



FORUM STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Vol. 13 No. 2, Oktober 2008

Pengaruh Ketakbiasan Variabel terhadap Akurasi Metode Simple Naïve Bayesian Classifier	Bagus Sartono	1 - 3
Bootstrap Confidence Bands for Survivor Function of Two Parameters Exponential Distribution under Multiple Type-II Censoring On Simple Case	Akhmad Fauzy	4 - 9
Pendeteksian Pencilan Aditif dan Inovatif Dalam Data Deret Waktu Melalui Metode Iteratif	Kusman Sadik Erfiani Noviyanita WP	10 - 16
Interpolasi Spasial Cokriging Bagi Pemetaan Fosfor Tanah Sawah	Mohammad Masjkur	17 - 25
Perbandingan Model Gamma Dengan Log-Normal Dalam Perspektif GLM	Gusti Ngurah Adhi Wibawa Khairil A. Notodiputro	26 - 31

**Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor
Bogor, Indonesia**

PENDETEKSIAN PENCILAN ADITIF DAN INOVATIF DALAM DATA DERET WAKTU MELALUI METODE ITERATIF

Kusman Sadik, Erfiani, Noviyanita WP
Departemen Statistika FMIPA Institut Pertanian Bogor

E-mail : kusmansadik@yahoo.com

Abstrak

Terdapat dua jenis pencilan dalam data deret waktu yaitu pencilan aditif (AO) dan pencilan inovatif (IO). Keberadaan pencilan dalam data deret waktu tidak dapat dihilangkan begitu saja disebabkan adanya korelasi yang tinggi antar pengamatan tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk mendeteksi pencilan AO dan IO dalam data deret waktu menggunakan prosedur iteratif. Penelitian ini menggunakan data simulasi untuk mendeteksi pencilan AO dan IO pada tiga ukuran data yaitu $n=50$, $n=100$, dan $n=150$ serta lima ukuran pencilan yaitu $\omega=1.5k$, $\omega=k$, $\omega=0.9k$, $\omega=0.8k$, dan $\omega=0.75k$, dengan k adalah kisaran data yang masing-masing diulang 10 kali. Hasil penelitian menunjukkan persentase ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan AO dengan $\omega=1.5k$ dan $\omega=k$ pada berbagai n bervariasi antara 40% sampai 70%, sedangkan pada $\omega=0.9k$, $\omega=0.8k$ dan $\omega=0.75k$ menunjukkan hasil yang sama sekitar 25% sampai 70%. Pada pendeteksian pencilan inovatif diperoleh persentase ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan IO hampir sama untuk semua nilai ω yaitu berkisar antara 50% sampai 80%. Ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan semakin meningkat seiring dengan meningkatnya nilai n dan ω .

Kata kunci : additive outlier, innovations outlier, inverse autocorrelation function (IACF)

PENDAHULUAN

Deret waktu merupakan barisan tataan menurut waktu yang teramati dari suatu peubah. Terdapat berbagai objek yang dipelajari dalam deret waktu, termasuk peramalan di masa yang akan datang. Unsur dominan pada deret waktu adalah adanya korelasi antar amatan serta amatan yang tersusun menurut suatu tataan tertentu. Adanya unsur korelasi antar amatan ini mengakibatkan prosedur dan teknik yang mendasarkan asumsi saling bebas tidak dapat diterapkan, oleh sebab itu diperlukan suatu metode pendekatan yang berbeda dengan metode-metode yang berdasar pada aspek saling bebas.

Wei (1989) juga mengemukakan bahwa pengamatan deret waktu kadangkala dipengaruhi oleh peristiwa yang tidak terduga seperti adanya pemogokan, perang, kerusakan politik, krisis ekonomi, kebijakan pemerintah, maupun kejadian-kejadian eksternal yang lain. Peristiwa-peristiwa tersebut menimbulkan konsekuensi adanya pengamatan yang tidak konsisten dalam deret waktu tersebut. Pengamatan yang tidak konsisten ini dinamakan pencilan. Dua pencilan tersebut

adalah pencilan aditif dan pencilan inovatif (Barnett & Lewis 1994).

Pengamatan yang merupakan pencilan dalam data deret waktu tidak dapat dihilangkan begitu saja disebabkan eratnya korelasi antar amatan dalam deret tersebut, sehingga kemungkinan pencilan akan berpengaruh terhadap beberapa pengamatan sesudahnya. Keberadaan pencilan juga dapat menyebabkan hasil pendugaan menjadi tidak valid. Pencilan dalam data deret waktu akan berpengaruh pada peramalan di masa mendatang. Keberadaan pencilan ini seringkali tersamar, dalam arti tidak semua pencilan dalam data deret waktu dapat terlihat secara langsung dari plot deret waktunya (Barnett & Lewis 1994), oleh sebab itu diperlukan prosedur untuk mendeteksi dan menghilangkan pengaruh adanya pencilan (Wei 1989). Chang, Tiao, dan Chen (1988) mengembangkan suatu metode untuk mendeteksi keberadaan pencilan dalam data deret waktu melalui metode pendeteksian pencilan secara iteratif.

Penelitian ini mencoba mendeteksi adanya pencilan dalam data deret waktu menggunakan metode iteratif pada berbagai kombinasi banyaknya data dan ukuran pencilan dengan nilai kritis tertentu serta mengamati persentase ketepatan prosedur

iteratif dalam mendeteksi pencilan. Tujuan penelitian ini adalah mendeteksi pencilan aditif dan inovatif dalam data deret waktu menggunakan prosedur iteratif.

TINJAUAN PUSTAKA

Model Deret Waktu Stasioner

Model umum deret waktu yang stasioner (Z_t) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (1)$$

dengan a_t merupakan ingar putih (*white noise*), yang berupa barisan peubah acak yang saling bebas dan mempunyai sebaran identik dengan nilai tengah atau $E(a_t)=0$ dan ragam $\text{Var}(a_t)=\sigma_a^2$, dibatasi $\sum \psi_t^2 < \infty$. Pengidentifikasi model dapat menggunakan *inverse autocorrelation function* (IACF) dengan persamaan:

$$\begin{aligned} \gamma^{(1)}(B) &= \frac{1}{\gamma(B)} = \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k^{(1)} B^k}{\gamma(B)} \\ &= \frac{1}{\sigma_a^2} \frac{\phi_p(B)\phi_p(B^{-1})}{\theta_q(B)\theta_q(B^{-1})} \end{aligned}$$

Pencilan Aditif dan Pencilan Inovatif

Menurut Barnett dan Lewis (1994), pencilan adalah sebuah atau suatu sub-gugus pengamatan yang tidak konsisten dengan pengamatan-pengamatan yang lain dalam sebuah gugus data. Wei (1989) mengemukakan suatu proses stasioner, misalkan Z_t merupakan data deret waktu, sedangkan X_t merupakan deret pencilan yang diasumsikan mengikuti model ARMA (p, q) yang ditulis:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)a_t$$

dengan $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ dan

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ adalah stasioner serta $\{a_t\}$ adalah ingar putih yang merupakan barisan yang bebas dan berupa peubah acak yang menyebar bebas stokastik identik $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$.

Pencilan aditif atau yang dikenal dengan pencilan model AO didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} Z_t &= \begin{cases} X_t & t \neq T \\ X_{t+\omega} & t = T \end{cases} \\ &= X_t + \omega I_t^{(T)} \\ &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t + \omega I_t^{(T)} \end{aligned}$$

dengan $I_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & t \neq T \\ 0 & t = T \end{cases}$

merupakan peubah indikator yang mengindikasikan keberadaan pencilan pada waktu T .

Keberadaan pencilan aditif dalam data deret waktu MA(1) dapat dimodelkan sebagai:

$$\begin{aligned} Z_t &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t + \omega I_t^{(T)} = \theta(B)a_t + \omega I_t^{(T)} \\ &= (1 - \theta_1 B)a_t + \omega I_t^{(T)} = a_t - \theta_1(B)a_t + \omega I_t^{(T)} \\ &= a_t - \theta_1 a_{t-1} + \omega I_t^{(T)} \end{aligned}$$

Pencilan inovatif yang dikenal dengan pencilan model IO didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} Z_t &= X_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \omega I_t^{(T)} \\ &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} (a_t + \omega I_t^{(T)}) \end{aligned}$$

Keberadaan pencilan inovatif dalam data deret waktu MA(1) dapat dimodelkan sebagai:

$$\begin{aligned} Z_t &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} (a_t + \omega I_t^{(T)}) = \theta(B)(a_t + \omega I_t^{(T)}) \\ &= (1 - \theta_1 B)(a_t + \omega I_t^{(T)}) \\ &= a_t - \theta_1(B)a_t + \omega I_t^{(T)} - \theta_1(B)\omega I_t^{(T)} \\ &= a_t - \theta_1 a_{t-1} + \omega I_t^{(T)} - \theta_1 \omega I_{t-1}^{(T)} \quad (13) \end{aligned}$$

Barnett dan Lewis (1994) menyebutkan bahwa pencilan tipe AO merupakan suatu pencilan yang terisolasi, artinya keberadaannya tidak mempengaruhi pengamatan-pengamatan lain, baik itu pengamatan sebelum maupun pengamatan sesudah pencilan. Berbeda dengan tipe AO, pencilan tipe IO adalah pencilan yang mempengaruhi beberapa pengamatan sesudahnya, sehingga pencilan tipe IO ini terkadang tidak dapat terdeteksi secara langsung melalui plot datanya. Keberadaannya yang tersamar ini membuat pencilan IO disebut juga pencilan tipe "inherent".

Secara umum, suatu data deret waktu dapat terdiri dari beberapa (k) tipe pencilan yang berbeda yang secara umum dapat dimodelkan sebagai :

$$\begin{aligned} Z_t &= \sum_{j=1}^k \omega_j v_j(B) I_t^{(T_j)} + X_t \\ X_t &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \end{aligned}$$

dengan $v_j(B) = 1$ untuk model AO, dan

$$v_j(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \text{ untuk model IO pada waktu } t = T_j$$

Prosedur Iteratif TIAO

Prosedur iteratif yang diperkenalkan oleh Tiao *et al.* (1988) merupakan suatu prosedur untuk mendeteksi terjadinya pencilan tipe AO maupun IO. Prosedur ini dirancang untuk mendeteksi keberadaan pencilan serta mengidentifikasi jenis atau tipe pencilan secara simultan.

$$\pi(B) = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)$$

dan $e_t = \pi(B)Z_t$

maka diperoleh diperoleh

$$\text{AO} : e_t = \omega \pi(B)I_t^{(T)} + a_t \quad \text{dan}$$

$$\text{IO} : e_t = \omega I_t^{(T)} + a_t$$

Penduga bagi ω untuk tipe AO ($\hat{\omega}_{AT}$) adalah

$$\hat{\omega}_{AT} = \frac{e_t - \sum_{j=1}^{n-t} \pi_j e_{t+j}}{\sum_{j=0}^{n-t} \pi_j^2} = \frac{\pi^*(F)e_t}{\tau^2}$$

dengan $\pi^*(F) = (1 - \pi_1 F - \pi_2 F^2 - \dots - \pi_{n-t} F^{n-t})$,

F merupakan *forward shift operator* sehingga

$$F e_t = e_{t+1} \quad \text{dan} \quad \tau^2 = \sum_{j=0}^{n-t} \pi_j^2.$$

Penduga bagi ω untuk tipe IO ($\hat{\omega}_{IT}$) adalah

$$\hat{\omega}_{IT} = e_t$$

Penerapan pada deret MA(q) dijabarkan sebagai berikut:

$$\pi(B)Z_t = \frac{1}{\theta_q(B)} Z_t = a_t$$

$$\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots = 1/\theta_q(B)$$

sedangkan pada MA(1) menjadi:

$$\pi(B) = \frac{1}{(1 - \theta_1 B)}$$

$$(1 - \theta_1 B)(1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \pi_3 B^3 - \dots) = 1$$

$$1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \pi_3 B^3 - \theta_1 B - (\pi_1 \theta_1) B^2 - \dots = 1$$

$$1 - (\pi_1 + \theta_1) B - (\pi_2 + \pi_1 \theta_1) B^2 - \dots = 1$$

sehingga $\pi_j = -\theta_1^j$ untuk $j \geq 1$. Adapun penduga ω

untuk tipe AO ($\hat{\omega}_{AT}$) pada deret MA(1) adalah

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{AT} &= \frac{e_t - \sum_{j=1}^{n-t} \pi_j e_{t+j}}{\sum_{j=0}^{n-t} \pi_j^2} \\ &= \frac{e_t - (-\theta_1 e_{t+j})}{1^2 + (-\theta_1)^2} \\ &= \frac{e_t + \theta_1 e_{t+j}}{1 + \theta_1^2} \end{aligned}$$

Statistik uji untuk tipe AO dan IO adalah

$$\text{AO} : \lambda_{1,T} = \tau \hat{\omega}_{AT} / \sigma_a$$

$$\text{IO} : \lambda_{2,T} = \hat{\omega}_{IT} / \sigma_a$$

BAHAN DAN METODE

Bahan

Penelitian ini menggunakan data simulasi pembangkitan data deret waktu stasioner MA(1) dengan parameter $\theta = 0.1$ dan tiga macam ukuran

data, yaitu $n=50$, $n=100$, dan $n=150$ yang masing-masing ditambahkan dengan 2 pencilan AO, 2 pencilan IO, 2 pencilan AO dan 1 IO, 1 pencilan AO dan 2 IO, serta 2 pencilan AO dan 2 IO. Pemberian pencilan dilakukan dengan menambahkan konstanta (ω) pada deret. Adapun ω yang ditambahkan ada lima macam, yaitu $\omega=1.5k$, $\omega=k$, $\omega=0.9k$, $\omega=0.8k$, dan $\omega=0.75k$, dengan k adalah kisaran (*range*) data yang dirumuskan $k=\max-\min$. Masing-masing gugus data diulang sebanyak sepuluh kali. Penambahan konstanta dilakukan secara acak (*random*) pada gugus data dengan hasil penempatan sebagai berikut:

Metode

Langkah-langkah prosedur iteratif Tiao adalah:

1. Model deret waktu (Z_t) diasumsikan bebas

pencilan, kemudian hitung residual (\hat{e}_t) dari model dugaan

$$\hat{e}_t = \hat{\pi}(B)Z_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} Z_t \quad \text{dan}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2$$

Pada kasus MA(1), residual dari model dugaan ini dirumuskan :

$$\begin{aligned} \hat{e}_t &= \hat{\pi}(B)Z_t = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)Z_t \\ &= (1 + \hat{\theta}_1 B)Z_t = Z_t + \hat{\theta}_1 Z_{t-1} \end{aligned}$$

2. Hitung $\hat{\lambda}_{1,t}$ dan $\hat{\lambda}_{2,t}$ untuk $t=1,2,\dots,n$ menggunakan model dugaan, kemudian tentukan

$$\hat{\lambda}_T = \max_t \max_i \left\{ |\hat{\lambda}_{i,t}| \right\}$$

dimana T adalah waktu ketika nilai maksimum terjadi. Pencilan tipe AO terjadi jika

$\hat{\lambda}_T = \left| \hat{\lambda}_{1,t} \right| > C$, dimana C merupakan nilai kritis yang besarnya sama dengan tiga ($C=3$),

kemudian data Z_t dimodifikasi menggunakan

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \hat{\omega}_{AT} I_t^{(T)}$$

kemudian hitung residual yang baru menggunakan

$$\tilde{e}_t = \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} \hat{\pi}(B)I_t^{(T)}$$

Pada kasus MA(1), residual yang baru ini dirumuskan dengan:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_t &= \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} \hat{\pi}(B)I_t^{(T)} \\ &= \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) I_t^{(T)} \\ &= \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} (1 + \hat{\theta}_1 B) I_t^{(T)} \\ &= \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} I_t^{(T)} - \hat{\theta}_1 (B) \hat{\omega}_{AT} I_t^{(T)} \\ &= \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} I_t^{(T)} - \hat{\theta}_1 \hat{\omega}_{AT} I_{t-1}^{(T)} \end{aligned}$$

Pada saat $t=T$ diperoleh

$$\tilde{e}_t = \hat{e}_t - \hat{\omega}_{AT} I_T^{(T)}$$

sedangkan saat $t=T+1$ diperoleh

$$\tilde{e}_{T+1} = \hat{e}_{T+1} - \hat{\theta}_1 \hat{\omega}_{AT} I_T^{(T)}$$

dan untuk t selainnya diperoleh

$$\tilde{e}_t = \hat{e}_t$$

Seperti tipe AO, pencilan tipe IO terjadi jika

$$\hat{\lambda}_T = |\hat{\lambda}_{2,t}| > C$$

kemudian data Z_t dimodifikasi menggunakan

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \frac{\hat{\theta}(B)}{\hat{\phi}(B)} \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)}$$

dan residual yang baru dihitung menggunakan

$$\tilde{e}_t = \hat{e}_t - \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)}$$

Dugaan baru $\tilde{\sigma}_a^2$ dihitung dari residual yang telah dimodifikasi. Pada kasus MA(1), modifikasi Z_t dilakukan dengan

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_t &= Z_t - \frac{\hat{\theta}(B)}{\hat{\phi}(B)} \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)} \\ &= Z_t - (1 - \hat{\theta}_1 B) \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)} \\ &= Z_t - \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)} + \hat{\theta}_1 \hat{\omega}_{IT} I_{t-1}^{(T)} \end{aligned}$$

Pada saat $t=T$ diperoleh

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \hat{\omega}_{IT} I_t^{(T)}$$

sedangkan saat $t = T + 1$ diperoleh:

$$\tilde{Z}_{T+1} = Z_{T+1} + \hat{\theta}_1 \hat{\omega}_{IT} I_T^{(T)}$$

dan untuk t selainnya diperoleh

$$\tilde{Z}_t = Z_t$$

3. Hitung kembali $\hat{\lambda}_{1,t}$ dan $\hat{\lambda}_{2,t}$ dari nilai residual yang telah dimodifikasi dan $\tilde{\sigma}_a^2$, kemudian ulangi Langkah 2 sampai semua pencilan terdeteksi. Inisial pendugaan bagi $\pi(B)$ tidak diubah.

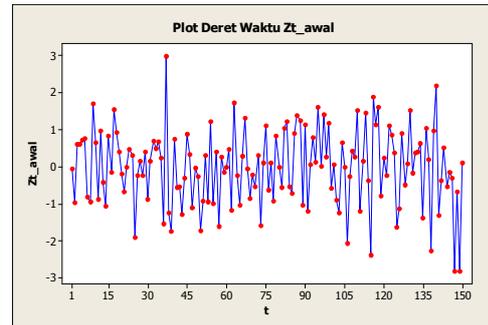
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pendeteksian pencilan aditif, inovatif, maupun campuran dilakukan terhadap data dengan semua kombinasi n dan ω . Ilustrasi pendeteksian pencilan diambil contoh kasus pendeteksian pencilan aditif dan pencilan inovatif dengan $\theta_1 = 0.1$, $n=150$, dan $\omega = 0.75k$, sedangkan tahapan pendeteksian untuk kombinasi data yang lain sama dengan ilustrasi yang diberikan.

Pencilan Aditif

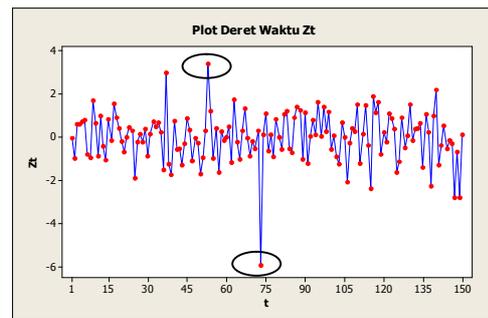
Pembangkitan MA(1) dengan $\theta_1 = 0.1$, $n=150$, dan $\omega = 0.75k$ mendapat nilai dugaan bagi

parameter θ_1 yaitu $\hat{\theta}_1 = 0.137$. Plot deret waktu bagi deret awal ini ditunjukkan oleh Gambar 1.



Gambar 1. Plot deret waktu $n = 150$ dan $\omega = 0.75k$ sebelum ditambah pencilan aditif

Data deret waktu awal kemudian diberi pencilan aditif pada lokasi yang telah ditentukan Hasil penambahan pencilan aditif pada $t=53$ dan $t=73$ ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Plot deret waktu $n = 150$ dan $\omega = 0.75k$ setelah ditambah pencilan aditif

Iterasi pertama dilakukan terhadap data deret waktu yang mengandung pencilan. Menurut (25), maka penghitungan residual dari model dugaan diperoleh dari persamaan $\hat{e}_t = Z_t + 0.086Z_{t-1}$. Berdasarkan nilai residual dari model dugaan diperoleh $\hat{\sigma}_a = 1.15$, kemudian dihitung nilai $\hat{\omega}_{AT}$ menggunakan (21), $\hat{\omega}_{IT}$ menggunakan (19), $\hat{\lambda}_{1,t}$ menggunakan (22), dan $\hat{\lambda}_{2,t}$ menggunakan (23) serta mencari nilai $\hat{\lambda}_T > C$ menggunakan (26). Hasil iterasi pertama ini menunjukkan bahwa $\hat{\lambda}_{73} = |\hat{\lambda}_{1,73}| = 5.15 > 3$, sehingga dapat disimpulkan bahwa observasi ke-73 terdeteksi sebagai pencilan tipe AO.

Proses selanjutnya adalah melakukan modifikasi nilai Z_t menggunakan (27) dan residual yang baru menggunakan (29), yang pada kasus ini didapat

$$\tilde{Z}_{73} = Z_{73} - \hat{\omega}_{73} \quad \text{dan} \quad \tilde{e}_{73} = \hat{e}_{73} - \hat{\omega}_{73}$$

untuk $t=73$,

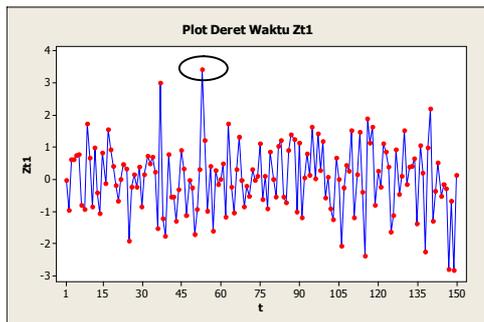
$$\tilde{e}_{74} = \hat{e}_{74} - \hat{\theta}_1 \hat{\omega}_{73} \text{ dan } \tilde{e}_{74} = \hat{e}_{74} - 0.086 \hat{\omega}_{73}$$

untuk $t=74$ serta

$$\tilde{Z}_t = Z_t \text{ dan } \tilde{e}_t = \hat{e}_t$$

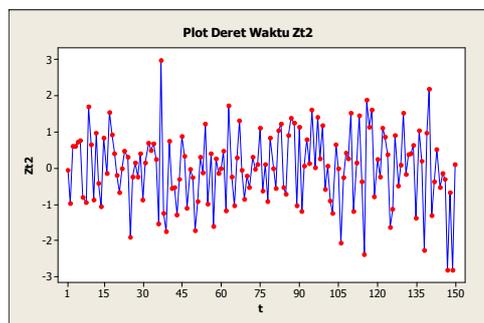
untuk t selainnya.

Berdasarkan nilai residual yang baru ini didapat nilai $\tilde{\sigma}_a = 1.044$. Plot deret waktu setelah iterasi pertama ditunjukkan pada Gambar 3. Gambar 3 menunjukkan bahwa pada $t=73$ nilai Z_t sudah dimodifikasi sehingga tidak lagi menjadi pencilan, namun pada gambar tersebut masih ada satu pencilan lagi yang belum terdeteksi.



Gambar 3. Plot deret waktu pencilan aditif pada $n = 150$ dan $\omega = 0.75k$ setelah iterasi pertama

Setelah iterasi pertama selesai maka dilakukan iterasi kedua dengan langkah yang sama dengan iterasi pertama. Pada iterasi kedua diperoleh $\hat{\lambda}_{53} = |\hat{\lambda}_{1,53}| = 3.38 > 3$ sehingga dapat disimpulkan bahwa observasi ke-53 terdeteksi sebagai pencilan tipe AO. Plot deret waktu setelah iterasi kedua ditunjukkan pada Gambar 4. Pada Gambar 4 terlihat bahwa pada $t=53$ nilai Z_t sudah dimodifikasi sehingga tidak lagi menjadi pencilan.



Gambar 4. Plot deret waktu pencilan aditif pada $n = 150$ dan $\omega = 0.75k$ setelah iterasi kedua

Sama seperti iterasi pertama, langkah selanjutnya adalah melakukan modifikasi nilai Z_t

dan \hat{e}_t yang menghasilkan $\tilde{\sigma}_a = 1$. Setelah iterasi kedua selesai maka dilanjutkan dengan iterasi ketiga yang menghasilkan nilai $|\hat{\lambda}_{147}| = |\hat{\lambda}_{1,147}| = 2.89 < 3$. Karena nilai $|\hat{\lambda}_{1,147}| = 2.89$ kurang dari tiga maka iterasi berhenti dengan kesimpulan terdeteksi dua pencilan tipe AO yaitu pada $t=73$ dan $t=53$.

Tabel 1. Persentase pendeteksian pencilan aditif (AO) pada berbagai kombinasi n dan ω

ω	n	Terdeteksi sebagai		Tidak terdeteksi
		AO	IO	
1.5k	50	40	60	0
	100	55	45	0
	150	60	40	0
1.0k	50	40	50	10
	100	55	45	0
	150	50	50	0
0.9k	50	25	65	10
	100	50	50	0
	150	50	50	0
0.8k	50	25	60	15
	100	50	45	5
	150	50	50	0
0.75k	50	25	55	20
	100	45	45	10
	150	50	50	0

Pencilan Inovatif

Prosedur pembangkitan data dan proses pendeteksian pencilan sesuai dengan tahapan yang telah dipaparkan pada bagian sebelumnya. Hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 2. Persentase pendeteksian pencilan inovatif (IO) pada berbagai kombinasi n dan ω

ω	n	Terdeteksi sebagai		Tidak terdeteksi
		AO	IO	
1.5k	50	35	65	0
	100	50	50	0
	150	30	70	0
1.0k	50	35	55	10
	100	45	55	0
	150	25	75	0
0.9k	50	30	60	10
	100	45	55	0
	150	25	75	0
0.8k	50	30	55	15
	100	45	50	5
	150	25	75	0
0.75k	50	30	55	15
	100	40	50	10
	150	25	75	0

Pencilan Campuran

Pencilan campuran yang dicobakan pada penelitian ini terdiri dari 2 AO 1 IO. Tahapan pendeteksian pencilan campuran ini sama dengan tahapan pendeteksian pencilan aditif dan inovatif.

Tabel 3. Persentase pendeteksian 2 pencilan AO dan 1 pencilan IO pada berbagai kombinasi n dan ω

ω	n	Tipe	Terdeteksi sebagai		Tidak terdeteksi
			AO	IO	
1.5k	50	AO	55	45	0
		IO	30	70	0
	100	AO	55	45	0
		IO	50	50	0
	150	AO	60	40	0
		IO	20	80	0
1.0k	50	AO	45	35	20
		IO	30	60	10
	100	AO	55	45	0
		IO	40	60	0
	150	AO	55	45	0
		IO	20	80	0
0.9k	50	AO	45	35	20
		IO	30	60	10
	100	AO	50	50	0
		IO	40	60	0
	150	AO	55	45	0
		IO	20	80	0
0.8k	50	AO	35	30	35
		IO	30	60	10
	100	AO	45	50	5
		IO	40	60	0
	150	AO	55	45	0
		IO	20	80	0
0.75k	50	AO	35	25	40
		IO	30	60	10
	100	AO	45	35	20
		IO	40	60	0
	150	AO	55	45	0
		IO	10	90	0

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil di atas, persentase ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan aditif sebagai pencilan tipe AO dengan $\omega=1.5k$ dan $\omega = k$ pada berbagai n bervariasi antara 40% sampai 70%, sedangkan pada $\omega=0.9k$, $\omega=0.8k$ dan $\omega = 0.75k$ menunjukkan hasil yang sama sekitar 25% sampai 70%. Pada pendeteksian pencilan inovatif diperoleh hasil persentase ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan inovatif sebagai pencilan tipe IO hampir sama untuk semua nilai ω yaitu bervariasi antara 50% sampai 80%. Secara umum ketepatan prosedur dalam mendeteksi keberadaan pencilan semakin meningkat seiring dengan meningkatnya nilai n dan ω .

DAFTAR PUSTAKA

Barnett V & Lewis T. 1994. *Outliers in Statistical Data*. New York: J Wiley.

Chambers R & Tzavidis N. (2006). *M-quantile Models for Small Area Estimation*, forthcoming in *Biometrika*.

Chang I, Tiao GC, Chen C. 1988. Estimation of time series parameters in the presence of outliers. *Technometrics* **30** :193-204.

Smith SK & Jeff T. 2004 Intervals for Population Forecasts: A Case Study of Time Series Models for States. *Paper presented at the annual meeting of the Population Association of America*, Boston, April 1-3, 2004.

Wei WWS. 1989. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison-Wesley.