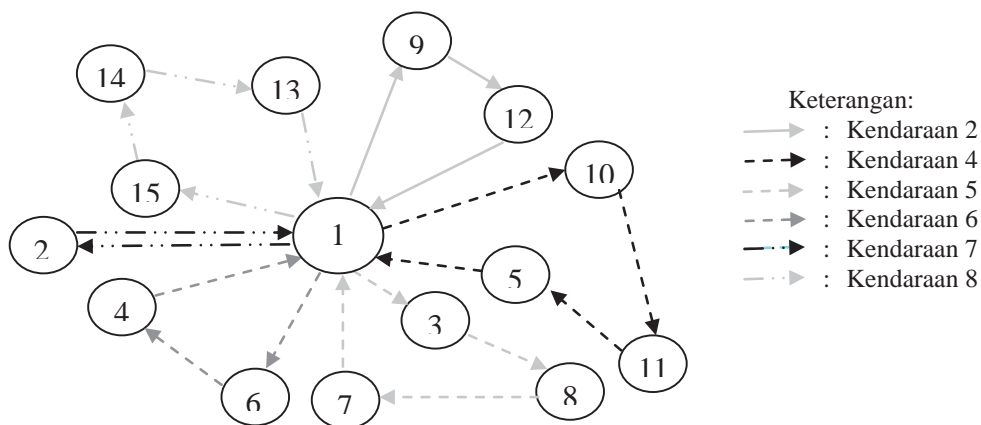
$$x_{ijk} \leq z_k, \forall i, j \in 1, 2, \dots, 15; i \neq j; \forall k \in 1, 2, \dots, 8.$$

b. Tidak semua kendaraan keluar dari depot, $\sum_{j=2}^{15} x_{1jk} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, 8.$

Kendala 2 – 9 sama seperti pada Simulasi 1, dan ditambahkan Kendala 10, yaitu

10. Variabel keputusan z_k merupakan variabel keputusan yang bernilai 0 atau 1.

Solusi optimal dari Simulasi 2a rute yang menggunakan 6 kendaraan. Waktu yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi tersebut sekitar 26 menit 47 detik. Rute pendistribusian koran dapat dilihat pada Gambar 3.

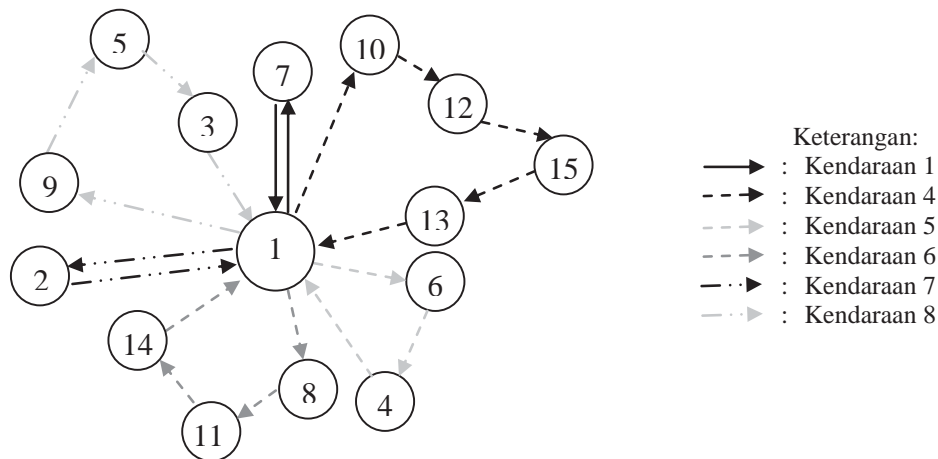


Gambar 3 Rute pendistribusian koran PT Harian Indonesia Simulasi 2a.

Fungsi objektif untuk Simulasi 2b ialah meminimumkan banyaknya kendaraan dan total biaya pendistribusian koran, yaitu Minimumkan $y := y_1 + y_2$, dengan:

$$y_1 := \sum_{k=1}^8 f_k z_k, \quad y_2 := \sum_{i=1}^{15} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{15} \sum_{k=1}^8 c_{ij} x_{ijk}.$$

dan terhadap kendala seperti pada Simulasi 2a. Solusi yang diperoleh dari Simulasi 2b ialah solusi optimal dengan total biaya yang dibutuhkan oleh PT Harian Serambi Indonesia untuk melakukan pendistribusian koran sebesar Rp.2.301.000 yang didapatkan pada iterasi ke-245694192. Waktu yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi tersebut sekitar 89 jam 35 menit 44 detik.



Gambar 4 Rute pendistribusian koran PT Harian Serambi Indonesia Simulasi 2b.

5 DAFTAR PUSTAKA

- [4] Toth P, Vigo D. 2002. An overview of vehicle routing problems. Di dalam Toth P, et al., editor. *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia: Siam; hlm. 1-26.
- [5] Dell'Amico M, Monaci M, Paganì C, Vigo D. 2007. Heuristic approaches for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*; 41(4):516-526.

- [6] Belfiore PP, Favero LPL. 2007. Scatter search for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *CEJOR*; 15:351-368.
- [7] Iskandar.2010. Model optimasi *vehicle routing problem* dan implementasinya[tesis].Bogor: Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.